实用天文测量学

R. 鲁罗佛斯著

测绘出版社

BY

R. ROELOFS

PROFESSOR OF SURVEYING AND PHOTOGRAMMETRY
AT THE TECHNICAL UNIVERSITY OF DELFT, HOLLAND

ASTRONOMY APPLIED TO LAND SURVEYING

MCML

N.V. WED. J. AHREND & ZOON · AMSTERDAM

本書系根据荷蘭德尔佛特工業大学航空攝影測量与測量学教授R. 魯罗佛斯著的1950年英文版翻譯的。

本書叙述相当于二等以下的天文經緯度及方位角观測的理論和方法，并介紹了一些目前中文本中所未見的新仪器。对于观測誤差的分析和成果精度的評定都詳加討論。書末附有列綫圖及算例，实为本書的特色，列綫圖是由德尔佛特工業大学講师N. D. 哈斯布罗克所設計。

本書可作为土建学院及測繪学院工程測量專業中实用天文学的教学参考書，并可供各測量專業学生及天文測量工作者的参考。

实用天文測量学

著者 R. 魯罗佛斯
譯者 黃繼渼 高更新
出版者 測繪出版社
北京宣武門外永光寺西街3号
北京市書刊出版業營業許可証出字第081号
發行者 新华書店
印刷者 北京市印刷一厂
西便門南大道乙一号

印数（京）1—2500册　1959年6月北京第1版
开本 787×1092 1/16　1959年6月第1次印刷
字数 330 000　印張13[illegible] 插頁
定价（10）1.75元

譯者的几点說明

1.本書原文名为 Astronomy applied to Land Surveying，書中也多处提到 Land Surveyor。今將 Land Surveying 及 Land Surveyor 譯为土地測量及土地測量师。但必須指出这兩个名詞不同于士地丈量或地籍測量員。在欧美土地測量的涵义頗广，它仅与大地測量或航空測量不同而已。

2.本書在翻譯过程中承原著者魯罗佛斯教授来信补充修改。因此譯本已較 1950 年原著第一版有所增減。对其中难解的句子或內容則加以譯者註，以便讀者参考。

3.关于本書中所用記号的一些說明：

(a)原書节次未用符号，每节齐起。但譯本中則加上"§"符号，每段开始縮进兩格以資醒目。

(b)所有公式的号数原書按頁次分，譯本則改按章次分，以免紊乱不清。

4.本書中所有的譯名基本上均采用 1952 年科学院編訂的天文学名詞。

5.本書中所采用的主要的縮写或符号有：

λ＝天文經度	q＝星位角
φ＝天文緯度	U.C.＝上中天
Φ＝天文余緯度	L.C.＝下中天
NP＝北極	T＝錶面时
SP＝南極	ΔT＝錶差
Z＝观測者的天頂	ι＝时段
α＝星的赤經	G.M.S.T.＝格林威治平恆星时
δ＝星的赤緯	L.M.S.T.＝地方平恆星时
p＝星的極距	G.A.S.T.＝格林威治視恆星时
h＝高度角	L.A.S.T.＝地方視恆星时
z＝天頂距	G.M.T.＝格林威治平太陽时
a＝星的方位角	G.A.T.＝格林威治視太陽时
A＝某綫的方位角	L.M.T.＝地方平太陽时
t＝时角	L.A.T.＝地方視太陽时。

原　　序

測量者明显地看到最近發展起来的电子方法对于定位問題的应用，这个問題的解决在以前是依靠着天文的观測；这种方法的重要性虽然有逐漸降低的趋向，但是，它仍然是一个有价値而可信賴的方法，到現在还沒有人有过摒棄应用天文观測的想法。

天文观測的主要应用是：

（a）在沒有建立三角網的地区測定控制点及方位角，以供地形測量或航空攝影測量之用。

（b）測定一个三角網的边的方位角及点的大地体坐标（即天文坐标）。

前者，天文方法的应用是不顧及垂綫偏差的，而后者，則作为測定垂綫的偏差。測定垂綫偏差的目的为：

(b.1)确定大地水准面的形狀，

或(b.2)作为建立在三角網的平差中的拉伯拉斯条件方程式。

在(b.2)的情形中所需的精度非常高，以期符合三角測量的要求。适合于这种目的的特殊方法和仪器不在本書討論范圍之內。

在(b.1)的情形中，实际上是在少数的三角点上用上述的精密方法与仪器以及在大多数的鄰近点上用較低的精度（容許的測站誤差約为1″—2″）測定垂綫偏差。欲得后面一种的精度則可用本書中所述的方法。在（a）种情形中，緯度、經度或方位角的天文測定仅需要中等的精度；它与測区的垂綫偏差的或是値有关。本書將叙述应用于这种目的之最适宜的方法。

本書以相当大的篇幅討論了观測的經济問題，这个問題在以前很少引起人們的注意。如果观測的数目太多必会浪費时間和費用。但是如果观測太少而成果不佳則势將重測，那么也許更加不經济。为要避免这种浪費，就必須准确地知道要多少的观測数量才能滿足所需要的精度。因此有几节專門討論系統和偶然誤差的各种来源，提出了詳細的規則，以决定观測的数目和星体的选擇。

上述的原則对于广泛应用的等高仪定位測量法更显得特別重要。由于应用等高仪进行观測較为容易，致有許多观測者总是喜欢“为了保險的緣故”而做了过多的观測。一个著名的国外地理研究所的計算室曾經被这些大部分不必要的工作所牽累。

明显的补救办法便是适当的选星来限制观測的数目，使其为最小。这个方法最好是由观測者来施行，而在某些情况下（例如上面所提到的研究所的情形，或者因为在野外工作沒有选星的机会）可以在观測后由計算者进行选擇。

本書主要作为教本和土地測量师的参考書，但亦可供工業学校之用。为便于測量工作者的使用，对于各方面的工作、准备、实施以及計算均詳加討論，并插入很多的列綫圖、附表和算例。为要使得本書有助于学生，著者对于基本原理尽力給予直接明白的叙述。

致　謝

著者对下列諸位致以衷心的感謝。德尔佛特(Delft)大学講师 N. D. 哈斯布洛克精細的設計了列綫圖（仅列綫圖 5 为著者所設計）。如果沒有这些列綫圖，則本書未臻完善且对于土地測量的实际用途亦將为之減少。

用外国文字編写一本書，錯誤之处在所难免。著者深感荣幸能得倫敦大学講师C.A.畢多尔中校修訂全部原稿，除此宝貴的帮助外，畢多尔中校还提出了許多重要的建議，使本書得到改进与增色。

著者深深地感謝巴黎国立地理研究所 G. A. 拉克拉維亞上校及其同僚，因为曾有机会参閱他們的一些报告和研究資料。

在本書算例中所采用的观測数据大部分为工作于荷屬几安那(Guiana)荷蘭皇家航空公司的土地測量师 P. de 威塞所供給。由于他的熟練技术，得到了很高的精度。德尔佛特大学研究助理員兼土地測量师 J.罗尔佛曾校对了一些公式的推演，並縝密的做出例子。

萊登(Leiden)天文台台長 G.馮·赫尔克博士及印度尼西亞土地測量师 H. 梅西尔曾审閱过前几章，荷蘭海道測量局 W. 冷格拉中尉曾校閱全部原稿；他們均提出許多宝貴的建議。

本書承蒙公用部測量局繪圖員C.馮·德·赫尔姆精細的繪制附圖，德尔佛特大学書記A.馮·德·烏义尔女士仔細的打字。

R.魯罗佛斯

德尔佛特，1950年 4 月

目　录

第一章　地理坐标

第二章　天文坐标

第三章　时

第四章　观測值的改正

第五章 守时、測时、記录及其校核

第六章 利用观測平均值的計算法及其附加的改正值

第七章 基本观測值的精度

第八章 方位角的測定

第九章 緯度的測定

第十章 經度測定

第十一章 經度与緯度的測定

第十二章 恒星等高測定經緯度的特殊仪器

附 表

列 綫 圖

太陽观测

利用多个观测的平均値

近子午圈高度法测定緯度

北極星高度法测定緯度

多星高度（等高）法测定經緯度

算　　例

号数

方位角测定

緯度测定

經度测定

第一章 地理坐标

§1.1 概 述

天文学在測量上的应用是根据天文观測以确定点子在地球面上的位置以及連接这些点子的大地綫的方位角。

在实施天文观測时，我們把測站上的重力方向当做基本方向；当用水准器安置观測的仪器时，其旋轉軸的位置与重力的方向或相一致或相垂直。任何其余的微小水平誤差均可用水准器来量測，并在計算中加以顧及。施加改正之后，用仪器测得的一切数値，便是以重力的方向为依据的了。要淸楚的了解在某些区域中的重力方向，必先介紹水准面的概念。

水准面是一个曲面，在其上任意一点的重力均垂直于此面。很显明，存在着無穷个的水准面；其中的一个特別重要：那就是通过平均海水面的水准面，叫做大地水准面。

各水准面既不平行也不相交而是互相包圍着的。从这一点便可看出，一条垂直于所有水准面的綫——叫做鉛垂綫——并非直綫而是曲綫。我們必須認識到在一点上的鉛垂綫和垂綫的区别。垂綫是切于鉛垂綫并代表在該点上的重力方向。

在圖1中，P' 为位于地球表面上且在大地水准面之上某一距离的測站。P 为 P' 在大地水准面上的投影。由于水准面与大地水准面不相平行，故 P' 的垂綫与向大地水准面的垂直綫 PP' 也不吻合，而交成 θ' 角。在圖中此角已經放大；实际上它是非常小的，通常可以略而不計；因此 P' 的垂綫与垂直綫 PP' 可設想是吻合的。也就意味着測站 P' 可以設想是同 P 吻合，亦即是在不考虑到 P' 对于大地水准面的高程时，P' 便位于大地水准面（它代替了地球的表面）上。因为这个高程在大地天文測量上是不太重要的，因此我們便在此采用了这个假設。

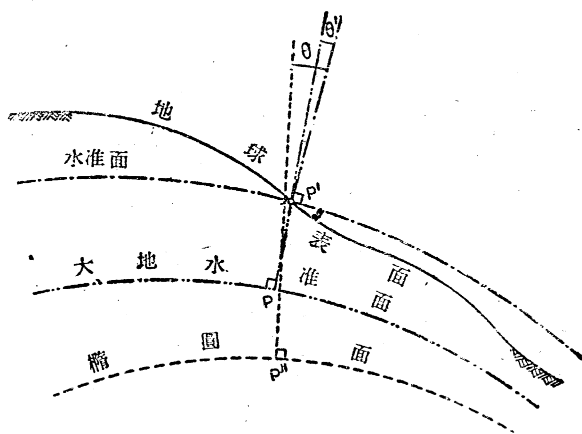


圖 1. 大地水准面与椭圓面。垂綫偏差

大地水准面虽然沒有像地球表面形狀那样的不規則，但是仍然不可能利用作为大地計算的基础。因此，我們采用旋轉椭圓体以代替大地水准面，此椭圓体的短軸則平行于地球的旋轉軸。

椭圓体的形狀大小及其定位的选擇必須保証它与測区的大地水准面最为密合。海福特氏从美国的天文和大地測量所求得的椭圓体，可能是目前最佳的一个❶，这个椭圓体曾被国际大地測量与地球物理协会在1924年的馬德里会議上采用作为

❶ 目前据我們了解，海福特椭圓体的导出有許多缺点，而克拉索夫斯基椭圓体应認为是現代最佳的参考椭圓体。其形狀与大小为 $\alpha=1:298.3$，$a=6378245$ m ——譯者註。

国际椭圆体，其大小为：

赤道半徑＝6,378,388公尺，　　扁率＝1:297.0。

大地测量工作者通常將椭圆体如此定位，使得在测区的中央点所作的椭圆体的法綫与鉛垂綫相一致（譯者按：就是說在此点上相对的垂綫偏差为零）。但在計算了一段連接該中央点与一地面点 P' 的三角鎖之后，得出 P' 在参考椭圆面（作为計算依据的）上的相应点为 P''（圖1）。此 P'' 上的椭圆体的法綫通常不与 P' 的垂綫相一致，而構成夾角 θ，此角名为垂綫偏差。垂綫偏差常較天文观测和大地測量的誤差为大；在平坦地区其値較小（数弧秒），而在某些个别地区較大，在最大的情形下（例如南美洲哥倫比亞）其値几乎可达1′。

今假設有一無穷大半徑的球体，它与大地体同心；名为同地心天球，或簡称为天球。在大地水准面上某点的垂綫与天球的交点便是該点的天頂。大地水准面到处都呈凸形，沒有一个地方是凹形的，在大地水准面上所有点子的垂綫方向均不相同，因此这些点子的天頂沒有一个相吻合的。于是乎大地水准面上任何一点的位置便可以很明确的为它的天頂位置所决定。因此确定某点在大地水准面上的位置的問題便可用确定某点的天頂在天球上的位置的問題来代替了。

§1.2 定　义

圖2表示一个有限大的天球，所以这个圖的比例尺是非常的小。在这种比例尺上，大地体可以用一点表示之，它与天球的球心相吻合。NP（北極）与 SP（南極）为地球的旋轉軸（或極軸）与天球的交点。經过 NP（与 SP）的大圆都叫做子午圈。

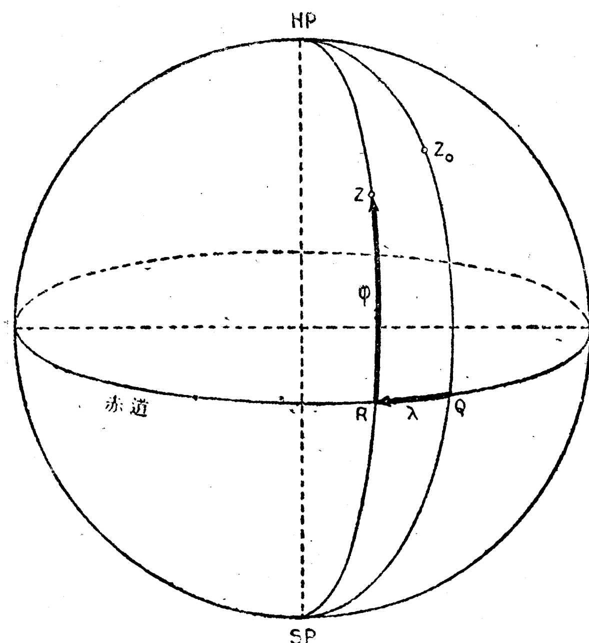


圖 2. 天頂的直角坐标

垂直于 NP—SP 的大圆名为赤道。Z 为大地水准面上任意一点的天頂；Z_0 为格林威治的天頂。

Z 的位置是用球面直角坐标来确定的：

$\lambda = Z_0$ 子午圈与 Z 子午圈之間的赤道距离，名为地理經度；

$\varphi = Z$ 与赤道間的球面距离，名为地理緯度。

除了直角坐标外，我們也可以采用球面極坐标（圖3）：

$\lambda = Z_0$ 子午圈与 Z 子午圈間的夾角，叫做地理經度

$\Phi = Z$ 与 NP 之間的球面距离，叫做余緯度

显然：$\Phi = 90° - \varphi$。

地理經度可以时間單位或角度單位表示之。这些單位間的关系是：

1 时(1^h)=15度(15°)

1 分(1^m)=15分($15'$)

1 秒(1^s)=15 秒($15''$)

地理坐标通常可視为常数。只有在需要高精度的情形下，才有必要考虑到由于地球繞其旋轉軸移动而产生的微小变化。很显然，这种現象改变了地面一点的天頂对于北極的位置，因此也就改变了坐标（参看圖 2 及圖 3）。在实用上采取平均地理坐标，这种坐标是根据地球对其旋轉軸的理論上的平均位置。由于緯度的变化不超过 $0''.2$，經度变化不超过 $0''.2\,\mathrm{tg}\,\varphi$，所以它們通常可以略而不計。

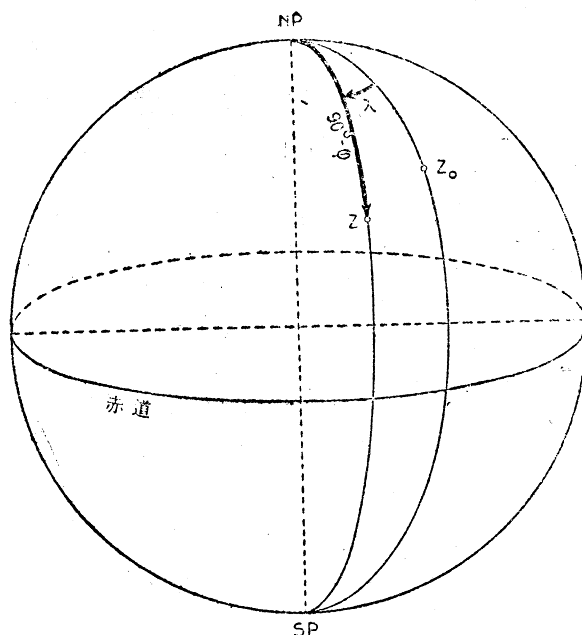


圖 3. 天頂的極坐标

第二章 天文坐标

§2.1 定　　义

在大地天文学中，一顆星的位置系以其在天球上的相应点的位置确定之。如果連接地球中心与恒星的瞬时中心（就在它放射出为地球上所观測到的光綫的瞬时）（在§2.6中將詳細討論此問題），則此連綫与天球相交之交点即可近似地認为是該星的相应点。虽然該点是一个数学概念，它通常还是叫做一顆星。因此为了避免混乱，便称这个天体为一**物理星**。为着表示恒星在天球上的位置，便采用了非常相似于地理坐标系統的一种坐标**系統**——天文坐标。

圖4表示一星S的球面直角坐标：

α＝参考点γ（隨后即將解釋）与S的子午圈之間的赤道距离，名为**赤經**；

δ＝S与赤道間的球面距离，名为**赤緯**。δ的正負号視其为北赤緯或南赤緯。

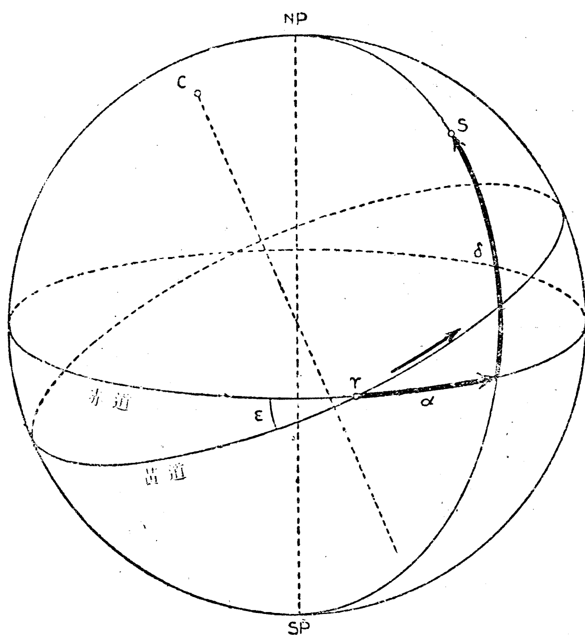


圖 4．恒星的直角坐标

确定参考点γ的方法需要一些解釋。地球是繞着太陽以每年一周的速度在一个橢圓的軌道上旋轉。运动是一个相对的观念。如果假設地球是固定在空間，其結果太陽便好像在运动着，这是地球运动的反映。作为一个物理体的太陽于是便好像圍繞着地球以每年一周的速度在一橢圓的軌道上旋轉。在大地天文的意义上，根据我們对于星的定义，“太陽”是連接太陽中心和地球中心的直綫与天球相交的交点。根据这种方法所解釋的太陽似乎在一个大圓上运动，此大圓为太陽的軌道平面与天球的交綫，名为**黃道**（圖4）；它与赤道面之間的傾角ε——**黃赤交角**——約为23°.5。黃道的北極C距离赤道的北極NP大約为23°.5。

圖4中，沿着黃道所画的一个箭头是表示太陽視运动的方向。太陽的赤緯显然在+23.5°（大約在6月21日）与−23.5°（大約12月21日）之間变化着。一年之中有兩次（約3月21日和9月21日）太陽的赤緯为零；这种情形即發生在太陽到达黃道与赤道的兩交点之时。在此兩个位置之一（3月21日），太陽赤緯从負变到正，是为**春分点**γ；赤經便是从这一个参考点量起。

除直角坐标之外，極坐标也可用来表示恒星的位置（圖5）：

α＝恒星与春分点两子午圈之間的夾角，名为赤經。

$p=NP$与恒星之間的球面距离，名为極距。显然：$p=90°-\delta$。

赤經可以用时間單位也可以用角度單位来表示；这两种單位的关系载于§1.2中。

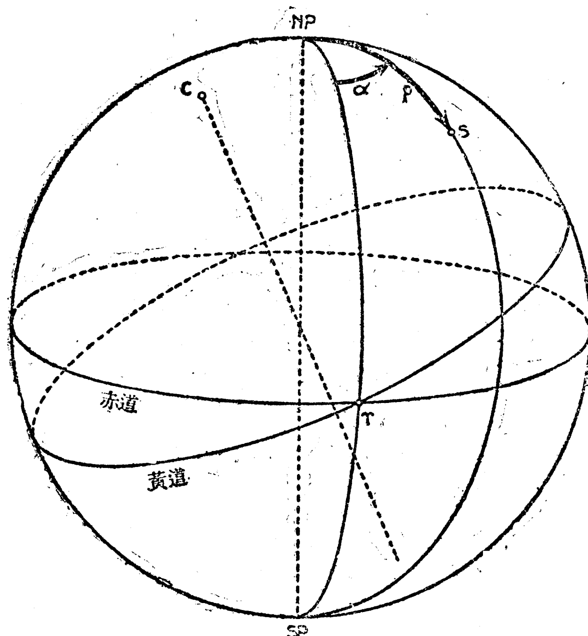


圖 5. 恒星的極坐标

§ 2.2 天文坐标的变化

天文坐标由于物理星及坐标軸的位移而受到微小的变化。我們应將下列各种的位移加以区别；

(a)物理星：自行

(b)赤道的極：日月岁差与章动。

(c)黄道的極：行星岁差。

(d)恒星：周年視差。

(e)恒星：周年光行差。

这些位移將分述于以下各节。

§ 2.3 自　行

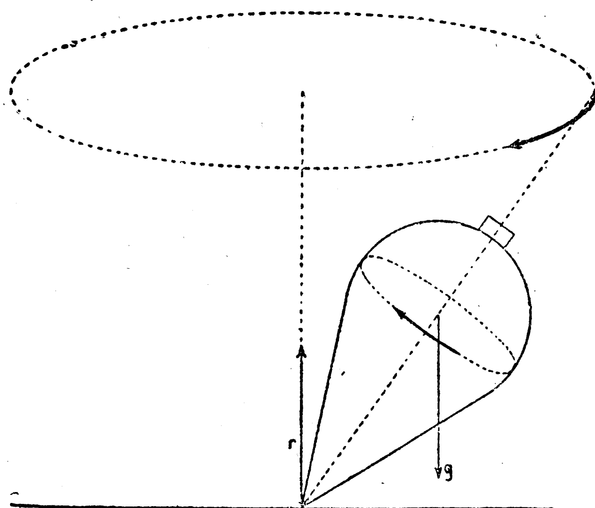


圖 6. 旋轉着的陀螺的岁差

每顆物理星在空間沿着一个可視为一条直綫的軌道上运动。此运动可分解成兩个分量：一个分量是沿着連接地球中心与物理星中心的直綫，另一个分量則与此直綫相垂直。

从§2.1中所下的星的定义可以看出，前一分量不引起星在天球上的位移，但后一分量就会引起；这种位移名为自行(μ)。由此而發生的赤緯与赤經的变化各名为赤經的自行(μ_α)与赤緯的自行(μ_δ)。目前所知道的具有最大自行(每年約为$\mu=10''$)的恒星，是一顆在赤道附近的微弱的星（$\alpha\doteq17^h53^m$，$\delta=+4°28'$）。

§ 2.4 日月、行星的歲差与章动

2.4.1 概述

旋轉物体在一力偶的作用下，其旋轉軸的軌跡是一个圓錐面运动，这是人們所熟知的事实。这种运动叫做岁差。关于这种有趣的現象大家所熟識的例子便是一个在桌子上旋轉

着的陀螺（圖6）；在此情形中的力偶包含作用于經过重心垂直向下的重力g以及桌子所产生的經过陀螺的尖端垂直向上的反作用力r。

地球正像这个陀螺；它是一个旋轉着的物体，受着一个由太陽与月球所施的引力以及离心力所構成的力偶的影响。这点需要加以解釋一下。如果地球是一个質量分佈对于其中心成对称的球体，則兩种力——引力与离心力——均作用于中心，在此情形下，便沒有力偶，从而也沒有岁差。然而地球却是一个橢球体（近似的；参考§1.1）或者可以不严格的說是一个"赤道臃腫的球体"。此赤道臃脹的位置通常对于日月不成对称——此不对称显然与日月离赤道的距离有关，也就是与它們的赤緯有关——而且它的質量分佈对于中心也不成对称；因此引力不作用于中心，而是偏心。可是另一方面，离心力却作用于中心，兩个力構成一个力偶，而此力偶便引起了地球旋轉軸的岁差运动。

从上面可以看出力矩不是定常的，而是随着太陽与太陰的赤緯变化而变动的。因此岁差运动也不是定常的，而是遞变部分与週期部分的总合。遞变部分叫做日月岁差；週期部分叫做章动。

諸行星所施的共同的引力太小，不致發生这种显著的岁差运动；这个引力全部作用于地球，就使其空間位置有所改变。位置既然是一个相对的概念，我們可以再假定地球固定于空間(如§2.1所設)，由此便产生了太陽的視位移。按該节中黄道的定义我們可得出結論，太陽的这种視位移产生了黄道的位移，因而产生了黄極的同样位移。这种現象叫做行星岁差。

2.4.2 日月岁差

地球的眞正旋轉軸是受日月岁差与章动的影响。实际上，我們必須区别这一个軸与虛拟的軸——平均旋轉軸，后者仅是受着日月岁差的影响。

从前节我們可以看到，平均軸是在一个垂直于黄道的圓錐面上旋轉，此黄道面就好比在旋轉陀螺情形中的桌面。平均旋轉軸与天球的交点$\overline{NP}$叫做平北極，它圍繞着以黄道極C为中心的小圓均匀地移动。此运动很慢，旋繞一週須26,000年，每年約移动50″.2。

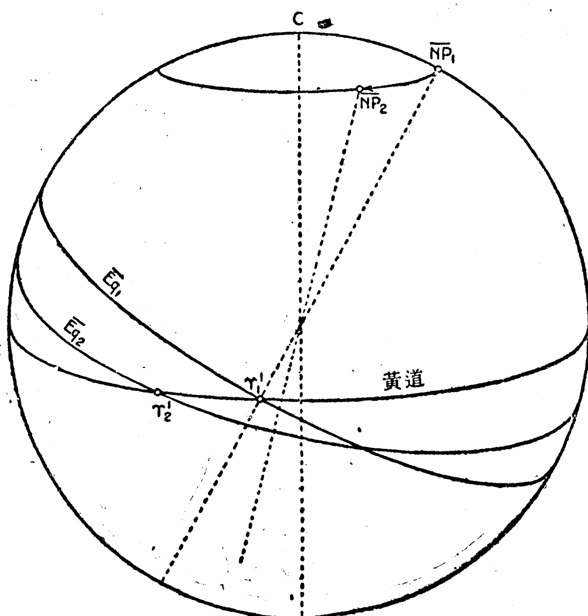


圖7. 日月岁差

圖7（此圖中未考虑到行星岁差）表示兩个平北極$\overline{NP}_1$与$\overline{NP}_2$的順序位置及其平赤道$\overline{E}_{q1}$与$\overline{E}_{q2}$的相应位置，平赤道为垂直于平均旋轉軸的大圓。显然，平赤道与黄道的交点沿着黄道移动；圖7表示兩个連續的位置：γ_1'及γ_2'。

2.4.3 行星岁差

在§2.4.1中曾指出黄道及其極由于行星的共同引力而移动。如果假設赤道是固定在空間（不考虑

到日月岁差与章动），很显然，黄赤交点必定沿着赤道移动；此移动非常微小：每年約为 0″.13。圖 8 表示黄道 Ecl_1 与 Ecl_2 的两个連續位置，它的極 C_1 与 C_2 以及它与赤道的交点 γ_1'' 与 γ_2'' 的顺序位置。

2.4.4 章动

章动是岁差运动中的週期部分（§2.4.1）；它使得眞北極 NP 与平北極 $\overline{NP}$ 位置間的差别起了週期性变化，因此便产生了眞赤道与平赤道之間相应的差别。眞黄道与眞赤道的交点叫做**眞春分点** γ。圖 9 表示眞的与平的北極、赤道及春分点的瞬时相对位置。显然，章动对于恒星的赤經与赤緯均有影响。

表示章动的数学公式包含二十多个不同週期的項。实用上將这些項分为長期項与短期項。其原因將述于 §2.8.6。

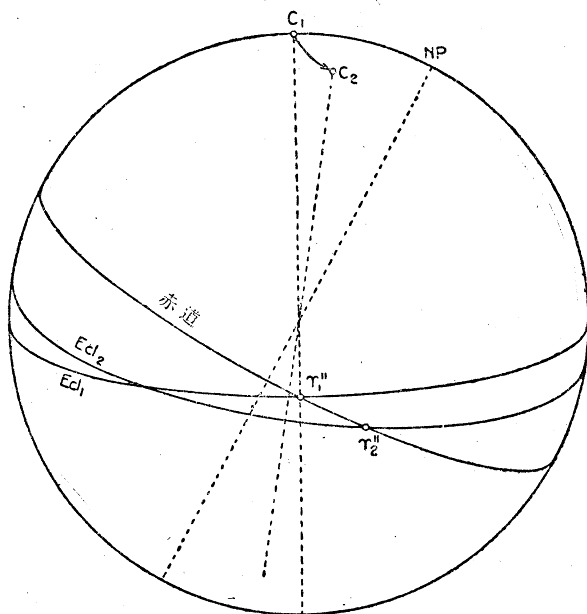


圖 8. 行星岁差

§2.5 周年視差

如果地球在空間的位置永恒不变并且我們不考慮其他現象，則連接地球中心及一个物理星中心的直綫与天球相交的交点也必定有固定的位置。由于地球圍繞太陽运动，此交点的位置——根据 §2.1 的定义名之为星——受到週年的变化，名之为**周年視差**。讀者从簡單的几何观念可以看出，地球与物理星之間距离愈小則週年視差愈大。最大的週年視差(0″.76)是半人馬星座中的比鄰星，为目前所知道的最近的一顆星。視差为已知且为显著的恒星数目是非常有限的。对于測量工作通常可以不顧及周年視差。

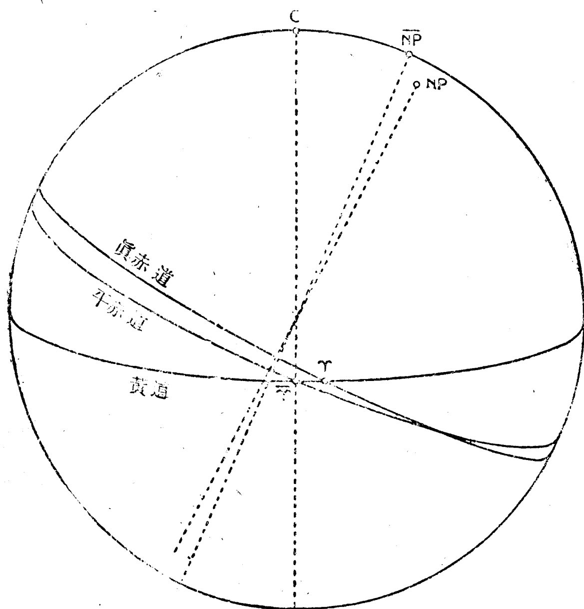


圖 9. 章 动

§2.6 周年光行差

由物理星 S' 所放射出来的光綫以每秒 300,000 公里的速度 V 在空間前进（圖10）。地球 E 及在其上的观測者以每秒 30 公里的速度 v 繞着太陽运动。这两个联合运动的影响（略去其他現象如折光差及周日光行差

等），使得物理星的光好像从 SE 方向射来，此为向量 V 与 v 所構成光行差平行四边形对角綫的方向。

如果在观测的时刻，ϑ 为向量 V 与 v 的夾角，$-\Delta\vartheta$ 为物理星受光行差影响后的視位移，于是有（圖10）：

$$\sin(-\Delta\vartheta)=\frac{v}{V}\sin(\vartheta-\Delta\vartheta)$$

由于 $\Delta\vartheta$ 为一微小量，故此公式可近似地写为：

$$\Delta\vartheta=-\frac{v}{V}\rho\sin\vartheta\equiv-\varkappa\sin\vartheta$$

式中 $\rho=206265''$，$\varkappa=\frac{v}{V}\rho$（光行差的系数）

因为地球繞着太陽的运动并不均匀，$\varkappa$ 并非常数，而在 $20''.1$（12月）与 $20''.8$（6月）之間变动。光行差的現象使得我們必須重新考虑“星”的定义；在 §2.1 中对于星的定义曾暫作为地球中心和物理星中心的連綫与天球的交点。

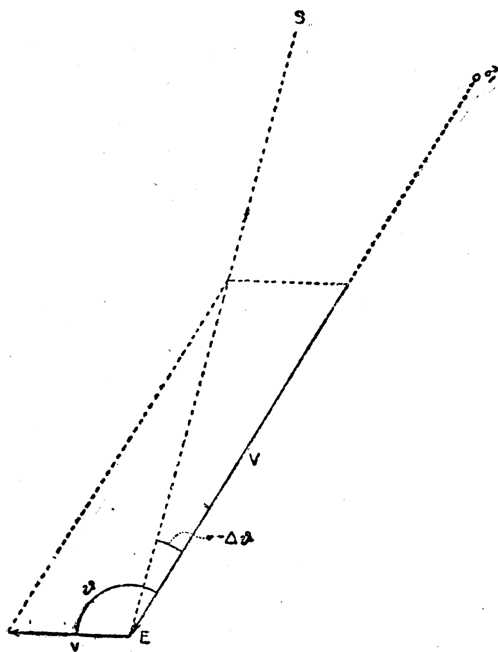


圖 10. 光行差

用一根光綫將此直綫体現出来，則由于周年光行差（周日光行差与折光差暫时不加考虑），便引起星体的視位移，对于一顆星的較精密的定义可作如下的叙述：一顆星（在大地天文的意义上）是光行差平行四边形的对角綫与天球的交点。

§ 2.7 視天文坐标与平天文坐标

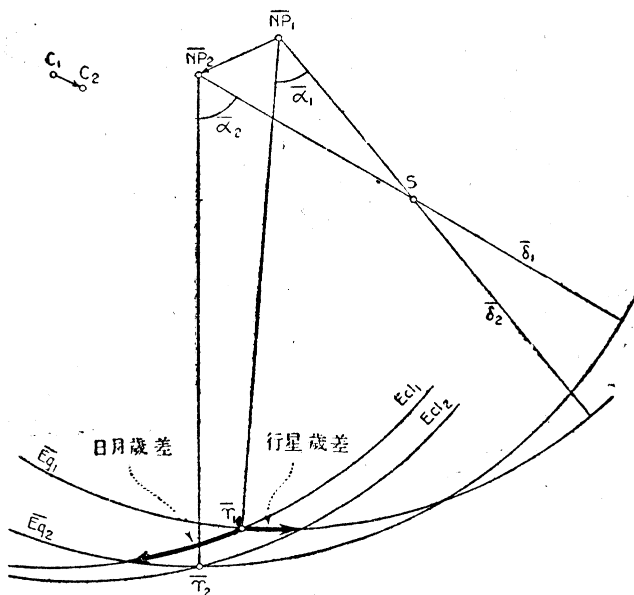


圖 11. 平春分点的运动。平天文坐标的变动

某星沿着真赤道从真春分点起算的赤經名为視赤經。某星的赤緯从真赤道起算名为視赤緯。这些視坐标包含所有自行、日月及行星岁差、章动、光行差及視差的影响。

如果仅考虑到自行及日月岁差——或其联合的影响（叫做周年变化）——的影响，則其坐标为平赤經与平赤緯。

略去章动与行星岁差即意味着星的坐标是根据平赤道与平春分点而确定；略去光行差与視差即意味着不考虑地球繞太陽的軌道运动。

因此，恒星的平赤經与平赤緯是根据平赤道与平春分点而确定的坐标，是太陽中心与物理星中心的連綫同以太陽为中心的天球（日心天球）相交的点的坐标。

恒星的赤經是与平春分点的位置有关，同受着日月与行星岁差的影响。在另一方面，恒星的赤緯从平赤道量起，仅受着日月岁差的影响。圖 11 表示恒星S的平赤經 $\bar{\alpha}_1$ 与 $\bar{\alpha}_2$ 和平赤緯 $\bar{\delta}_1$ 与 $\bar{\delta}_2$ 的兩个連續数值。

§ 2.8 天文坐标的化算

2.8.1 概述

土地測量师在进行經緯度与方位角的天文測定时，必須采用在观測时正确的恒星视坐标。这个由天文学家所計算的載于星表或天文年历中的数据，通常不能滿足測量工作者的需要，因此，他必須从所获得的数据中計算出所需要的。这种計算叫做天文坐标的**化算**。

每年出版的最重要的天文年历有：

（1）美国天文年历与航海历書(The American Ephemeris and Nautical Almanac)

年份……(以后簡称美国天文年历,"American Ephemeris")。华盛頓文件管理局(Superintendent of Documents, Washington, D. C.)出售。

（2）航海历書与天文年历(The Nautical Almanac and Astronomical Ephemeris[1])

年份……（以后簡称航海历書）。倫敦英国皇家文献出版局（H. M. Stationery office, York House, Kingsway, London W.C.2)出售。

（3）法国天文年历(La Connaissance des Temps)

年份……法国Gauthiers-Villars, Quai des Grands-Augustins, 55,,Paris 出售。

（4）德国天文大地年历(Astronomisch-Geodätisches Jahrbuch)

年份……購买处为：德国Verlag G. Braun G. M. B. H. Karlsruhe。

（5）西班牙航海年历（Almanaque Náutico)

年份……購买处为…… Instituto y Observatorio de Marina de San Fernando, Cadiz, Spain。

（6）基本星的視位置(Apparent places of Fundamental Stars)

購买处同（2）。

星表中通常載着恒星在某一普通年（比喻說 1900 或 1950 年）岁首的平坐标，例如波斯星表("General Catalogue of 33342 Stars", Carnegie Institution of Washington, Washington. D.C.）。天文年历是每年出版的，載有恒星在該年岁首的平坐标，拱極星（赤緯大于80°的星）每日上过格林威治子午圈的視坐标以及非拱極星每十日上过格林威治子午圈的視坐标，但不包括章动的短週期項（十日星），年历中所包括的其他資料將于后几章中加以討論。測量工作者所需要进行的最繁杂的天文坐标化算，就是將某年岁首的平坐标化算到另一年（观測年）观測时刻的視坐标。这种化算可以分为三个步驟进行：

a.將某一年岁首的平坐标化算到观測年岁首的平坐标。

b.將观測年岁首的平坐标化算到观測时刻的視坐标，但不顧及章动短期項。

c.視坐标章动短期項的改正計算。

---

[1] 从 1951 年起，英国皇家文献出版局出版一种專为土地測量师应用的星历書：Star Almanac for Land Surveyors.

下面几节將依次討論这些化算，并指出土地测量师在何种情况下必須应用这些步驟中的一个或多个。

2.8.2 从某年岁首的平坐标化算到观测年岁首的平坐标

应用的公式为：

$$\bar{\alpha}=\bar{\alpha}_0+T\left(\frac{d\bar{\alpha}_0}{dT}+\mu_{\alpha_0}\right)+\frac{1}{2}T^2\frac{d_2\bar{\alpha}_0}{dT^2}$$

$$\bar{\delta}=\bar{\delta}_0+T\left(\frac{d\bar{\delta}_0}{dT}+\mu_{\delta_0}\right)+\frac{1}{2}T^2\frac{d_2\bar{\delta}_0}{dT^2}$$

式中：$\bar{\alpha}$＝所求的平赤經。

$\bar{\alpha}_0$＝所給的平赤經。

T＝所計算的两个时刻間的年数。

$\frac{d\bar{\alpha}_0}{dT}$＝赤經的日月岁差。

μ_{α_0}＝赤經的自行。

$\left(\frac{d\alpha_0}{dT}+\mu_{\alpha_0}\right)$＝赤經的周年变化。

$\frac{d_2\bar{\alpha}_0}{dT^2}$＝赤經周年变化的年変率；亦即赤經長期变化的万分之一。

本公式中对于$\bar{\delta}$的各符号亦具有相同的意义，凡含有$\bar{\alpha}_0$及$\bar{\delta}_0$的星表必載有周年变化与長期变化。

2.8.3 从观測年岁首的平坐标化算到观測时刻的視坐标，但不包括章动的短期項

著名的天文学家白塞尔曾导出下列化算的公式：

$$\left.\begin{aligned}(\alpha)&=\bar{\alpha}+(Aa+Bb)+(Cc+Dd)+E+\tau\mu\\(\delta)&=\bar{\delta}+(Aa'+Bb')+(Cc'+Dd')+\tau\mu_\delta\end{aligned}\right\}\qquad(\text{II}.1)$$

式中：

(α)＝在观測时刻的視赤經，不包括章动短期項。

$(Aa+Bb)$＝由于日月岁差及章动長期項影响的赤經的变化。

$(Cc+Dd)$＝受周年光行差影响的赤經变化。

E＝赤經受行星岁差影响的变化。

μ_α＝赤經每年的自行。

τ＝从岁首到观測时刻(§ 3.5 中將再討論此問題）以年为單位的时間。这个数值根据每年的每一天載于年历中（参考 28 頁上第二欄)。

公式中对于(δ)的符号也具有相同的意义。

A, B, C, D及E諸数量与星的坐标無关，称为**白塞尔日数**或**白塞尔星数**。它們是按該年的每日（G.M.T.＝0^h；参考 § 3.3）列載于天文年历中。23 頁表示 1946 年航海历書中的一段，包括白塞尔星数 A,B,C,D（第四到第七欄）与 E（附于第 23 頁表下）。

a,b,c,d,a',b',c'及d'为白塞尔恒星常数，可从下列公式計算而得：

$$a=m^s+n^s\sin\bar{\alpha}\tan\bar{\delta}\qquad a'=n''\cos\bar{\alpha}$$

白塞尔日数，1946

日　期		A_{1950}	S	A	B	C	D	A'	B'
					″	″			″
正月	1	−4.3330	0.093	−0.3330	+0.36	− 3.25	+20.16	−0.0031	+0.06
	2	.3294	.093	.3294	0.34	3.58	20.09	− .0020	+ .08
	3	.3258	.093	.3258	0.32	3.91	20.02	− .0006	+ .09
	4	.3221	.093	.3221	0.31	4.24	19.94	+ .0009	+ .08
	5	.3185	.093	.3185	0.29	4.56	19.86	+ .0022	+ .06
	6	−4.3150	0.093	−0.3150	+0.27	− 4.89	+19.77	+0.0029	+0.02
	7	.3114	.092	.3114	0.25	5.21	19.67	+ .0029	− .02
	8	.3078	.092	.3078	0.23	5.53	19.56	+ .0020	− .06
	9	.3043	.092	.3043	0.21	5.85	19.45	+ .0004	− .08
	10	.3008	.092	.3008	0.19	6.16	19.34	− .0016	− .09
	11	−4.2973	0.092	−0.2973	+0.17	− 6.48	+19.21	−0.0033	−0.08
	12	.2938	.092	.2938	0.15	6.79	19.08	− .0044	− .04
	13	.2904	.092	.2904	0.13	7.10	18.95	− .0046	00
	14	.2869	.091	.2869	0.10	7.41	18.81	− .0037	+ .04
	15	.2835	.091	.2835	0.08	7.71	18.66	− .0018	+ .08
	16	−4.2802	0.091	−0.2802	+0.06	− 8.02	+18.51	+0.0005	+0.09
	17	.2768	.091	.2768	0.03	8.32	18.35	+ .0028	+ .08
	18	.2735	.091	.2735	+0.01	8.61	18.19	+ .0045	+ .05
	19	.2702	.091	.2702	−0.02	8.91	18.02	+ .0053	+ .01
	20	.2669	.091	.2669	0.04	9.20	17.84	+ .0052	− .03
	21	−4.2637	0.090	−0.2637	−0.07	− 9.49	+17.66	+0.0042	−0.07
	22	.2605	.090	.2605	0.10	9.78	17.48	+ .0025	− .09
	23	.2573	.090	.2573	0.12	10.06	17.29	+ .0006	− .09
	24	.2541	.090	.2541	0.15	10.34	17.09	− .0013	− .08
	25	.2510	.090	.2510	0.18	10.62	16.89	− .0027	− .06
	26	−4.2479	0.090	−0.2479	−0.20	−10.89	+16.68	−0.0036	−0.02
	27	.2448	.090	.2448	0.23	11.16	16.46	− .0039	+ .02
	28	.2417	.090	.2417	0.26	11.43	16.25	− .0035	+ .05
	29	.2388	.089	.2388	0.29	11.69	16.02	− .0025	+ .08
	30	.2358	.089	.2358	0.31	11.95	15.79	− .0010	+ .09
	31	−4.2328	0.089	−0.2328	−0.34	−12.20	+15.56	+0.0005	+0.09
二月	1	.2299	.089	.2299	0.37	12.45	15.32	+ .0020	+ .07
	2	.2270	.089	.2270	0.40	12.70	15.08	+ .0029	+ .04
	3	.2242	.089	.2242	0.43	12.94	14.83	+ .0031	.00
	4	.2214	.089	.2214	0.45	13.18	14.56	+ .0025	− .05
	5	−4.2186	0.088	−0.2186	−0.48	−13.42	+14.32	+0.0011	−0.08
	6	.2158	.088	.2158	0.51	13.65	14.06	− .0007	− .09
	7	.2131	.088	.2131	0.54	13.87	13.80	− .0025	− .08
	8	.2104	.088	.2104	0.57	14.09	13.53	− .0039	− .05
	9	.2077	.088	.2077	0.60	14.31	13.25	− .0044	− .01
	10	−4.2051	0.088	−0.2051	−0.62	−14.52	+12.98	−0.0038	+0.03
	11	.2026	.088	.2026	0.65	14.73	12.70	− .0023	+ .07
	12	.2000	.088	.2000	0.68	14.93	12.41	− .0002	+ .09
	13	.1975	.088	.1975	0.71	15.13	12.12	+ .0021	+ .09
	14	.1949	.088	.1949	0.73	15.33	11.83	+ .0039	+ .06
	15	−4.1924	0.087	−0.1924	−0.76	−15.52	+11.53	+0.0050	+0.02
	16	−4.1900	0.087	−0.1900	−0.79	−15.70	+11.23	+0.0051	−0.02

E 可视为 $-0^{s}.003$

本表录自 1946 年英国航海历書 Nautical Almanac.

$$b=\frac{1}{15}\cos\overline{\alpha}\tan\overline{\delta} \qquad b'=-\sin\overline{\alpha}$$

$$c=\frac{1}{15}\cos\overline{\alpha}\sec\overline{\delta} \qquad c'=\tan\varepsilon\cos\overline{\delta}-\sin\overline{\alpha}\sin\overline{\delta}$$

$$d=\frac{1}{15}\sin\overline{\alpha}\sec\overline{\delta} \qquad d'=\cos\overline{\alpha}\sin\overline{\delta}$$

在这些公式中本来以应用視坐标为恰当。但是它們也可代以$\overline{\alpha}$及$\overline{\delta}$而不致有显著的誤差。a与a'是赤經与赤緯的日月岁差；可按下列方法之一計算，而以第二法較为容易：

1.应用上述公式。m及n为日月岁差及黃赤交角的函数；它們非常緩慢地随着时間而变化，并且按該年的岁首載于年历中；这些数値应用于全年而不生显著的誤差。

2.將該星的周年变化（載于年历中）減去自行，其差即为日月岁差。

c'的公式中出現的数量ε为平黃赤交角，載于該年的年历中。通常在年历中均載有这种化算的例子。

2.8.4 視坐标的章动短期項之改正計算

第一法（应用于英、西、德各国的天文年历中）

公式：
$$\alpha=(\alpha)+(A'a+B'b)$$
$$\delta=(\delta)+(A'a'+B'b')$$

式中：　α＝經完全改后的視赤經。

$(A'a+B'b)$＝由于章动短期項影响的赤經变化。

在δ的公式中的各符号也具有相同的意义。

A'与B'是額外的白塞尔日数，并可于天文年历中連同其他的白塞尔日数❶查得（参考第23頁第八与第九欄）。

数量a,b,a'及b'为上节中曾經討論过的一些白塞尔恒星常数，其計算方法与公式也已給出。如果化算仅考慮到章动的短期項（即第三个化算步驟），則a,b,a'及b'可直接从天文年历中求得。实际上，天文年历中在含有每个十日星的視坐标（不包含章动的短期項）那些行的底下，載有这些常数，其精度对于这个目的来說已足够了。

第二法（采用于美国天文年历及基本星視位置表中）

公式：
$$\alpha=(\alpha)+d\alpha(\psi)\cdot d\psi+d\alpha(\varepsilon)\cdot d\varepsilon$$
$$\delta=(\delta)+d\delta(\psi)\cdot d\psi+d\delta(\varepsilon)\cdot d\varepsilon$$

在美国天文年历中，載有該年每天的$d\psi$与$d\varepsilon$之値和白塞尔日数；在基本星視位置表中則另列一專表（参考第25頁）。

$d\alpha(\psi),d\alpha(\varepsilon),d\delta(\psi)$及$d\delta(\varepsilon)$均制成表，列于含有每一十日星的視坐标（除掉短期項）各行的底下（参考第26頁）。

这兩个方法在数字計算上虽有区別，但其原理則相同；第二法比較方便。

下例表示1946年3月2日大熊座β星上过格林威治子午圈时視坐标的章动短期項的改正計算。

从26頁中第四、五兩欄查取：

---

❶其他的白塞尔日数是指A,B,C与D——譯者註。

章动的短期项 1946 表 I

日期	$d\psi$	$d\epsilon$	日期	$d\psi$	$d\epsilon$	日期	$d\psi$	$d\epsilon$	日期	$d\psi$	$d\epsilon$
	″	″		″	″		″	″		″	″
正月 1	−0.16	−0.06	二月16	+0.26	+0.02	四月 1	+0.01	+0.09	五月17	−0.17	−0.04
2	.10	.08	17	.22	.06	2	− .08	.09	18	.14	.07
3	− .03	.09	18	.15	.08	3	.16	.07	19	.08	.09
4	+ .05	.08	19	+ .05	.09	4	.21	+ .04	20	− .01	.09
5	.11	.06	20	− .04	.09	5	.21	− .01	21	+ .06	.08
6	+0.15	−0.02	21	−0.12	+0.07	6	−0.15	−0.05	22	+0.11	−0.05
7	.14	+ .02	22	.18	+ .03	7	− .06	.08	23	.13	− .01
8	.10	.06	23	.20	.00	8	+ .06	.09	24	.11	+ .03
9	+.02	.08	24	.19	− .04	9	.17	.08	25	+ .05	.07
10	−.08	.09	25	.15	.07	10	.25	.05	26	− .04	.09
11	−0.17	+0.08	26	−0.09	−0.09	11	+0.28	−0.01	27	−0.14	+0.09
12	.22	+ .04	27	− .01	.09	12	.26	+ .04	28	.22	.07
13	.23	.00	28	+ .07	.08	13	.21	.07	29	.26	+ 03
14	.18	− .04	三月 1	13	.05	14	.12	.09	30	.24	− .02
15	− .09	.08	2	.16	− .01	15	+ .02	.09	31	.16	.06
16	+0.03	−0.09	3	+0.14	+0.03	16	−0.07	+0.08	六月 1	−0.04	−0.09
17	.14	.08	4	+ .08	.07	17	.14	.05	2	+ .09	.10
18	.23	.05	5	− .01	.09	18	.18	+ .02	3	.21	.08
19	27	− .01	6	.10	.09	19	.19	− .02	4	.28	− .04
20	.26	+ .03	7	.17	.07	20	.18	.05	5	.31	+ .01
21	+0.21	+0.07	8	−0.21	+0.03	21	−0.13	−0.08	6	+0.27	+0.05
22	.12	.09	9	.20	− .02	22	− .07	.09	7	.20	.08
23	+ .03	.09	10	.13	.06	23	+ .01	.09	8	+ .10	.10
24	− .06	.08	11	− .03	.09	24	.08	.07	9	.00	.09
25	.14	.06	12	+ .08	.09	25	.12	− .04	10	− .08	07
26	−0.18	+0.02	13	+0.18	−0.07	26	+0.15	+0.01	11	−0.14	+0.04
27	.19	− .02	14	.25	− .04	27	.10	.05	12	.17	.00
28	.17	.05	15	.27	.00	28	+ .03	.08	13	.16	− 03
29	.12	.08	16	.24	+ .04	29	− .06	.09	14	.13	.06
30	− .05	.09	17	.17	.08	30	.16	.09	15	.08	.08
31	+0.03	−0.09	18	+0.08	+0.09	五月 1	−0.22	+0.06	16	−0.01	−0.09
二月 1	.10	.07	19	− .01	.09	2	.24	+ .01	17	+ 06	.08
2	.15	− .04	20	.10	.07	3	.20	− .04	18	.11	.06
3	.16	.00	21	.16	04	4	− .10	.08	19	.14	− .02
4	.13	+ .05	22	20	+ .01	5	+ .02	.09	20	.13	+ .02
5	+0.06	+0.08	23	−0.20	−0.03	6	+0.14	−0.09	21	+0.08	+0.06
6	− .04	.09	24	.17	.06	7	.24	.06	22	− .01	.09
7	.13	.08	25	.11	.09	8	.29	− .02	23	.11	.09
8	20	.05	26	− .04	.10	9	.29	+ .02	24	.20	.08
9	.22	+ .01	27	+ .04	.09	10	.24	.06	25	.26	+ .04
10	−0.19	−0.03	28	+0.11	−0.06	11	+0.16	+0.08	26	−0.27	0.00
11	.12	.07	29	.14	− .02	12	+ .06	.09	27	.22	− .05
12	− .01	.09	30	.14	+ .02	13	− .03	.08	28	− .11	.09
13	+ .10	.09	31	.09	.06	14	.11	.06	29	+ .02	.10
14	.20	.06	四月 1	+ .01	.09	15	.16	+ .03	30	.15	.09
15	+0.25	−0.02	2	−0.08	+0.09	16	−0.18	−0.01	七月 1	+0.25	−0.05
16	+0.26	+0.02	3	−0.16	+0.07	17	−0.17	−0.04	2	+0.30	−0.01

十日星的视位置按下式改正：

$$\Delta\alpha = d\alpha(\psi)\cdot d\psi + d\alpha(d)\cdot d\epsilon \qquad \Delta\delta = d\delta(\psi)\cdot d\psi + d\delta(\epsilon)\cdot \delta\epsilon$$

$d\psi$ 及 $d\epsilon$ 取自上表，其系数则载于每颗星的下面。

本表录自 1946 年基本星视位置表。

恒星視位置 1946

格林威治上中天

星名		58 Leonis				β Ursæ Majoris				29 G. Leonis				α Ursæ Majoris (Dubhe)			
星等，光譜		5.05		Ko		2.44		Ao		7.13		G5		1.95		Ko	
上中天		赤經		赤緯		赤經		赤緯		赤經		赤緯		赤經		赤緯	
		$10^h 57^m$		+3° 54′		$10^h 58^m$		+56° 30′		$10^h 59^m$		−3° 13′		$11^h 00^m$		+62° 02′	
		s		″		s		″		s		′ ″		s		″	
正月	1.2	45.844	322	31.94	204	35.556	522	70.31	43	51.455	319	12.01	218	24.64	59	23.80	32
	11.2	46.145	301	30.04	190	36.048	492	70.38	7	51.754	299	14.14	213	25.20	56	24.05	25
	21.1	46.416	271	28.32	172	36.495	447	71.00	62	52.022	268	16.16	202	25.71	51	24.86	81
	31.1	46.649	233	26.81	151	36.881	386	72.13	113	52.252	230	18.01	185	26.15	44	26.19	133
二月	10.1	46.838	189	25.56	125	37.196	315	73.71	158	52.439	187	19.64	163	26.51	36	27.98	179
	20.0	46.982	144	24.58	98	37.433	237	75.67	196	52.581	142	21.04	140	26.78	27	30.15	217
三月	2.0	47.078	96	23.88	70	37.587	154	77.91	224	52.678	97	22.19	115	26.95	17	32.60	245
	11.9	47.130	52	23.43	45	37.660	73	80.34	243	52.729	51	23.07	88	27.03	8	35.22	262
	21.9	47.142	12	23.23	20	37.655	5	82.84	250	52.741	12	23.71	64	27.02	1	37.90	268
	31.9	47.118	24	23.22	1	37.579	76	85.31	247	52.719	22	24.12	41	26.92	10	40.52	252
四月	10.9	47.066	52	23.41	19	37.442	137	87.65	234	52.667	52	24.32	20	26.75	17	42.98	246
	20.9	46.990	76	23.74	33	37.256	186	89.77	212	52.593	74	24.33	1	26.53	22	45.19	221
	30.9	46.897	93	24.18	44	37.032	224	91.58	181	52.502	91	24.17	16	26.25	28	47.07	188
五月	10.8	46.795	102	24.71	53	36.783	249	93.04	146	52.401	101	23.87	30	25.95	30	48.55	148
	20.8	46.688	107	25.29	58	36.520	263	94.09	105	52.294	107	23.44	43	25.62	33	49.58	103
	30.8	46.581	107	25.90	61	36.254	266	94.70	61	52.187	107	22.91	53	25.29	33	50.15	57
六月	9.7	46.477	104	26.54	64	35.996	258	94.86	16	52.083	104	22.30	61	24.97	32	50.23	8
	19.7	46.380	97	27.18	64	35.753	243	94.57	29	51.983	100	21.61	69	24.67	30	49.83	40
	29.7	46.294	86	27.80	62	35.532	221	93.84	73	51.894	89	20.88	73	24.39	28	48.96	87
七月	9.7	46.219	75	28.38	58	35.341	191	92.69	115	51.816	78	20.11	77	24.15	24	47.64	132
	19.6	46.161	58	28.90	52	35.184	157	91.14	155	51.752	64	19.34	77	23.95	20	45.91	173
	29.6	46.118	43	29.35	45	35.065	119	89.23	191	51.705	47	18.59	75	23.79	16	43.80	211
八月	8.6	46.096	22	29.70	35	34.989	76	86.99	224	51.678	27	17.90	69	23.68	11	41.35	245
	18.6	46.096	—	29.92	22	34.959	30	84.47	252	51.673	5	17.30	60	23.63	5	38.62	273
	28.5	46.122	26	29.99	7	34.978	19	81.72	275	51.695	20	16.83	47	23.64	1	35.65	297
九月	7.5	46.177	55	29.87	12	35.050	72	78.78	294	51.742	49	16.52	31	23.71	7	32.51	314
	17.5	46.262	85	29.55	32	35.176	126	75.70	308	51.823	81	16.42	10	23.84	13	29.24	327
	27.4	46.380	118	29.00	55	35.360	184	72.54	316	51.938	115	16.55	13	24.04	20	25.91	333
十月	7.4	46.536	156	28.19	81	35.602	242	69.36	318	52.090	152	16.96	41	24.31	27	22.58	333
	17.4	46.727	191	27.12	107	35.903	301	66.23	313	52.280	190	17.66	70	24.65	34	19.33	325
	27.4	46.965	228	25.81	131	36.261	358	63.22	301	52.506	226	18.66	100	25.05	40	16.23	310
十一月	6.3	47.247	262	24.24	157	36.673	412	60.39	283	52.766	260	19.96	130	25.52	47	13.35	288
	16.3	47.508	291	22.47	177	37.133	460	57.83	256	53.056	290	21.53	157	26.04	52	10.77	258
	26.3	47.824	316	20.52	195	37.631	498	55.61	222	53.370	314	23.35	182	26.60	56	08.57	220
十二月	6.3	48.155	331	18.46	206	38.156	525	53.80	181	53.700	330	25.35	200	27.20	60	06.81	175
	16.2	48.492	337	16.35	211	38.694	538	52.45	135	54.036	336	27.49	214	27.81	61	05.56	125
	26.2	48.825	333	14.25	210	39.229	535	51.61	84	54.367	331	29.68	219	28.42	61	04.85	71
	36.2	49.144	319	12.24	201	39.745	516	51.32	29	54.683	316	31.88	220	29.01	59	04.71	14
			293		187		480		26		291		211		54		44
平位置		46.304(4)		28.31(6)		35.760(8)		80.27(6)		51.909(15)		17.97(26)		24.726(8)		34.57(6)	
sec δ, tan δ		+1.002		+0.068		+1.820		+1.521		+1.002		−0.056		+2.133		+1.884	
二次中天日期		三月七日				三月七日				三月七日				三月八日			
dα(ψ), dδ(ψ)		+0.062		−0.38		+0.072		−0.38		+0.061		−0.38		+0.07		−0.38	
dα(ε), dδ(ε)		+0.004		+0.27		+0.098		+0.27		−0.004		+0.26		+0.12		+0.26	
来源及星号		A.E.		1284		B.J.		416		N.A.		1285		B.J.		417	

本表录自 1946 年基本星視位置表。

$$(\alpha)=10^h58^m37^s.587 \qquad (\delta)=+56°39'77''.91$$
$$d\alpha(\psi)=+0.072 \qquad d\delta(\psi)=-0.38$$
$$d\alpha(\varepsilon)=+0.098 \qquad d\delta(\varepsilon)=+0.27$$

并从 25 頁第五及第三兩欄：

$$d\psi=+0.16 \qquad d\varepsilon=-0.01$$

于是有：

$$d\alpha(\psi)\cdot d\psi+d\alpha(\varepsilon)\cdot d\varepsilon=(+0.072)(+0.16)+(+0.098)(-0.01)=+0^s.011$$
$$d\delta(\psi)\cdot d\psi+d\delta(\varepsilon)\cdot d\varepsilon=(-0.38)(+0.16)+(0.27)(-0.01)=-0''.06$$

因此 $\alpha=10^h58^m37^s.598 \qquad \delta=+56°40'17''.85$

2.8.5 另一种的化算法

另一种將观测年首的平坐标化算到观测时刻的視坐标的方法(包括章动短期項)如下：

美国天文年历中所采用的公式为：

$$\alpha=\bar{\alpha}+f+f'+\frac{1}{15}g\sin(G+\bar{\alpha})\tan\bar{\delta}+\frac{1}{15}h\sin(H+\bar{\alpha})\sec\bar{\delta}+\tau\mu_\alpha$$

$$\delta=\bar{\delta}+i\cos\bar{\delta}+\quad g\cos(G+\bar{\alpha})\quad+\quad h\cos(H+\bar{\alpha})\sin\bar{\delta}+\tau\mu\delta.$$

上式中 f,f',g,h,i,G 及H为独立日数或独立星数。这些星数或其对数按該年的每天列表載于美国天文年历中（第 28 頁）。

在英国航海历書及法国天文年历中所采用的公式略为不同；該兩年历中章动的短周期項（上兩式中包括此項）的影响是分成几項来表示。虽然 g 与G 为不同大小的数量，然而仍采用同样形式。

如果仅需要少数一兩顆星的視位置时，有些土地測量师与天文学家認为独立星数較白塞尔星数便利。其实这个便利也不太大。

2.8.6 实用的天文坐标化算法

§§ 2.8.2，2.8.3 及 2.8.4 曾討論到 § 2.8.1 中所提及的三个化算步驟。实际工作中必須按数据的种类性質来决定采用这些步驟中的一个或几个。茲分为四种不同的情况：

a. 設星表載着某年岁首的平坐标，則所有三个步驟都要应用。

b. 天文年历对于所列的星均載有平坐标及視坐标。但在某些年历中，載有視坐标的恒星的数目少于載有平坐标的恒星的数目（或者以前曾經如此）。对于視坐标表內未載出的恒星，若將其換算到視位置，必須应用第二步驟，而在十日星的情形中也要用到第三步驟（参考 c）。

c. 在年历中所載的大多数十日星的坐标不包括章动的短期項。其原因之一就是这些項的周期与表列坐标值的十日間隔相比是很短的。如果坐标値中包括短期項，当然不可能应用內插。因此，便將这些項除外，但是如果需要精确的話，还必須計算，并应用第三个步驟。

d. 年历中載有拱極星的完全坐标，其中包括短期項。在这种情形中，根据就不需要化算，但是仍要就观測时刻进行內插計算。太陽屬于这种范疇，其完全視坐标均按日列載。

于此，我們再談一些实用上的問題。在1932年的国际天文学会上曾建議采取措施，以避免在將来的各国年历中重复印刷。这个建議使得各国天文年历作了相当多的刪減，并在每年刊印一种單行本，其中包含 1483 顆十日星以及 52 顆拱極星的平坐标及視坐标。由国际合作而产生的这一本星表名为“19……年基本星的視位置表”（参考 21 頁）。这个發展对

独立星数 1939

以世界时或格林威治民用时 0^h 为准

日期（恒星时）	τ	f	f′	G		H		Log g	Log h	i	Log i
		时	时	度	时	度	时				
	y	s	s	°	h m	°	h m			″	
正月 1	−0.0007	+0.780	−0.016	54 48	3 39.2	351 7	23 24.4	0.9360	1.3101	−1.37	0.1364n
2	+0.0020	0.791	0.015	54 34	3 38.2	350 10	23 20.7	0.9396	1.3099	1.51	0.1793n
3	0.0048	0.802	0.012	54 12	3 36.8	349 14	23 16.9	0.9436	1.3097	1.65	0.2185n
4	0.0075	0.812	−0.006	53 43	3 34.9	348 17	23 13.1	0.9473	1.3094	1.80	0.2541n
5	0.0102	0.822	+0.001	53 7	3 32.5	347 21	23 9.4	0.9505	1.3092	1.94	0.2869n
(7.0)^h 6	0.0130	+0.833	+0.007	52 29	3 29.9	346 24	23 5.6	0.9530	1.3089	−2.08	0.3174n
7	0.0157	0.843	0.012	51 50	3 27.3	345 27	23 1.8	0.9544	1.3086	2.22	0.3457n
8	0.0185	0.853	0.014	51 16	3 25.1	344 30	22 58.0	0.9551	1.3082	2.36	0.3722n
9	0.0212	0.863	0.012	50 50	3 23.3	343 34	22 54.2	0.9653	1.3079	2.49	0.3969n
10	0.0239	0.874	0.008	50 30	3 22.0	342 37	22 50.4	0.9554	1.3075	2.63	0.4201n
11	0.0267	+0.884	+0.003	50 18	3 21.2	341 40	22 46.6	0.9560	1.3071	−2.77	0.4422n
12	0.0294	0.894	−0.002	50 10	3 20.7	340 42	22 42.8	0.9573	1.3067	2.90	0.4630n
13	0.0321	0.904	0.005	50 4	3 20.2	339 45	22 39.0	0.9593	1.3063	3.04	0.4827n
14	0.0349	0.914	0.007	49 55	3 19.6	338 48	22 35.2	0.9619	1.3058	3.17	0.5015n
15	0.0376	0.923	0.006	49 41	3 18.8	337 50	22 31.3	0.9650	1.3054	3.30	0.5192n
16	0.0404	+0.933	−0.004	49 23	3 17.6	336 52	22 27.5	0.9680	1.3049	−3.44	0.5362n
17	0.0431	0.943	0.000	49 0	3 16.0	335 55	22 23.6	0.9707	1.3044	3.57	0.5524n
18	0.0458	0.952	+0.003	48 34	3 14.3	334 57	22 19.8	0.9730	1.3039	3.70	0.5678n
19	0.0486	0.962	0.007	48 6	3 12.4	333 59	22 15.9	0.9748	1.3034	3.82	0.5827n
20	0.0513	0.971	0.009	47 38	3 10.5	333 1	22 12.0	0.9760	1.3029	3.95	0.5969n
(8.0)^h 21	0.0540	+0.981	+0.010	47 11	3 8.8	332 2	22 8.2	0.9769	1.3023	−4.08	0.6105n
22	0.0568	0.990	0.009	46 46	3 7.1	331 4	22 4.3	0.9772	1.3018	4.20	0.6237n
23	0.0595	0.999	0.007	46 25	3 5.6	330 5	22 0.4	0.9773	1.3012	4.33	0.6362n
24	0.0623	1.008	+0.003	46 7	3 4.5	329 7	21 56.5	0.9773	1.3006	4.45	0.6483n
25	0.0650	1.017	−0.002	45 54	3 3.6	328 8	21 52.5	0.9774	1.3000	4.57	0.6598n
26	0.0677	+1.026	−0.007	45 45	3 3.0	327 9	21 48.6	0.9778	1.2994	−4.69	0.6710n
27	0.0705	1.034	0.012	45 39	3 2.6	326 10	21 44.7	0.9788	1.2988	4.81	0.6818n
28	0.0732	1.043	0.015	45 34	3 2.3	325 10	21 40.7	0.9804	1.2982	4.92	0.6921n
29	0.0760	1.051	0.016	45 27	3 1.8	324 11	21 36.7	0.9827	1.2976	5.04	0.7021n
30	0.0787	1.060	0.014	45 15	3 1.0	323 12	21 32.8	0.9856	1.2969	5.15	0.7116n
31	0.0814	+1.069	−0.009	44 57	2 59.8	322 12	21 28.8	0.9886	1.2963	−5.26	0.7209n
二月 1	0.0842	1.077	−0.003	44 33	2 58.2	321 12	21 24.8	0.9915	1.2956	5.37	0.7298n
2	0.0869	1.085	+0.004	44 3	2 56.2	320 12	21 20.8	0.9938	1.2950	5.48	0.7385n
3	0.0896	1.093	0.009	43 31	2 54.1	319 11	21 16.8	0.9953	1.2943	5.58	0.7468n
4	0.0924	1.101	0.012	43 1	2 52.0	318 11	21 12.7	0.9960	1.2937	5.69	0.7548n
(9.0)^h 5	0.0951	+1.109	+0.012	42 35	2 50.3	317 10	21 8.7	0.9962	1.2930	−5.79	0.7626n
6	0.0979	1.116	0.009	42 16	2 49.1	316 10	21 4.7	0.9959	1.2924	5.89	0.7701n
7	0.1006	1.124	+0.005	42 5	2 48.3	315 9	21 0.6	0.9958	1.2917	5.99	0.7773n
8	0.1033	1.132	0.000	41 59	2 47.9	314 8	20 56.5	0.9961	1.2910	6.08	0.7842n
9	0.1061	1.139	−0.004	41 57	2 47.8	313 7	20 52.4	0.9971	1.2904	6.18	0.7909n
10	0.1088	+1.147	−0.007	41 55	2 47.6	312 5	20 48.3	0.9988	1.2897	−6.27	0.7974n
11	0.1115	1.154	0.007	41 50	2 47.3	311 4	20 44.2	1.0010	1.2890	6.36	0.8037n
12	0.1143	1.161	0.005	41 41	2 46.7	310 2	20 40.1	1.0035	1.2884	6.45	0.8097n
13	0.1170	1.168	−0.001	41 26	2 45.7	309 0	20 36.0	1.0058	1.2877	6.54	0.8154n
14	0.1198	1.175	+0.003	41 8	2 44.5	307 58	20 31.9	1.0078	1.2871	6.62	0.8210n
15	0.1225	+1.182	+0.006	40 47	2 43.2	306 56	20 27.7	1.0094	1.2865	−6.71	0.8264n
16	0.1252	+1.189	+0.009	40 26	2 41.7	305 53	20 23.6	1.0105	1.2858	−6.79	0.8316n

本表录自 1939 年美国星历 A. E.

太　陽 1946

日期	視赤徑		視赤緯		視半徑	时差 眞时一平时		視恒星时
	h m s	s	° ′ ″	″	′ ″	m s	s	h m s
正月 1	18 43 24.49	265.08	−23 04 15.7	+288.6	16 17.47	−3 14.77	−28.52	6 40 09.709
2	18 47 49.57	264.75	22 59 27.1	316.2	16 17.47	3 43.29	28.20	6 44 06.270
3	18 52 14.32	264.40	22 54 10.9	343.6	16 17.47	4 11.49	27.84	6 48 02.833
4	18 56 38.72	264.01	22 48 27.3	370.7	16 17.47	4 39.33	27.45	6 51 59.396
5	19 01 02.73	263.59	22 42 16.6	397.8	16 17.46	5 06.78	27.03	6 55 55.958
6	19 05 26.32	263.13	−22 35 38.8	+424.6	16 17.45	−5 33.81	−26.57	6 59 52.518
7	19 09 49.45	262.64	22 28 34.2	451.3	16 17.44	6 00.38	26.09	7 03 49.076
8	19 14 12.09	262.13	22 21 02.9	477.6	16 17.42	6 26.47	25.56	7 07 45.631
9	19 18 34.22	261.58	22 13 05.3	503.8	16 17.40	6 52.03	25.03	7 11 42.184
10	19 22 55.80	261.00	22 04 41.5	529.6	16 17.37	7 17.06	24.45	7 15 38.735
11	19 27 16.80	260.41	−21 55 51.9	+555.3	16 17.34	−7 41.51	−23.85	7 19 35.287
12	19 31 37.21	259.79	21 46 36.6	580.6	16 17.30	8 05.36	23.23	7 23 31.842
13	19 35 57.00	259.16	21 36 56.0	605.7	16 17.26	8 28.59	22.60	7 27 28.399
14	19 40 16.16	258.49	21 26 50.3	630.4	16 17.21	8 51.19	21.93	7 31 24.959
15	19 44 34.65	257.83	21 16 19.9	655.0	16 17.16	9 13.12	21.27	7 35 21.522
16	19 48 52.48	257.14	−21 05 24.9	+679.1	16 17.10	−9 34.39	−20.59	7 39 18.087
17	19 53 09.62	256.44	20 54 05.8	702.9	16 17.03	9 54.98	19.88	7 43 14.651
18	19 57 26.06	255.73	20 42 22.9	726.5	16 16.96	10 14.86	19.18	7 47 11.214
19	20 01 41.79	255.02	20 30 16.4	749.7	16 16.88	10 34.04	18.46	7 51 07.773
20	20 05 56.81	254.29	20 17 46.7	772.6	16 16.79	10 52.50	17.73	7 55 04.330
21	20 10 11.10	253.54	−20 04 54.1	+795.1	16 16.70	−11 10.23	−16.99	7 59 00.884
22	20 14 24.64	252.80	19 51 39.0	817.4	16 16.61	11 27.22	16.24	8 02 57.435
23	20 18 37.44	252.05	19 38 01.6	839.2	16 16.50	11 43.46	15.49	8 06 53.986
24	20 22 49.49	251.27	19 24 02.4	860.7	16 16.40	11 58.95	14.72	8 10 50.537
25	20 27 00.76	250.51	19 09 41.7	881.8	16 16.28	12 13.67	13.94	8 14 47.089
26	20 31 11.27	249.72	−18 54 59.9	+902.6	16 16.17	−12 27.61	−13.17	8 18 43.643
27	20 35 20.99	248.93	18 39 57.3	923.0	16 16.04	12 40.78	12.38	8 22 40.199
28	20 39 29.92	248.14	18 24 34.3	943.0	16 15.92	12 53.16	11.58	8 26 36.756
29	20 43 38.06	247.34	18 08 51.3	962.6	16 15.79	13 04.74	10.78	8 30 33.315
30	20 47 45.40	246.53	17 52 48.7	981.8	16 15.65	13 15.52	9.97	8 34 29.876
31	20 51 51.93	245.72	−17 36 26.9	+1000.6	16 15.52	−13 25.49	−9.17	8 38 26.437
二月 1	20 55 57.65	244.90	17 19 46.3	1019.1	16 15.38	13 34.66	8.35	8 42 22.997
2	21 00 02.55	244.09	17 02 47.2	1037.0	16 15.23	13 43.01	7.53	8 46 19.556
3	21 04 06.64	243.26	16 45 30.2	1054.6	16 15.09	13 50.54	6.71	8 50 16.112
4	21 08 09.90	242.44	16 27 55.6	1071.8	16 14.94	13 57.25	5.88	8 54 12.666
5	21 12 12.34	241.61	−16 10 03.8	+1088.5	16 14.79	−14 03.13	−5.06	8 58 09.217
6	21 16 13.95	240.79	15 51 55.3	1104.8	16 14.63	14 08.19	4.23	9 02 05.767
7	21 20 14.74	239.97	15 33 30.5	1120.6	16 14.47	14 12.42	3.41	9 06 02.316
8	21 24 14.71	239.14	15 14 49.9	1136.0	16 14.31	14 15.83	2.59	9 09 58.867
9	21 28 13.85	238.34	14 55 53.9	1151.1	16 14.15	14 18.42	1.78	9 13 55.421
10	21 32 12.19	237.53	−14 36 42.8	+1165.6	16 13.98	−14 20.20	−0.97	9 17 51.978
11	21 36 09.72	236.73	14 17 17.2	1179.7	16 13.81	14 21.17	−0.18	9 21 48.537
12	21 40 06.45	235.96	13 57 37.5	1193.5	16 13.63	14 21.35	+0.60	9 25 45.099
13	21 44 02.41	235.18	13 37 44.0	1206.8	16 13.45	14 20.75	1.37	9 29 41.660
14	21 47 57.59	234.43	13 17 37.2	1219.7	16 13.26	14 19.38	2.12	9 33 38.221
15	21 51 52.02	233.69	−12 57 17.5	+1232.3	16 13.07	−14 17.26	+2.86	9 37 34.779
16	21 55 45.71		12 36 45.2		16 12.87	−14 14.40		9 41 31.334

本表录自 1946 年英国航海历書 *N.A.*

太　陽 1946

日期	平春分点 1950.0 黄經		1950.0 黄緯	1946.0 黄緯	地球向徑		黄經岁差	黄經章动	赤徑章动	恒星时0h的世界时
	° ′ ″	″	″	″			″	″	s	h m s
正月 1	280 02 28.0	3670.4	−1.44	+0.37	0.983 3372	−49	0.01	−16.78	−1.036	17 16 59.934
2	281 03 38.4	3670.5	1.56	0.24	.983 3323	−9	0.14	16.74	.030	17 13 04.018
3	282 04 48.9	3670.6	1.69	+0.10	.983 3314	+29	0.28	16.69	.023	17 09 08.101
4	283 05 59.5	3670.4	1.81	−0.03	.983 3343	67	0.42	16.65	.015	17 05 12.185
5	284 07 09.9	3670.3	1.92	0.14	.983 3410	105	0.56	16.60	.009	17 01 16.270
6	285 08 20.2	3670.1	−2.02	−0.25	0.983 3515	+144	0.69	−16.56	−1.004	16 57 20.357
7	286 09 30.3	3669.7	2.09	0.34	.983 3659	184	0.83	16.52	.002	16 53 24.447
8	287 10 40.0	3669.2	2.13	0.39	.983 3843	226	0.97	16.48	.002	16 49 28.540
9	288 11 49.2	3668.7	2.14	0.42	.983 4069	272	1.11	16.44	.004	16 45 32.634
10	289 12 57.9	3668.2	2.12	0.41	.983 4341	319	1.24	16.40	.008	16 41 36.728
11	290 14 06.1	3667.5	−2.06	−0.37	0.983 4660	+371	1.38	−16.36	−1.011	16 37 40.820
12	291 15 13.6	3666.9	1.98	0.30	.983 5031	426	1.52	16.32	1.012	16 33 44.910
13	292 16 20.5	3666.2	1.86	0.20	.983 5457	482	1.66	16.29	1.010	16 29 48.996
14	293 17 26.7	3665.6	1.72	−0.08	.983 5939	543	1.80	16.25	1.005	16 25 53.080
15	294 18 32.3	3664.9	1.57	+0.07	.983 6482	604	1.93	16.22	0.998	16 21 57.162
16	295 19 37.2	3664.3	−1.41	+0.21	0.983 7086	+668	2.07	−16.19	−0.989	16 18 01.243
17	296 20 41.5	3663.7	1.26	0.34	.983 7754	733	2.21	16.16	.980	16 14 05.326
18	297 21 45.2	3663.2	1.11	0.47	.983 8487	797	2.35	16.13	.973	16 10 09.411
19	298 22 48.4	3662.6	0.98	0.58	.983 9284	859	2.48	16.10	.968	16 06 13.500
20	299 23 51.0	3662.2	0.88	0.66	.984 0143	920	2.62	16.07	.967	16 02 17.591
21	300 24 53.2	3661.7	−0.81	+0.71	0.984 1063	+978	2.76	−16.05	−0.969	15 58 21.684
22	301 25 54.9	3661.3	0.76	0.74	.984 2041	1034	2.90	16.02	.972	15 54 25.779
23	302 26 56.2	3660.7	0.75	0.73	.984 3075	1086	3.03	16.00	.977	15 50 29.874
24	303 27 56.9	3660.2	0.76	0.70	.984 4161	1137	3.17	15.98	.981	15 46 33.968
25	304 28 57.1	3659.7	0.79	0.65	.984 5298	1184	3.31	15.96	.984	15 42 38.061
26	305 29 56.8	3659.0	−0.85	+0.57	0.984 6482	+1229	3.45	−15.94	−0.986	15 38 42.152
27	306 30 55.8	3658.5	0.92	0.48	.984 7711	1271	3.58	15.92	.986	15 34 46.241
28	307 31 54.3	3657.7	1.02	0.36	.984 8982	1311	3.72	15.91	.984	15 30 50.328
29	308 32 52.0	3657.0	1.13	0.23	.985 0293	1348	3.86	15.90	.980	15 26 54.414
30	309 33 49.0	3656.2	1.23	+0.10	.985 1641	1384	4.00	15.88	.974	15 22 58.499
31	310 34 45.2	3655.3	−1.34	−0.03	0.985 3025	+1416	4.13	−15.87	−0.969	15 19 02.585
二月 1	311 35 40.5	3654.3	1.43	0.15	.985 4441	1447	4.27	15.86	.964	15 15 06.671
2	312 36 34.8	3653.2	1.52	0.26	.985 5888	1478	4.41	15.86	.961	15 11 10.760
3	313 37 28.0	3652.1	1.58	0.35	.985 7366	1506	4.55	15.85	.960	15 07 14.851
4	314 38 20.1	3650.8	1.62	0.41	.985 8872	1535	4.69	15.85	.961	15 03 18.945
5	315 39 10.9	3649.5	−1.63	−0.45	0.986 0407	+1566	4.82	−15.84	−0.965	14 59 23.040
6	316 40 00.4	3648.0	1.61	0.46	.986 1973	1599	4.96	15.84	.971	14 55 27.137
7	317 40 48.4	3646.5	1.56	0.43	.986 3572	1632	5.10	15.84	.977	14 51 31.232
8	318 41 34.9	3644.9	1.47	0.37	.986 5204	1670	5.24	15.85	.981	14 47 35.326
9	319 42 19.8	3643.3	1.35	0.28	.986 6874	1709	5.37	15.85	.983	14 43 39.416
10	320 43 03.1	3641.7	−1.21	−0.16	0.986 8583	+1750	5.51	−15.85	−0.981	14 39 43.503
11	321 43 44.8	3640.0	1.06	−0.04	.987 0333	1796	5.65	15.86	.977	14 35 47.588
12	322 44 24.8	3638.4	0.89	+0.10	.987 2129	1843	5.79	15.87	.971	14 31 51.673
13	323 45 03.2	3636.8	0.73	0.23	.987 3972	1892	5.92	15.88	.965	14 27 55.758
14	324 45 40.0	3635.2	0.58	0.35	.987 5864	1942	6.06	15.89	.960	14 23 59.845
15	325 46 15.2	3633.6	−0.45	+0.46	0.987 7806	+1992	6.20	−15.91	−0.957	14 20 03.934
16	326 46 48.8		−0.34	+0.54	0.987 9798		6.34	−15.92	−0.958	14 16 08.027

本表录自1946年英国航海历書 *N.A.*

于土地测量师是非常有益的，因为他所必需观测的大部分恒星均列載于該表中。如果土地測量师有了該年的視位置表，那末他很少需要寻找其他星表。他可以利用視位置，而且他的化算工作也仅是限于应用第三步驟化算十日星而已。甚至連这种的化算通常都可以略去，因其最大値在赤經上也不过是$\pm 0^s.020 \pm 0^s.008 \tan\delta$，在赤緯上是$\pm 0''.13$。

此外，土地測量师当然还必須在表列値之間进行內插。在測量工作上用簡單比例进行內插往往是認为正当的（此法不能应用于太陽的坐标，事实上太陽坐标也不列載于視位置表中）。

除了"視位置表"以外，土地測量师还需要在21頁上所提过的各国年历中的一种，以便求得太陽的視坐标（参考29頁及30頁）及其他不包括在視位置表中但可能是測量工作者所需要的数据。当从天文年历中求出太陽的赤緯时（太陽的赤經对于土地測量师通常是沒有多大用处的），有时需要按二次差进行內插，視內插的第二項数値以及所需要的精度而定。

內插的第二項为：

$$\Delta_2\delta = \frac{1}{2}x(x-1)\Delta^2\delta$$

上式中：

$\Delta^2\delta$＝赤緯的二次差。

x＝从午夜到观測时刻所相隔的一段时間，以几分之一日来表示。

$\Delta_2\delta$ 可用列綫圖2（169頁）極易算得。

例：求1946年正月2日格林威治平太陽时8^h太陽的視赤緯（参考§3.3中关于时的一章）。

在此情形中，$x=\frac{8}{24}=0.33$。从29頁中查得：

$$\delta\text{（正月2日，}0^h\text{G.M.T.）}=-22°59'27''.1$$

$$\Delta^1\delta = \quad +316''.2$$

$$\Delta^2\delta = +(+343''.6)-(+316''.2) = \quad +27''.4$$

內插程序如下：

內插的第一項为：

$$\Delta_1\delta = x\cdot\Delta^1\delta = 0.33(+316''.2) = +105''.4$$

用列綫圖所算得的內插的第二項为：$\Delta_2\delta = -3''.0$

因此：

$$\delta\text{(正月2日，}8^h\text{G.M.T.)} = -22°59'27''.1+105''.4-3''.0 = -22°57'44''.7.$$

§2.9 地方的天文坐标

經过大地水准面上某一点而又垂直于該点的鉛垂綫的平面是一个地平面。它与天球相交成为一个大圓——地平圈，此地平圈之極是为天頂（圖12）。

任何包含該点鉛垂綫的平面必垂直于此地平面并名为豎面。它与天球相交成为一个大圓，此大圓經过天頂并垂直于地平圈；名为地平經圈。

今有两个特殊的地平經圈（圖12）：

1.經过北極的地平經圈（因此也必然經过南極）是为子午圈。

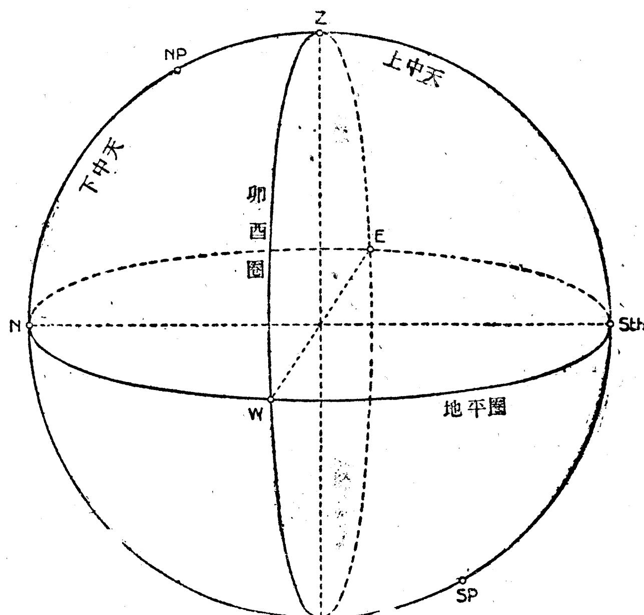


圖 12. 地平圈，子午圈，卯酉圈

2. 垂直于子午圈的地平經圈是为卯酉圈。

子午圈与地平圈交于北点N和南点Sth；卯酉圈交地平圈于东西两点，各为E及W。

南北極將子午圈分为两个相等部分；包含天頂的部分名为上子午圈；其他一部分名为下子午圈。

一恒星的位置可以用直角坐标来表示：

a＝沿地平圈向东量取的北点与恒星地平經圈之間的球面距离，此距离名为方位角，有些規定从南点起計算方位角，但本書則按大地測量的習慣。

h＝从星到地平圈的球面距离，名为高度。

表示这些坐标的圖13为从天球天頂俯視的一个圖，此圖也同样表示出恒星的極坐标：

a＝向东量取的北子午圈与恒星地平經圈之間的夾角：方位角。

z＝天頂与恒星之間的球面距离，名为天頂距；$z=90°-h$。

另外一种坐标也常用到的（圖13）：

t＝向西量取的上子午圈与恒星子午圈之間的夾角，名为时角。t 可用时間單位也可用角度單位来表示。

还有一个数量可以順便解釋：

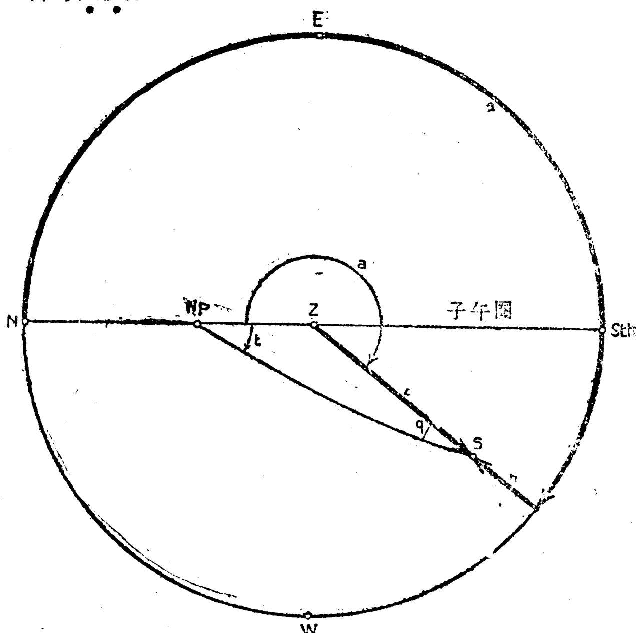


圖 13. 恒星的地方直角坐标与極坐标

q＝恒星的子午圈与其他平經圈之間的夾角，名为星位角。

地球及在其上的任何观測者均圍繞着軸$NP-SP$而旋轉。他幷不直接感到这个旋轉而把他的运动解釋成天球及其星辰的相对視运动。因此任何星体似乎沿着平行于赤道的小圓而运行。某些星（例如在圖 14 中的S_1）永远在地平圈的上方，是可以看到的，至少是在夜晚可以。其他的星（例如S_2）只有在一天 24 小时中的一部分时間內居于地平圈的上方，而另一些星（例如S_3）則永远在地平圈的下方。

星体的这种视运动使得地方坐标 a, h 及 t 不为常数而是連續地在变化着。重要的是当这些星的坐标达到極限值时星的位置。

当星經过观測者的子午圈时，其高度 h 为極大；此时叫做星过子午圈或簡称中天，从圖13可知在中天时刻时角 $t=0°$ 或 180°。在前一种情况中，高度为極大，叫做上过子午圈或上中天(圖 14 中的 UC_1 及 UC_2)。在后一种情形中，高度为極小，叫做下过子午圈或下中天(圖 14 中的 LC_1)。

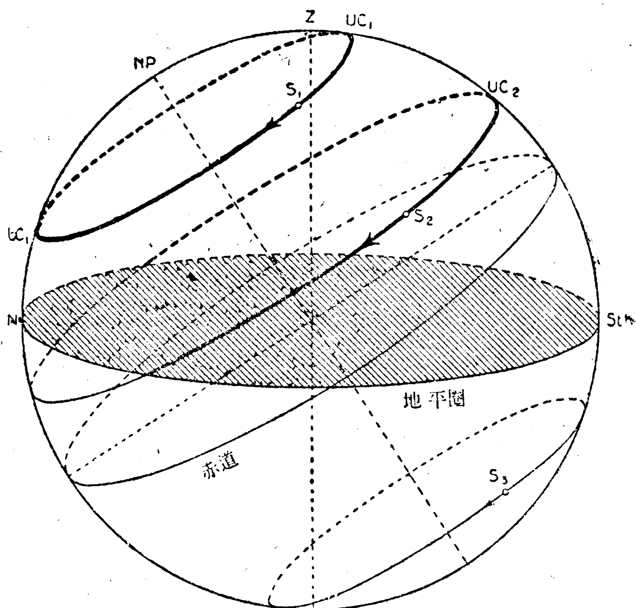


圖 14. 天球的視运动

在中天时刻星体运动的方向是垂直于子午圈，也就是說运动的方向是水平的。如果在此时刻瞄准星体，則在望远鏡的視場中，星影平行着横絲而移动。从圖 14 很显然看出，如果球面距离 $NP-UC_1$（即星的極距）小于球面距离 $NP-Sth$（观測者的余緯度+90°）时，則恒星必在地平綫上方上中天，也就是說

$$p<\Phi+90° \text{ 或 } \delta>\varphi-90°.$$

同样，星体在地平圈上方下中天則必須：

$$p<\varphi \text{ 或 } \delta>90°-\varphi.$$

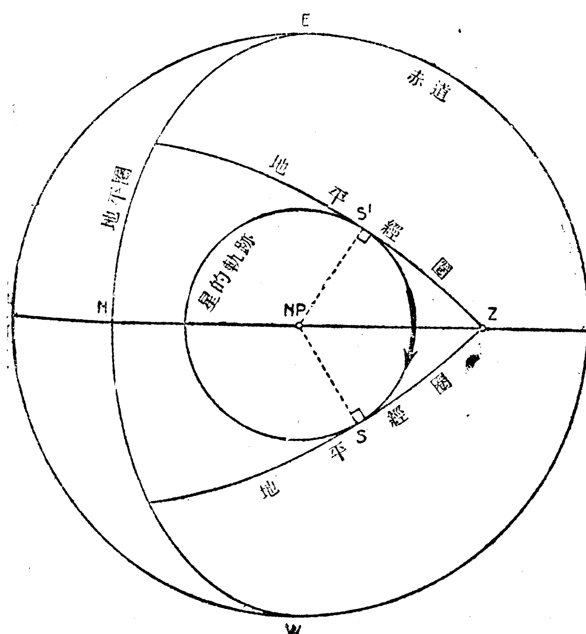


圖 15. 恒星在大距

圖15表示从北極俯視的天球，其中画了恒星的运行軌道。显然，当星体在地平經圈与其軌道相切的兩点之一（S 或 S'）时，星体的方位角达于極限值。

此时恒星到达大距；我們必須区别西大距（S）与东大距（S'）。在此时刻星位角度为 90°或 270°。

在大距时的星体，沿着地平經圈移动——亦即垂直移动——历时不到一秒。观測者在此时刻可以在望远鏡內看到星影平行着豎絲移动。

圖15表示出，只要观測者的天頂位于恒星軌道之外，換句話說，只要恒星軌道的半徑（亦即恒星的極距 p）小于距离 $NP-Z$（亦即观測者的余緯度 Φ）。便有可能作出切于恒星軌道的地平經圈；此条件可以下列符号表示之：

$$p<\Phi \text{ 因此 } \delta>\varphi.$$

此外，还可看出

$$ZS=ZS'<NP-Z \text{ 或 } z<\Phi$$

因此：

$$h>\varphi$$

对于在南半球上的测站，同样有：

$$\delta<\varphi \text{ 或 } h>(-\varphi)$$

§2.10 星　等

在天文物理学中，星体是按各种特性来分类的，視亮度便是其中之一；这是选择与識别星体时的一个重要因素，所以"星等"的规定对于实用天文学也有用处的。

設某星 S_1 的亮度为另一星 S_2 的 x 倍；則其星等 m_1 及 m_2 必須滿足下式：

$$m_1=m_2-\sqrt[5]{100}\log x=m_2-2.512\ \log x$$

因此星愈亮，則其星等便愈小；例如一等星 $m_1=1$ 比六等星（$m_2=6$）要亮 100 倍。（$x=100$）。

昴宿五（金牛座 α 星）約为一等星($m=1.06$)；北極星（大熊座 α 星）为 2.12 等星；最亮的星为天狼星（α Canis Majoris，$m=-1.58$）。

第三章 时

§3.1 概 述

在以前的几章中已經叙述了地球受到了四种运动：这些运动和它們的結果是：

运 动	結 果
(a) 地球繞極軸的每日自轉.	(a) 各天頂对于星体的周日运轉。
(b) 天軸对于黄道的日月岁差和章动。	(b) 春分点沿黄道的运动。
(c) 行星岁差。	(c) 春分点沿赤道的运动。
(d) 地球繞太陽的軌道运动。	(d) 地球沿黄道在日心天球上的运动。

在本章和下章中，假定地球只是受到了行星岁差的影响。这样，由于地球运动的反映，引起了下列各种的視运动（除了 c′ 是眞动以外）。

运 动	結 果
(a′) 天球繞天軸的周日运动。	(a′) 太陽、恒星、春分点等等对于天頂的周日运动。
(b′) 黄道軸对于赤道的日月岁差和章动。	(b′) 春分点沿赤道的运动。
(c′) 行星岁差。	(c′) 春分点沿赤道的运动。
(d′) 太陽繞地球的軌道运动。	(d′)太陽在地心天球上沿黄道的运动。

如果上述第一表中 (b) 的运动代以第二表中(b′) 的运动，就等于假定赤道是固定不动，而黄道則由于日月岁差和章动的結果而运动着。倣照前几章对于赤道的处理办法，我們現在引出一个眞黄道——受到日月行星岁差和章动的影响——和一个平黄道——仅受到日月行星岁差的影响，而不受章动的影响。眞黄道和赤道的交点称为眞春分点；平黄道与赤道相交于平春分点。

也像我們处理地球运动的結果一样，我們可以認为天頂点是天球上的固定点，而星体对于天頂点連續地运动着。因此，星体对于天頂的位置是时間的函数，反之亦然。为了表示天頂与星体的瞬間相互位置，則必須將时刻作为一个指标，或是一个“坐标”。反之亦然，天頂和星体的相互位置表示时間过程中的一个瞬間。这兩种性質都应用在大地天文測量工作中。

我們进一步追問一下，是否可以利用天頂和星体間相互位置的連續变化来計时，也就是表示連續的等間隔的时間。計时的最現实基础是一种單周期現象；就是以周期作为时間的單位。假定星体的視运动是等速地繞天軸旋轉，那末任何星体的时角是一个單周期变化的量，因此适合于作为計时的基础。实际上恒星运动是受到自行、章动、光行差和視差等的复杂影响。所以恒星的时角不适于直接計时。

但是平春分点的时角倒是很适宜，在下节中將加以証明。

§3.2 恒 星 时

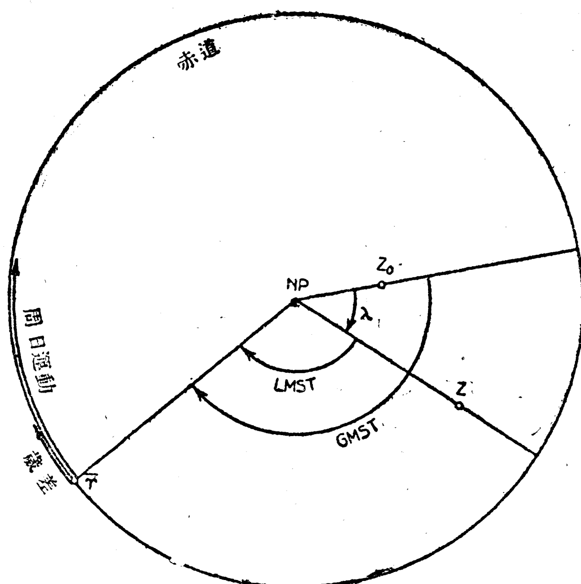


圖 16. 平恒星时

根据上节的假定，平春分点$\overline{\gamma}$沿着赤道受到三种运动（参看35頁上的表和圖16）；

(a′)周日运动

(b′)和(c′)日月岁差和行星岁差。

因为这些运动是等速的，平春分点的时角是从 0°至 360°（≡0°）均匀地并且周而复始地变化着。这个时角是一个單周期变化的量，适于作为計时的基础，称它为平恒星时(M.S.T.)。平春分点的旋轉周期称为一个恒星日，日以下再分时、分和秒。

1 恒 星 日＝24恒星小时，

1 恒星小时＝60恒星时分，

1 恒星时分＝60恒星时秒。

假如平春分点的运动只是由于周日旋轉所产生，那末一个平恒星日就是等于地球的自轉週期。但是实际上由于受到岁差（参閱圖 16）的影响，平春分点的运动是快一些。这个岁差影响每一恒星日为 0″.1372，所以一个恒星日大約比地球自轉周期要短：

$$\frac{0''.1372}{360^\circ}\cdot 24^h = 0^s.009.$$

对于任何一个观測者的天頂 Z（圖16）而言，当一个恒星日的开始和終止时平春分点的时角为零，即是春分点經过观測者的上中天。一个恒星日內的某一时刻是由春分点的时角来决定，称为地方平恒星时(L.M.S.T.)。

对于格林威治的观測者(天頂为Z_0)而言，其地方恒星时为自該地上中天算起的春分点的时角，称为格林威治平恒星时(G.M.S.T.)。

因为某地观測者与格林威治的子午面間的夾角，就是某地的地理經度λ，我們得到：

$$\lambda = \text{G.M.S.T.} - \text{L.M.S.T.}.$$

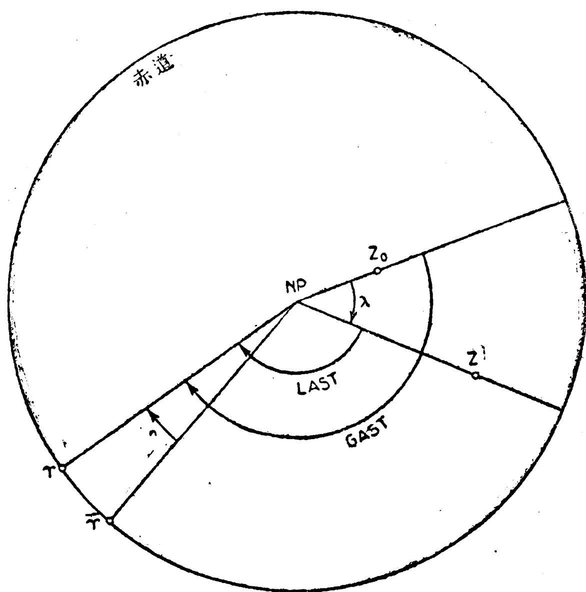


圖 17. 視恒星时

由于章动的关系（圖17），眞春分点γ有时在平春分点$\overline{\gamma}$之前，有时在其后。因此眞

春分点的时角不能作計时的根据。但是任何瞬間可以用該瞬間的眞春分点时角来表示。这个数值称为地方視恒星时或格林威治視恒星时(L.A.S.T.或G.A.S.T.)，視該时角是从观測者地方子午圈起算，抑或从格林威治子午圈起算。显然：

$$\lambda = \text{G.A.S.T.} - \text{L.A.S.T.}.$$

G.A.S.T.和G.M.S.T.之差命为赤經章动差，用n表示之（圖17）：

$$n = \text{G.A.S.T.} - \text{G.M.S.T.}. \qquad (\text{Ⅲ}.1)$$

它的数値介于$+1^s.2$和$-1^s.2$之間，并載于天文年历中（参考第30頁第八欄，录自1946年航海历書）。

任何星体s的时角t与赤經α和地方視恒星时之間有一个簡單而重要的关系。圖18直接的表示出这个关系：

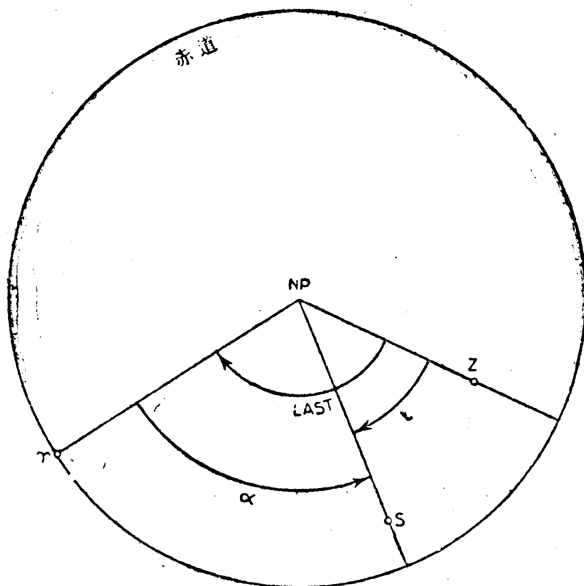


圖 18. $\alpha + t = \text{L.A.S.T.}$

$$\alpha + t = \text{L.A.S.T.} \qquad (\text{Ⅲ}.2)$$

§ 3.3 太 陽 时

在大地天文学中除了采用恒星时以外，也采用日常生活中所單独应用的太陽时；这种时間是間接地用太陽的位置来表示的。

从35頁表中所示，我們可以設想太陽受到兩种运动（圖19）：

(a′)环繞着極軸的周日运动，这种运动可視为沿着平行于赤道的小圓圈的周日运动。

(d′)沿着（幷随着）黃道的周年运动。

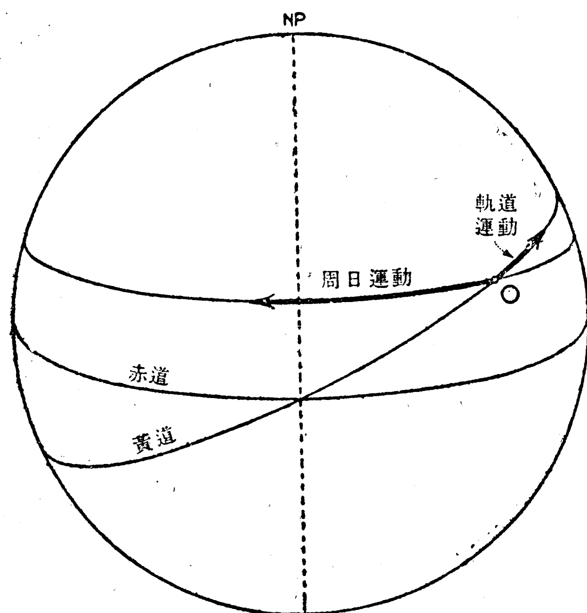


圖 19. 太陽的运动

前一种运动是均匀的而且它是与赤道平行的，所以太陽的时角也均匀地相应連續变化着。后一种运动同前者相反，太陽时角幷不均匀地变化着，其原因有下列兩种：

(1)运动是不均匀的；

(2)运动是沿着黃道，因此不与赤道相平行。

由于受了这兩种运动，太陽的时角是不适于計时的。所以我們設想用一个虛拟的天体

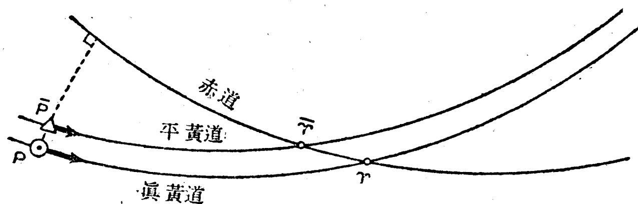


圖 20. 太陽⊙到达近地点P；輔助点Δ从平近地点 $\overline{P}$ 开始

——平太陽来代替眞太陽，这个平太陽是沿着赤道均匀地运动着。它可以推求如下。

在圖 20 中，P 为近地点，就是太陽最靠近地球时的位置。如果不考虑章动所引起的黄道运动，近地点是在 $\bar{P}$点——平近地点——并位于平黄道上。

当眞太陽⊙达到 P的瞬間时，我們假定輔助点Δ开始从$\overline{P}$点沿着平黄道移动，它的速度是均匀的，而且等于太陽的平均速度。当Δ点达到平春分点$\bar{\gamma}$时，平太陽假定从$\bar{\gamma}$开始沿着赤道运动，其速度等于輔助点Δ的速度（圖21）。这样，在任何瞬間，球面距离$\bar{\gamma}$-Δ（也可以叫做太陽的平黄經）等于平太陽$\bar{\odot}$的平赤經$\bar{\gamma}$—$\bar{\odot}$（圖22）。

平太陽均匀变化的时角作为計时的基础；平太陽的旋轉周期称为平太陽日，分为24平太陽时，每一平太陽时分为60平太陽分，每分再分为60平太陽秒。

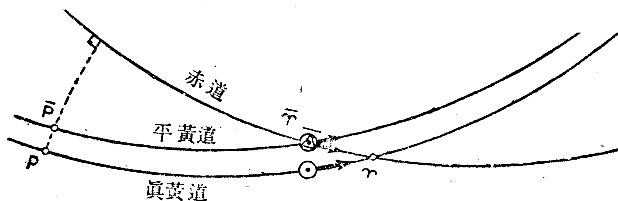


圖 21. 輔助点Δ到达平春分点$\bar{\gamma}$；平太陽$\bar{\odot}$从$\bar{\gamma}$开始

任何地点观測者的平太陽日，是从平太陽在下中天的时刻开始的（这里应該注意到恒星日是当平春分点在上中天的时刻开始的）。平太陽日中的任何时刻是用“平太陽时角加12小时”来表示的，称为地方平(太陽)时(L.M.T.)或格林威治平(太陽)时(G.M.T.)，前者的时角是从任何地点的子午圈量起的，而后者的时角是从格林威治子午圈量起的。圖23表示：

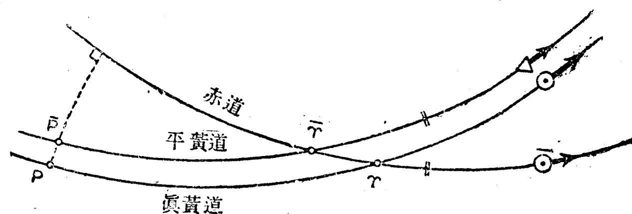


圖 22. $\bar{\gamma}-\Delta=\bar{\gamma}-\bar{\odot}$

$$\lambda = \text{G.M.T.} - \text{L.M.T.} \qquad (\text{III}.3)$$

假定 λ 是等于經度差。

同样可以用“眞太陽时角加12小时”来表示任何时刻（圖24），并称之为地方或格林威治眞太陽时(L.A.T.或G.A.T.)。显然我們有：

$$\lambda = \text{G.A.T.} - \text{L.A.T.}$$

比較圖 23 和圖 24，我們可以得出以下結論：L. A. T. 和 L. M. T. 間或 G. A. T. 和 G.M.T. 間之差，是以眞太陽子午圈和平太陽子午圈之間的夾角表示的。这个差数叫做时差 e：

$$e = \text{L.A.T.} - \text{L.M.T.} = \text{G.A.T.} - \text{G.M.T.}$$

从圖24可看出时差是由二部分所組成：

$$e = e_1 + e_2$$

式中 e_1＝眞太陽⊙的子午圈和輔助点 Δ 的子午圈之間的角度；

e_2＝輔助点 Δ 的子午圈和平太陽 $\overline{\odot}$ 的子午圈之間的角度。

讀者可以从对称性的簡單思考中知道。

每年有二次 $e_1=0$，就是当眞太陽在近地点（大約在1月2日）和远地点（大約在7月4日）时。

每年有四次 $e_2=0$，就是当輔助点在平春分点或平秋分点时（大約在3月21日或9月23日）或在二分点中間的兩个至点时（夏至点大約在6月22日，冬至点大約在12月22日）。

圖25能使讀者看出全年中 e_1、e_2 和 e 的数値。时差达到兩个第一極限値（2月12日大約为 -14^m，和十一月四日約为 $+16^m$）和兩个第二極限値（5月15日約为 $+4^m$，7月27日約为 -6^m）。e 的正确数値可以从航海历書中查出；参考30頁第五欄。

圖 23. 平（太陽）时

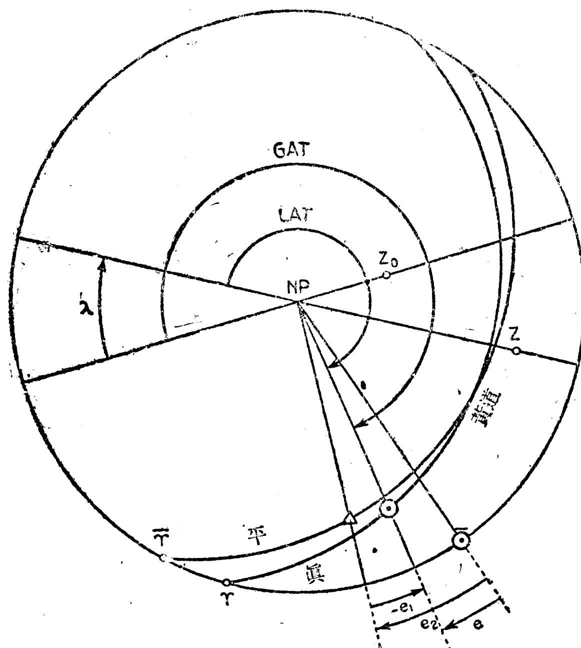


圖 24. 眞（太陽）时。时差

这种表列値是以每日格林威治平时 0^h 为引数。对于任何中間的时刻，須用內插法求得；假定容許誤差为 $0^s.1$ 直綫內插法能够达到所需精度；如需較高的精度，須顧及內插第二項。列綫圖2（169頁）可以便利地計算第二項数値。

例題。

求1946年2月3日 $10^h\ 52^m$ G.M.T. 的时差。

解題：

$$x=\frac{10^h52^m}{24^h}=0.4528.$$

e（1946年2月3日 0^h G.M.T. 29頁）$=-13^m50^s.54$

一次差 $\Delta^1 e=-6^s.71$

$$\Delta_1 e-x\cdot\Delta' e \quad =-3^s.04$$

二次差 $\Delta^2 e=(-5^s.88)-(-6^s.71)=+0^s.83$

$$\Delta_2 e = \frac{1}{2}x(x-1)\ \Delta^2 e\ (\text{列綫圖 2}) = \quad -0^s.10$$

$$e(1946\text{年}2\text{月}3\text{日}10^h 52^m \text{G.M.T.}) = -13^m 53^s.68$$

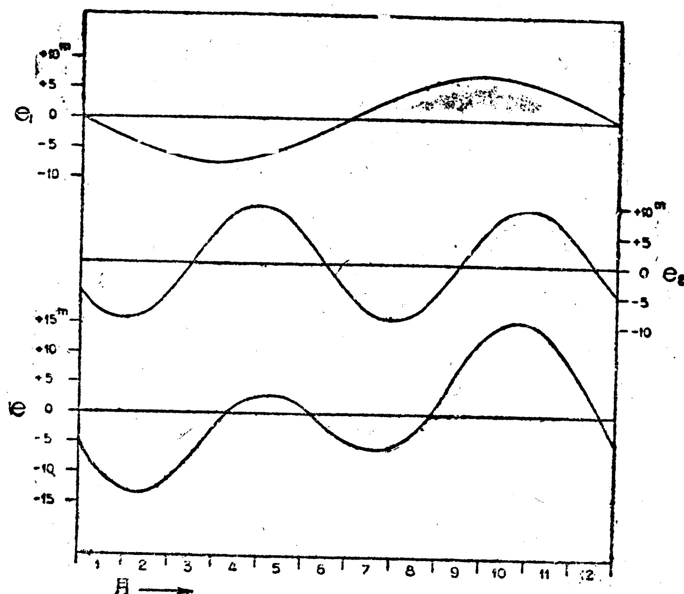


圖 25. 时差

§ 3.4 恒星时与太陽时的关系，及其相互換算

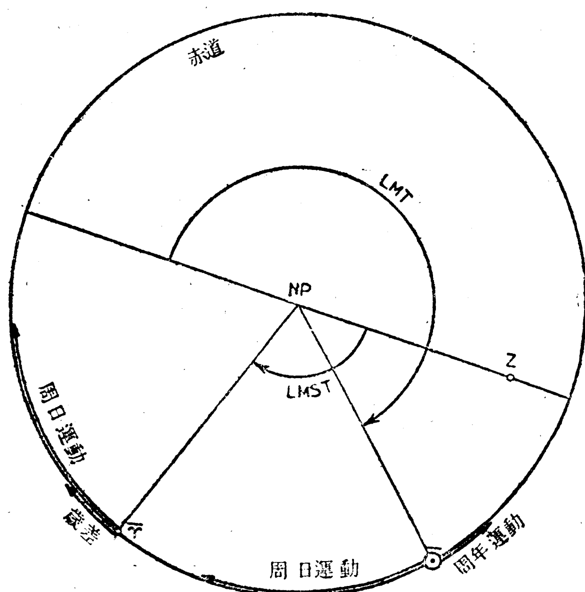


圖 26. 平恒星时与平太陽时

將圖 16 和圖 23 合併在一起，我們得到圖26。显然，平春分点$\overline{\gamma}$和平太陽$\overline{\odot}$都是地球周日运动的反映。由于下列其它二种运动的存在（參看圖26）$\overline{\gamma}$比$\overline{\odot}$走得快些：

（1）$\overline{\gamma}$的日月岁差和行星岁差：每一个平太陽日为0''.13757；

（2）$\overline{\odot}$的周年运动：每一平太陽日为－3548''.19283；因此，$\overline{\gamma}$比$\overline{\odot}$每一平太陽日走快3548''.33040。由于这个关系，平春分点与平太陽重合一次的时間为：

$$\frac{360^\circ}{3548''.33040}\text{平太陽日} = 365.24220\text{平太陽日。}$$

这个时段称为一个回归年。因为平春分点在一回归年中比平太陽多轉一周，我們得出下列关系式：

1 回归年＝365.2422平太陽日＝366.2422平恒星日。

1 个太陽时單位必須比一个恒星时單位为大：

1 平太陽日＝1 恒星日＋$3^m56^s.555$M.S.T.　　1平恒星日＝1平太陽日－$3^m55^s.909$M.T.

1 平太陽时＝1 恒星时＋　$9^s.856$M.S.T.　　1平恒星时＝1平太陽时－　$9^s.830$M.T.

1 平太陽分＝1 恒星分＋　0.1643M.S.T.　　1平恒星分＝1平太陽分－　0.1638M.T.

1 平太陽秒＝1 恒星秒＋　0.00274M.S.T.　　1平恒星秒＝1平太陽秒－　0.00273M.T.

恒星时改正　　　　太陽时改正

相当的恒星时段（恒星时当量）　　相当的太陽时段(太陽时当量)

为了便利平太陽时段和平恒星时段的換算，航海历書給出上述的恒星时和太陽时的換算表（美国天文历書）或恒星时和太陽时的当量表（航海历書）。42 和 43 頁表示航海历書中表格的一部分；它們的用法將于 46—47 頁中再加說明。

以上所述的算式或表格，使得我們能够換算时段，但是不能換算时刻。为了要換算时刻，我們必須知道某一瞬間的恒星时及其相应的太陽时。为了簡化計算，在年历上每日給出二种时間的相应时刻。年历中每日載有：

（1）0^hG.M.T.的 G.A.S.T. （29 頁最末欄）；

（2）0^hG.A.S.T.的 G.M.T. （30 頁最末欄）；

在"基本星視位置"表中，除(1)以外还載有：

（3）0^hG.M.T.的G.M.S.T.

为了表示这些时間，我們引用下列簡写名称和符号：

（1)視恒星时指标，S'_0

（2)太陽时指标，M_0

（3)平恒星时指标，S_0

按照公式(Ⅲ.1)，平恒星时指标可以从視恒星时指标求得：

$$S_0=S'_0-n$$

可达$\pm 0^s.020$的章动短期項的影响不包括在太陽时內。

圖 27 表示 1946 年某几天內 S_0 和 M_0 的位置，并將用它作为以下解釋时刻換算时的根据。符号 S_0 和 M_0 在不同日子里則标以日期指数，以示区別；例如 M_0^4 是指二月四日的太陽时指标。

A.C.兩个字母表示二月五日的任一时刻，以 G.M.T. 为單位；B,D 則表示以G.M.S.T.为單位的同一时刻。

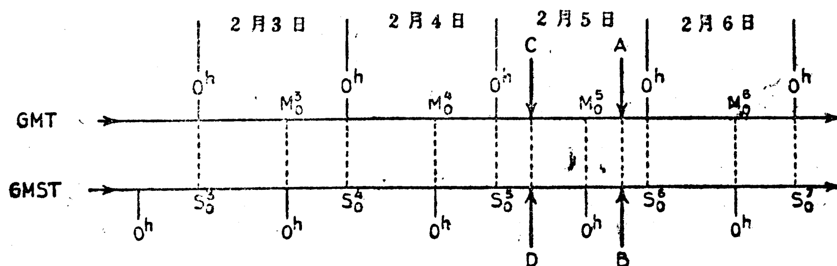


圖 27. 时的換算

第一种情况：已知 A，求 B。

从圖 27 可知，要求出 B，可將距离(S_0^5-B)加到 S_0^5中去。这段距离是等于0^hG.M.T.

化平太陽时段为平恒星时段

表 Ⅲ

时：平太陽时	时：相当的恒星时	分：平太陽时	分：相当的恒星时	分：平太陽时	分：相当的恒星时	秒：平太陽时	秒：相当的恒星时	秒：平太陽时	秒：相当的恒星时
h	h m s	m	m s	m	m s	s	s	s	s
1	1 00 09.856	1	1 00.164	31	31 05.093	1	1.003	31	31.085
2	2 00 19.713	2	2 00.329	32	32 05.257	2	2.005	32	32.088
3	3 00 29.569	3	3 00.493	33	33 05.421	3	3.008	33	33.090
4	4 00 39.426	4	4 00.657	34	34 05.585	4	4.011	34	34.093
5	5 00 49.282	5	5 00.821	35	35 05.750	5	5.014	35	35.096
6	6 00 59.139	6	6 00.986	36	36 05.914	6	6.016	36	36.099
7	7 01 08.995	7	7 01.150	37	37 06.078	7	7.019	37	37.101
8	8 01 18.852	8	8 01.314	38	38 06.242	8	8.022	38	38.104
9	9 01 28.708	9	9 01.478	39	39 06.407	9	9.025	39	39.107
10	10 01 38.565	10	10 01.643	40	40 06.571	10	10.027	40	40.110
11	11 01 48.421	11	11 01.807	41	41 06.735	11	11.030	41	41.112
12	12 01 58.278	12	12 01.971	42	42 06.900	12	12.033	42	42.115
13	13 02 08.134	13	13 02.136	43	43 07.064	13	13.036	43	43.118
14	14 02 17.991	14	14 02.300	44	44 07.228	14	14.038	44	44.120
15	15 02 27.847	15	15 02.464	45	45 07.392	15	15.041	45	45.123
16	16 02 37.704	16	16 02.628	46	46 07.557	16	16.044	46	46.126
17	17 02 47.560	17	17 02.793	47	47 07.721	17	17.047	47	47.129
18	18 02 57.417	18	18 02.957	48	48 07.885	18	18.049	48	48.131
19	19 03 07.273	19	19 03.121	49	49 08.049	19	19.052	49	49.134
20	20 03 17.129	20	20 03.285	50	50 08.214	20	20.055	50	50.137
21	21 03 26.986	21	21 03.450	51	51 08.378	21	21.057	51	51.140
22	22 03 36.842	22	22 03.614	52	52 08.542	22	22.060	52	52.142
23	23 03 46.699	23	23 03.778	53	53 08.707	23	23.063	53	53.145
		24	24 03.943	54	54 08.871	24	24.066	54	54.148
		25	25 04.107	55	55 09.035	25	25.068	55	55.151
		26	26 04.271	56	56 09.199	26	26.071	56	56.153
		27	27 04.435	57	57 09.364	27	27.074	57	57.156
		28	28 04.600	58	58 09.528	28	28.077	58	58.159
		29	29 04.764	59	59 09.692	29	29.079	59	59.162
		30	30 04.928	60	60 09.856	30	30.082	60	60.164

秒的小数

平时秒的小数相当的恒星时，等于該秒的小数加上下表所列的增量

秒的小数	增 量
s	
0.000	
	0.000
0.182	
	0.001
0.547	
	0.002
0.913	
	0.003
1.000	

如正好是表列的秒的小数，則取上面的一个增量

所求恒星时＝0^h 恒星时＋已知平时段对应的恒星时段

例题——求 1939 年1月17日$19^h41^m22^s93$ 世界时平时(G.M.T.)的相应視恒星时*

	h m s
在17^d00^h 的視恒星时	7 42 04.378
19^h的相当的恒星时段	19 03 07.273
41^m的相当的恒星时段	41 06.735
22^s的相当的恒星时段	22.060
$0^s.93$ 的相当的恒星时段	0.933
	h m s
总和＝所求視恒星时	3 26 41.38

参看819頁和885頁。上例所求出的視恒星时包括在 0^h时的章动短期项的影响，假如需要消去这种影响，可將上值減去0^h 的f'(但f'并非在19^h41^m 时之值)。

化平恒星时段为平太陽时段

表 Ⅳ

时	
恒星时	相当的平时
h	h m s
1	0 59 50.170
2	1 59 40.341
3	2 59 30.511
4	3 59 20.682
5	4 59 10.852
6	5 59 01.023
7	6 58 51.193
8	7 58 41.364
9	8 58 31.534
10	9 58 21.704
11	10 58 11.875
12	11 58 02.045
13	12 57 52.216
14	13 57 42.386
15	14 57 32.557
16	15 57 22.727
17	16 57 12.897
18	17 57 03.068
19	18 56 53.238
20	19 56 43.409
21	20 56 33.579
22	21 56 23.750
23	22 56 13.920

分			
恒星时	相当的平时	恒星时	相当的平时
m	m s	m	m s
1	0 59.836	31	30 54.921
2	1 59.672	32	31 54.758
3	2 59.509	33	32 54.594
4	3 59.345	34	33 54.430
5	4 59.181	35	34 54.266
6	5 59.017	36	35 54.102
7	6 58.853	37	36 53.938
8	7 58.689	38	37 53.775
9	8 58.526	39	38 53.611
10	9 58.362	40	39 53.447
11	10 58.198	41	40 53.283
12	11 58.034	42	41 53.119
13	12 57.870	43	42 52.956
14	13 57.706	44	43 52.792
15	14 57.543	45	44 52.628
16	15 57.379	46	45 52.464
17	16 57.215	47	46 52.300
18	17 57.051	48	47 52.136
19	18 56.887	49	48 51.973
20	19 56.723	50	49 51.809
21	20 56.560	51	50 51.645
22	21 56.396	52	51 51.481
23	22 56.232	53	52 51.317
24	23 56.068	54	53 51.153
25	24 55.904	55	54 50.990
26	25 55.741	56	55 50.826
27	26 55.577	57	56 50.662
28	27 55.413	58	57 50.498
29	28 55.249	59	58 50.334
30	29 55.085	60	59 50.170

秒			
恒星时	相当的平时	恒星时	相当的平时
s	s	s	s
1	0.997	31	30.915
2	1.995	32	31.913
3	2.992	33	32.910
4	3.989	34	33.907
5	4.986	35	34.904
6	5.934	36	35.902
7	6.981	37	36.899
8	7.978	38	37.896
9	8.975	39	38.893
10	9.973	40	39.891
11	10.970	41	40.888
12	11.967	42	41.885
13	12.964	43	42.883
14	13.962	44	43.880
15	14.959	45	44.877
16	15.956	46	45.874
17	16.954	47	46.872
18	17.951	48	47.869
19	18.948	49	48.866
20	19.945	50	49.863
21	20.943	51	50.861
22	12.940	52	51.858
23	22.937	53	52.855
24	23.934	54	53.853
25	24.932	55	54.850
26	25.929	56	55.847
27	26.926	57	56.844
28	27.924	58	57.842
29	28.921	59	58.839
30	29.918	60	59.836

秒的小数

恒星时秒的小数相当的平时，等于該秒的小数减去下列的量。

秒的小数	減量
s	
0.000	
	0.000
0.183	
	0.001
0.549	
	0.002
0.915	
	0.003
1.000	

如果正好是表列的秒的小数，則取上面一个減量。

所求平时＝春分点前一个中天的平时＋已知恒星时段相当的平时段。

例題——求1939年10月17日$3^m26^m41^s.38$格林威治視恒星时相应的平时(G.M.T.)

	h m s
春分点中天	16 15 15.41
3^h相当的平时段	2 59 30.511
26^m相当的平时段	25 55.741
41^s 相当的平时段	40.888
$0^s.38$ 相当的平时段	0.379
	h m s
总和＝所求平时	19 41 22.93

假如已知的視恒星时包括章动短期項的影响，严格地說，需要减去那一个瞬間的 f' 值。但一般是不需要加上这种改正的（参看885頁）。

上列表Ⅲ和表Ⅳ是从1946年航海历書翻印下来的。（得到英国皇家文献出版局的允許）

（2 月 5 日）到 A 的距离，假設（S_0^5-B）是用恒星时單位来表示，而（0^h-A）用太陽时單位来表示的話。这样，B 的时刻为历書中查出的 S_0^5 加上 0^hG.M.T. 到 A 的时段，但是需先將后者的时間化为恒星时單位。以后將再举例說明。

第二种情况：已知 B，求 A。

要求出 A，我們可以將距离（M_0^5-A）加到 M_0^5 中。这段距离等于 0^h G.M.S.T.（2 月 5 日）到 B 的距离，但是所表示的时間單位是不同的。由此可知 A 的时刻可以从历書中查出 M_0^5，然后將 0^h、G.M.S.T.（2 月 5 日）到 B 的时段化成相当的太陽时單位再加到 M_0^5 中去。

第三种情况：已知 C，求 D。

处理这种情况与第一种情况相同。

第四种情况：已知 D，求 C。

如 27 圖所示，我們將（M_0^4-C）的距离加到 M_0^4 中就可以求出 C。因为这段距离等于 0^h G.M.S.T.（2 月 4 日）$-D$，我們可以用下列程序計算：即先將 0^h G.M.S.T.（2 月 4 日）$-D$ 化为太陽时單位然后加到 M_0^4 中。

必須着重指出，在第二种情况下是用当天太陽时指标（M_0^5）而在第四种情况則用前一日的指标（M_0^4）。

今將此理由加以几何上的說明，在圖 27 中，B 是在（2 月 5 日）0^h G.M.S.T. 的右边，而 D 則在它的左边。問題在于 B 和 D 的数值是否能够充分地指示出它們的位置是在左边抑或右边。

設想在 1946 年（参看 29 頁最末欄，和 30 頁第八欄）

$$S_0^5=8^h\,58^m\,09^s.217-(-0^s.965)=8^h\,58^m\,10^s.182.$$

$$S_0^6=9^h\,02^m\,05^s.767-(-0^s.971)=9^h\,02^m\,06^s.738.$$

显然，在 0^h G.M.S.T.（2 月 5 日）和 S_0^6 間任何点的数值在

$$0^h \text{ 和 } 9^h\,02^m\,06^s.738$$

之間，而在 S_0^5 和 G.M.S.T.（2 月 5 日）間任何点的数值在

$$8^h\,58^m\,10^s.182 \text{ 和 } 24^h$$

之間。在上兩式之間显然有一段重叠的时間，即：

$$8^h\,58^m\,10^s.182-9^h\,02^m\,06^s.738$$

由此可見，1946 年 2 月 5 日內的某一时刻的数值如果是在这个重叠范圍以內，其位置可以是在 0^h G.M.S.T.（2 月 5 日）的左边或右边，并且它的位置不能由它的数值肯定地表示出来。因此，在这种情况下，如果誤用了当天或前一天的太陽时指标是会引出錯誤的結果；这种錯誤不能用反算来發現，只能由已知的近似 G.M.T. 来加以比較。

根据以上討論，我們得到以下的实用規則：

从 G.S.T. 换算为 G.M.T. 的任何瞬間的数值	从 G.S.T. 换算为 G.M.T. 所应采用的指标
<当日的恒星时指标	当日太陽时指标
>当日的恒星时指标 <下一天的恒星时指标	当日太陽时指标或前一天太陽时指标
>下一天的恒星时指标	前一天太陽时指标

換算时刻所得的結果，必須加以檢核：

用反算来檢核；或是应用下列表 1*a*，1*b* 和 1*c* 来檢核。

第二种檢核方法的精度只能达到 $0^s.01$ 或 $0^s.02$，是因为全年中以一月一日的恒星时指标为根据的；如果是閏年，則在二月二十九号以后用一月二日的指标。这种表格便于在一月一日和任何时刻間的 M.T. 和 M.S.T. 的換算。

表 1*a* 給出每个月前各月对应的恒星时；

表 1*b* 給出每个月中每日前各日对应的恒星时；

表 1*c* 給出每日中每一小时前的恒星时改化值。

表 1*a* (不須内插)

月份	对应的恒形时			月份	对应的恒星时			月份	对应的恒星时		
1	0^h	00^m	$00^s.00$	5	7^h	53^m	$06^s.64$	9	15^h	58^m	$02^s.95$
2	2	02	13.22	6	9	55	19.86	10	17	56	19.61
3	3	52	36.77	7	11	53	36.52	11	19	58	32.83
4	5	54	49.98	8	13	55	49.74	12	21	56	49.49

表 1*b* (不須内插)

日	对应的恒星时			日	对应的恒星时			日	对应的恒星时		
1	0^h	00^m	$00^s.00$	11	0^h	39^m	$25^s.55$	21	1^h	18	$51^s.11$
2		03	56.56	12		43	22.11	22		22	47.66
3		07	53.11	13		47	18.66	23		26	44.22
4		11	49.67	14		51	15.22	24		30	40.77
5		15	46.22	15		55	11.78	25		34	37.33
6		19	42.78	16		59	08.33	26	1	38	33.88
7		23	39.33	17	1	03	04.89	27		42	30.44
8		27	35.89	18		07	01.44	28		46	27.00
9		31	32.44	19		10	58.00	29		50	23.55
10		35	29.00	20		14	54.55	30		54	20.10
								31		58	16.66

表 1*c* (須内插)

时 (G.M.T.)	恒星时改正		时 (G.M.T.)	恒星时改正		时 (G.M.T.)	恒星时改正	
1	00^m	9.86	9	1^m	$28^s.71$	17	2	47.56
2		19.71	10		38.56	18		57.42
3		29.57	11		48.42	19	3	07.27
4		39.43	12		58.28	20		17.13
5	0	49.28	13	2^m	08.13	21	3	26.99
6		59.14	14		17.99	22		36.84
7	1	09.00	15		27.85	23		46.70
8		18.85	16		37.70	24		56.56

每分鐘的差数：$0^s.1643$

假如要换算二月二十九日的任何时刻，则须用表 1*a* 和 1*b* 中的三月一日的数值。

表 1*a* 和 1*b*（不需要内插）所载的数值，是减去了最大可能的 24^h 之倍数的对应恒星时。

例题

第一种情况：已知格林威治东某地方，$\lambda = -1^h 30^m 15^s.08$ 的 L.M.T. $= 21^h 52^m 16^s.72$（1946 年 2 月 5 日），求同一瞬間的 L.A.S.T.。

解：

L.M.T.	$= 21^h 52^m 16^s.72$	
λ	$= -1^h 30^m 15^s.08$	
G.M.T.	$= 20^h 22^m 01^s\ 64$	
S'_0	$= 8^h 58^m 09^s.217$	第 29 頁，第六欄
赤經章动	$= -\ 0\ .965$	第 30 頁，第八欄
S_0	$= 8^h 58^m 10^s.182$	
相当的恒星时 20^h	$= 20\ 03\ 17\ 129$	第 42 頁，第二欄
相当的恒星时 22^m	$= 22\ 03\ .614$	第 42 頁，第四欄
相当的恒星时 1^s	$= 1\ .003$	第 42 頁，第八欄
相当的恒星时 $0^s.64$	$= 0\ .642$	第 42 頁小数部分
G.M.S.T.	$= 5^h 23^m 32^s.570$	
赤經章动	$= -\ 0\ .970$	第 30 頁，第八欄
G.A.S.T.	$= 5^h 23^m 31^s.600$	
λ	$= -1\ 30\ 15\ .08$	
L.A.S.T.	$= 6\ 53\ 46\ .68$	

檢核：

S'_0（1 月 1 日）	$= 6\ 40\ 09\ .709$	第 29 頁，第六欄
赤經章动	$= -\ 1\ .036$	第 30 頁，第八欄
S_0（1 月 1 日）	$= 6\ 40\ 10\ .74$	
G.M.T.	$= 20\ 22\ 01\ .64$	
45 頁 表 1*a*	$= 2\ 02\ 13\ .22$	2 月，
45 頁 表 1*b*	$= 15\ 46\ .22$	5 日，
45 頁 表 1*c*	$= 3\ 20\ .74$	$20^h 22^m.0$（内插）
G.M.S.T.	$= 5\ 23\ 32\ .58$	
赤經章动	$= -\ 0\ .97$	第 30 頁，第八欄
G.A.S.T.	$= 5\ 23\ 31\ .61$	

第二种情况：上例反算：

解：

L.A.S.T.	$= 6^h 53^m 46^s.68$		
λ	$= -1 \quad 30 \quad 15.08$		
G.A.S.T.	$= 5 \quad 23 \quad 31.60$		
	M_0（2月5日）	$= 14 \quad 59 \quad 23^s.040$	第30頁，第九欄
	5^h	$= 4 \quad 59 \quad 10^s.852$	第43頁，第二欄
相当的太陽时	23^m	$= 22 \quad 56.232$	第43頁，第四欄
	31^s	$= 30.915$	第43頁，第十欄
	$0^s.60$	$= 0.598$	第43頁，小数部份
	G.M.T.	$= 20^h 22^m 01^s.637$	
	λ	$= -1 \quad 30 \quad 15.08$	
	L.M.T.	$= 21 \quad 52 \quad 16.72$	

这种計算可以应用表 $1a$—$1c$ 来做反算加以檢核；所得結果和第一种情况一样。

第四种情况：已知某地（其經度为 $-1^h 30^m 15^s.08$ 东經）1946年2月5日的 L.A.S.T. $= 15^h 47^m 14^s.72$，求同一瞬間的 L.M.T.。

解：

	L.A.S.T.	$= 15^h 47^m 14^s.72$
	λ	$= -1 \quad 30 \quad 15.08$
	G.A.S.T.	$= 14 \quad 16 \quad 59.64$
	M_0（2月4日）	$= 15 \quad 03 \quad 18.945$
	14^h	$= 13 \quad 57 \quad 42.386$
相当的太陽时	16^m	$= 15 \quad 57.379$
	59^s	$= 58.839$
	$0^s.64$	$= 0.638$
	G.M.T.	$= 5^h 17^m 58.187$
	λ	$= -1 \quad 30 \quad 15.08$
	L.M.T.	$= 6 \quad 48 \quad 13.27$

檢核：

	S_0'（1月1日）	$= 6^h 40^m 09^s.709$
	赤經章动	$= -1.036$
	S_0（1月1日）	$= 6 \quad 40 \quad 10.74$
	G.M.T.	$= 5 \quad 17 \quad 58.19$
	表 $1a$	$= 2 \quad 02 \quad 13.22$
45頁	表 $1b$	$= 0 \quad 15 \quad 46.22$
	表 $1c$	$= 0 \quad 52.24$
	G.M.S.T.	$= 14 \quad 17 \quad 00.61$

❶我們曾經注意到 M_0 沒有包括章动短期項的影响，严格地講，这种影响必須从已知 G.A.S.T. 中減去那个瞬間的 f' 值，这种改正在上面換算的例題中未加考虑，并且通常認为是不需要的。

赤經章动 = −0 .96

G.A.S.T. = 14 16 59 .65

§ 3.5 标准时、日、年

从公式（Ⅲ.3）：

$$L.M.T. = G.M.T. - \lambda$$

可以看出凡地理經度 λ 相同的地点，其地方时 L.M.T. 亦必相同；如果經度不同，其地方时也就不同了。在日常生活中，如果在許多經度不同的地方各用各的地方时，那是不适宜的。因此，曾將地球分为若干地区，每区使用着統一的时間。这种所謂标准时和 G.M.T. 相差为一常数，它是由政府以法令規定之。在有些国家中采用夏季时，其开始和結束的日期通常由政府明文規定。

兩个相鄰的 0^h 間的标准时时段称为一个民用日。很显然，民用时和平太陽时虽然一般不相重合，但是間隔是相等的。

民用日是用日期来表示，就是說用年数、月数和日数来表示。在同一区內的各地方均用同样的标准日；屬于不同时区的地方可能有不同的标准日。这里必須着重指出历書中的日期是用格林威治的日期（除非是另加說明），并且可能与观測地方的标准日有差別。在观測記录中，常常不仅要記录年份、月份（月份不能縮写）和日期数，还要写明周日名称，借以檢查日期上的可能錯誤。

在日常生活中，日期是指一个整数，它的时段为 24 小时；在天文学中，日期可能写成分数，来表示某一时刻。（26）頁表中第一欄的正月 1.2 是指一月一日的 $4^h\ 48^m$ (0.2×24^h) G.M.T. 。

天文学中是用白塞尔年或太陽年；它的期間为一个回归年，等于 365.2422 平太陽日（参考 § 3.4），它的开始时刻可設想是适当平太陽时的赤經（受到光行差影响，并自平春分点起算）为 $18^h\ 40^m$ 的瞬时。

这个量测时間的方法又不适合于日常生活。为此，我們采用了民用年（或日历年），它的長为 365 民用日，而閏年則为 366 天。民用年是从一月一日（标准的）开始。所以在不同时区是不同的。

太陽年的开始，例如 1950.0，1951.0 等等是接近于民用年的开始。每个平太陽年比民用年多出 0.2422 日，但是凡为 4 所能除尽的（不能为 400 除尽的世紀年除外）民用年都設置一个閏年，多加一天，所以这一年比太陽年多 0.75780 日。下面举出以格林威治日来表示的几个太陽年的开始：

1950.0＝0.924 正月	1953.0＝0.650 正月
1951.0＝1.166 正月	1954.0＝0.892 正月
1952.0＝1.408 正月	1955.0＝1.135 正月

在前面几章中所用“年”是指太陽年。在 § 2.8 天文坐标換算的例題中，公式（15.1）的量 τ 是太陽年的分数。显然，$\tau = 0$ 是在一太陽年的开始时，例如在 1939.0（格林威治正月 1.259），但是在格林威治 1939 年正月 1.0 日，$\tau \neq 0$（参看28頁第二欄）。

第四章　观测值的改正

§4.1　概　　述

在§2.1中，我們認为：星体是当它發出的光綫被观测者所看到的时候，連接地球中心和它的中心的直綫与天球相交的一点。

我們必須仔細地研究在这个定义中所含的三个元素：

(a)一条直綫，

(b)地球的中心，

(c)星体的中心。

元素(a)是数学上的一种抽象概念；实际上就是一条光綫。这条光綫的視方向是与直綫的方向有差别的，因为它是受到周年光行差，折光差和周日光行差的影响。在§2.6中，已經討論过周年光行差的影响；因为它是和地面上观测者的位置沒有关系，所以它是能够并且已經在坐标中加以改正。在另一方面，折光差和周日光行差是和观测者的位置并与观测的数值有关，而折光差又因大气的情况而不同；为此，它們的改正数必須加到观测值中去。

元素(b)对观测者而言，是一个不能达到的点子，观测者只能在地面或在十分接近地表面之处进行观测，因此产生了离心現象。从地球中心与观测点到天体中心的兩条直綫間的夾角称为視差(这和§2.5中所述的周年視差有区别)。这个角度一般是可以不加考虑，只是在观测太陽、月亮和行星时才加以改正。因为在大地天文观测中不观测月亮和行星，我們仅考虑太陽的視差。

元素(c)是一个不能看見的点子。仅管如此，在观测恒星时，根据各种观测的需要，將望远鏡的横絲或縱絲或兩絲交点平分星影，这样，还是可以把望远鏡对正恒星的中心。当观测太陽时，不可能很准确地观测太陽的中心，故必須进行偏心观测，然后加以偏心改正。

所有这些天文观测值的改正均將在以后几章中加以討論。通常不需要加上仪器的改正，但是，我們知道观測員对于普通經緯仪的用法是很了解的，所以对于經緯仪的改正不再叙述。但是当需用專門天文观测仪器时，我們將再考虑这种仪器的各項改正。

§4.2　折　光　差

当星体所發出的光綫到达望远鏡之前，它必須通过星际眞空和地球表面的大气層。在前一部分的光程上不發生折射，眞空中折光系数μ_0是一个常数($\mu_0=1$)，但通过大气層时产生折射作用，因为空气的折光系数不等于1，随空气的溫度和密度而不同，而密度和溫度則又随着地面高度的減小而增加。

由于这个原因，光綫自上而下連續地改变它的方向，而且这种改变是逐漸增加的。观测者观测星体时望远鏡所指的視方向，是和光綫的最下部分相切的。光綫在进入大气以前的方

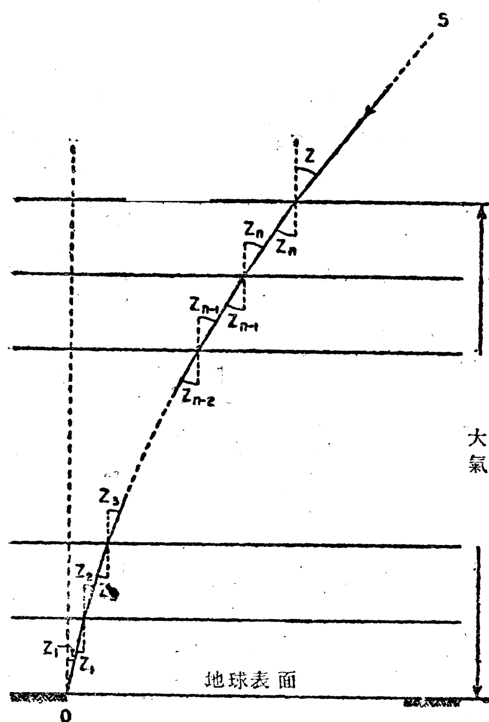


圖 28. 折光差

向和观测者的視方向之間的角度，必须加入观测的天頂距中，或从观测的高度角中減去。用数学方法处理这种現象时，可假定整个大气層是由無数的圓形薄層所組成，其圓心为地球的中心，而每一層中的折光系数是均勻的。

但是当观测星体的天頂距很小时，可以不考慮每一薄層的曲率，而它們的層数和厚度認为是有限的，如圖 28 中所示。星体 S 的光綫射入空气層时的射入角 z 是等于星体的**眞天頂距**。由于折射作用，在最上層的入射角为 z_n，第二層射入射角为 z_{n-1}，以后依次类推。最后当光綫达到观测者 O 时，其方向为 z_1，等于**視天頂距**。

这个差数 $(z-z_1)$ 是一个加到观测天頂距 z_1 的改正数，通常称为**折光差**，以字母 r 表示之。計算 r 的公式可求之如下：

如果这些空气層的折光系数是以 μ_n，μ_{n-1}，……μ_2，μ_1，来表示，那末，由史奈紐的折光定理得：

$$\sin z=\mu_n \sin z_n$$

$$\mu_n \sin z_n=\mu_{n-1} \sin z_{n-1}$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\mu_3 \sin z_3=\mu_2 \sin z_2$$

$$\mu_2 \sin z_2=\mu_1 \sin z_1$$

由以上所列等式，我們得出下列式子：

$$\sin z=\mu_1 \sin z_1$$

或因

$$z=z_1+r$$

$$\sin (z_1+r)=\mu_1 \sin z_1 .$$

r 是一个小角（在圖 28 中已將其放大），我們可以將上式第一項展开成級数，舍去二次項及高次項，則得：

$$\sin z_1+\frac{r}{\rho}\cos z_1=\mu_1 \sin z_1$$

因此：

$$r=(\mu_1-1)\,\rho\,\mathrm{tg}\, z_1 \qquad (\rho=3438'=206265''). \qquad (\text{Ⅵ}.1)$$

在这个公式里，我們看到除最低層以外，不發現其他空气層的折光系数。这一点是很重要的，因为观测者容易确定地面層的折光系数，而在高于地面層的其他各層的折光系数則通常是难以测定的。同时也决不能忘記，这个公式是在假定空气層为平面的情况下才是正确的，而且只能用于較小的天頂距的場合中。

实际上空气層是近似于以地球为中心的圓弧。所以根据来量測入射角的每一空气層的

垂直綫，不像上面理論上所假定的那样，它并不是与观测者的垂綫相平行的。然而我們可以証明各層垂直綫与观测者垂綫間的角度是很小的。显然，这个角度最大的是最高層的垂直綫与观测者的垂綫間的角度，而且这个角度是随天頂距的增大而增大的。引起折光的最高層可以假定为高出地面 50 公里。在大地天文工作中最大的天頂距規定为 75°；这个限制是考虑到折光差的誤差，我們將在下面再加以研究。根据这些数据和地球半徑（近似地为 6372 公里），并設光綫是直綫的，則从圖 29，我們可以得到 ψ 的最大角值为：

$$(6372+50)\sin(75^\circ-\psi)=$$
$$=6372\sin(180^\circ-75^\circ)$$

或
$$\psi=1^\circ 35'$$

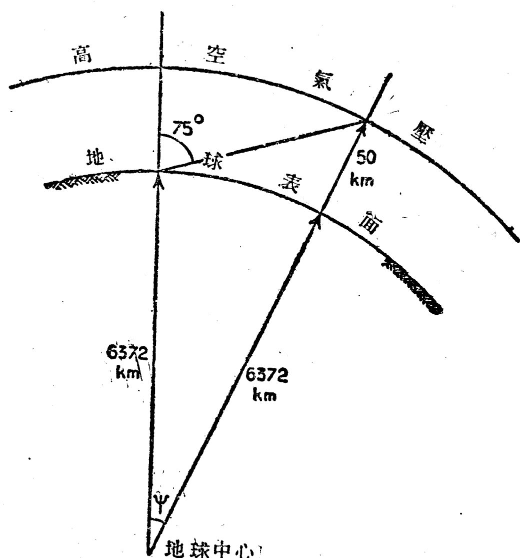


圖 29. 最大入射角

这个最大的角度却意外的小。因此，作为推导公式（Ⅳ.1）的假定是与实际情况相差不大，而只要稍加改正就可以用于較大的天頂距。严格的說，为了改正，必須知道光綫經过空气中每一点的折光系数。实际上我們只能滿足于折光系数与地面上方的高度在理論上或实驗上的某种关系。因为公式（Ⅳ.1）上所需加的改正数是很小，对于采用那一种的关系不是很重要的。我們不再深入研究，而仅引出根据合理假定所推导出来的公式：

$$r=(\mu_1-1)\rho\{(1-x)\operatorname{tg}z-(x-y)\operatorname{tg}^3 z\}$$

式中：
$$x=\frac{sp}{Rm}$$

s＝水銀比重，

p＝观测地点的空气压力，以水銀柱公厘計，

R＝地球半徑，

m＝观测地点空气密度，

$y=\frac{1}{2}(\mu_1-1)$，

μ_1＝在气压 p 和气溫 t 的情况下，空气的折光系数。

这个公式可以簡化为：

$$r=P\operatorname{tg}z+Q\operatorname{tg}^3 z.$$

P 和 Q 的数值可以从有关的物理数据中或是从天文观测中得到。后面这个方法的缺点是天文观测仅在一个或少数的天文点上进行，因而受到气压和气溫分佈的地区異常的影响。从一个特殊的測站上所得到的系数对于这一点而言固然有它的价値，但是对于测量师則其用处不大，因为他所需要的是一个不包含有地区異常的一般公式。

所以我們宁可从物理数据中求出 P 和 Q，其所得最后結果是：

$$r=\frac{p}{760}\cdot\frac{270}{270+t}(60''.10\operatorname{tg}z-0''.072\operatorname{tg}^3 z) \qquad (\text{Ⅳ}.2)$$

或 $$r=\frac{p'}{29.92}\cdot\frac{486}{454+t'}(60''.10\,\mathrm{tg}\,z-0''.72\,\mathrm{tg}^3 z). \qquad (\text{Ⅳ}.3)$$

式中

p＝測站气压，以水銀柱的公厘計

p'＝測站气压，以水銀柱的英寸計

t＝空气溫度，以攝氏度計

t'＝空气溫度，以华氏度計

这个公式可以写成下式：

$$r=\frac{p}{270+t}\cdot R \text{ 或 } r=\frac{p'}{454+t'}\cdot R'.$$

表2和3（164頁和165頁）給出以h（$=90°-z$）为引数的函数値 R 和 R'，以便于計算。在表的底下举出了例題。列綫圖1（168頁）也給出計算折光差的簡易方法，也可以校核用公式計算的結果。

在大地天文作業中，有时需要（§4.5）將折光差改正加到天頂距差数中。当然，我們可以应用（Ⅳ.2）或（Ⅳ.3）式計算每个天頂距的折光差，然后取其差数，以求此改正数。但是更容易的方法是取（Ⅳ.2）公式的对数微分，以直接計算它們的差数（包含 $\mathrm{tg}^3 z$ 的微小項可以不加考慮）：

$$\Delta r=\frac{r}{\mathrm{tg}\,z\cos^2 z}\cdot\frac{\Delta z}{\rho}$$

通常 Δz 是很小的，在这个公式里面，允許近似地插入 p 和 t 的平均值。用$p=760$公厘$=29.92$英寸和$t=15°\mathrm{C}=59°\mathrm{F}$，我們得到：

$$\Delta r=0.00028\cdot\Delta z\cdot\sec^2 z. \qquad (\text{Ⅳ}.4)$$

其次，有时由于气压的变化（Δp 或 $\Delta p'$）和气溫变化（Δt 或 $\Delta t'$）引起了折光差的变化，需要將观測天頂距加以改正（§11.3.4）。將（Ⅳ.2）或（Ⅳ.3）的对数式加以微分——不計及最后項——并考慮 p 和 t 或 p' 和 t' 为变数，我們得到：

$$\Delta r=\Delta r_1+\Delta r_2$$

式中：

$$\Delta r_1=\frac{r}{p}\Delta p \quad \text{或} \quad \Delta r_1=\frac{r}{p'}\Delta p'$$

$$\Delta r_2=\frac{-r}{270+t}\Delta t \quad \text{或} \quad \Delta r_2=\frac{-r}{454+t'}\Delta t'$$

对于平均数 $p=760$公厘$=29.92$英寸和$t=+15°\mathrm{C}=59°\mathrm{F}$，則：

$$\left.\begin{aligned}\Delta r_1&=+0.075\cdot\Delta p\cdot\mathrm{tg}\,z \quad \text{或} \quad \Delta r_1=+1.90\cdot\Delta p'\cdot\mathrm{tg}\,z\\ \Delta r_2&=-0.200\cdot\Delta t\cdot\mathrm{tg}\,z \quad \text{或} \quad \Delta r_2=-0.111\cdot\Delta t'\cdot\mathrm{tg}\,z\end{aligned}\right\} \qquad (\text{Ⅳ}.5)$$

將誤差傳播定律应用到（Ⅳ.2）幷舍去其中微小項 $0''.072\,\mathrm{tg}^3 z$，我們得到下面折光差的中誤差的平方公式。

$$m_r^2=\left\{\frac{1}{p^2}m_p^2+\frac{1}{(270+t)^2}(m_t^2+v_t^2)\right\}\left(\frac{p}{760}\times\frac{270}{270+t}60''.1\,\mathrm{tg}\,z\right)^2 \qquad (\text{Ⅳ}.6)$$

式中：

m_p=气压計讀数的中誤差

m_t=溫度計讀数的中誤差

v_t=沒有在溫度計中表現出来的溫度的平均短期变化。

如上所証，折光差主要决定于最下層空气的溫度，而对上層空气溫度的影响較小。所以只是最下層空气的微小变化使得折光差發生了变化。由于这种变化的时間很短，因此通常水銀溫度計的迟滯性可使其抵消。所以由溫度讀数所算出的折光差是一个平均数，而折光差的短期变化則認为是一种誤差。短期間溫度的变化每分鐘可达 ±0.5°C，其平均变化为：

$$v_t=0°.2C$$

同样气压变化的影响是不显著的。再假定：

$$m_p=0.1\text{mm} \quad 和 \quad m_t=0°.1C$$

并且利用平均数 $p=760$mm 和 $t=15$°C（因为 m_r 微小），公式（Ⅳ.6）变为：

$$m_r=0''.045\ \text{tg}\, z$$

例題：

$z=75°$	$60°$	$45°$	$30°$	$15°$
$m_r=0''.17$	$0''.08$	$0''.05$	$0''.02$	$0''.01$

这种偶然中誤差是小的。相反地，系統誤差可能是很大；当天頂距为 75° 时，它們可以达到几秒。系統誤差的主要来源为：

（1）溫度計和气压計讀数的观測常差和仪器常数。

（2）作为折光差理論基础的眞正的空气結構与理論所假定的不相一致。

（1）为了研究气溫和气压讀数誤差的影响，可用 p 和 t 为变数求公式（Ⅳ.2）的微分式。不計及最后項，我們有

$$dr=\left(\frac{-dt}{270+t}+\frac{dp}{p}\right)\frac{p}{760}\cdot\frac{270}{270+t}60''.10\cot h$$

（2）如实际和理論的空气結構的差別，是和天頂距相对称的，那末它对折光差的影响必須是高度的函数。將它的影响和上述的影响加起来，我們有：

$$dr=f(h,\ p,\ t)$$

地方情况的不同（例如近旁的森林，湖泊，河流，房子等等）可以使气溫与气压的分佈不与天頂距相对称，因而發生折光差的不对称。这是严重的誤差来源，而且不可能被消去的。

所以我們可总結如下：

（a）必須避免观測很大的天頂距，除非具有其他誤差可以抵消它。如果要測恒星的高度，大于 75° 的天頂距是不能容許的；如果是測定方位角則不受这个限制。

（b）必須采用消除系統折光差的观測方法。

（c）如有可能，观測必須在一个或几个晚上重复进行。

（d）必須用很好的檢定过的气压計和溫度計，最好用可以掛起来的溫度計。一个普通的空盒气压計認为是合适的。

（e）溫度計必須掛起来（例如用一根桿子），大約离开地面 1.5 公尺，并且离开仪器或房屋要有几公尺的距离。

(f)当观测太陽时，溫度計和气压計必須好好保护，并放在陰影地方，免受太陽光的直接照射。

(g)天文点必須位于空曠地区；不能靠近森林，河流，房屋等等。

§4.3 周日光行差

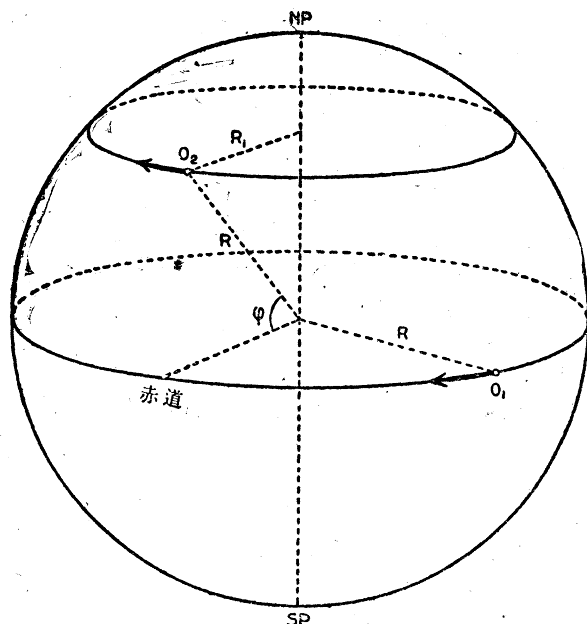


圖 30. 地球自轉

周日光行差的現象和周年光行差相类似(§2.6)。由于观测者随地球的自轉运动而引起星体的視位移。虽然每个观測者所轉的角度是一样的，但他們的直綫运动的速度是不同的。

設有二个观測者：O_1在赤道上，O_2在緯度为φ的地方（圖30）。二个观測者轉一周的时間是一样的。O_1所轉的距离为$2\pi R$，而O_2則轉动为$2\pi R_1$，这里R为赤道半徑，而R_1为O_2所在緯圈的半徑。直綫运动速度v和v_φ是和所經的距离成正比例，我們有：

$$\frac{v_\varphi}{R_1}=\frac{v}{R}$$

如果地球是假定为一圓球：

$$R_1=R\cos\varphi$$

从上公式，我們得出：

$$v_\varphi=v\cos\varphi \qquad (\text{IV}.7)$$

应用§2.6中所述的同样理由，星体視位移可以用下式表示：

$$\Delta\psi=\frac{v_\varphi}{V}\rho\sin\psi$$

式中 ψ为矢量v_φ（观測者速度）和V（光速）之間的夾角（圖31）。將(1)式中v_φ代入上式，我們得到：

$$\Delta\psi=\frac{v}{V}\rho\cos\varphi\sin\psi\equiv\varkappa\cos\varphi\sin\psi \qquad (\text{IV}.8)$$

$\varkappa$为周日光行差常数，可以从赤道上观測者的速度v和光速V推导出来。这就給出：$\varkappa=0''.32$。

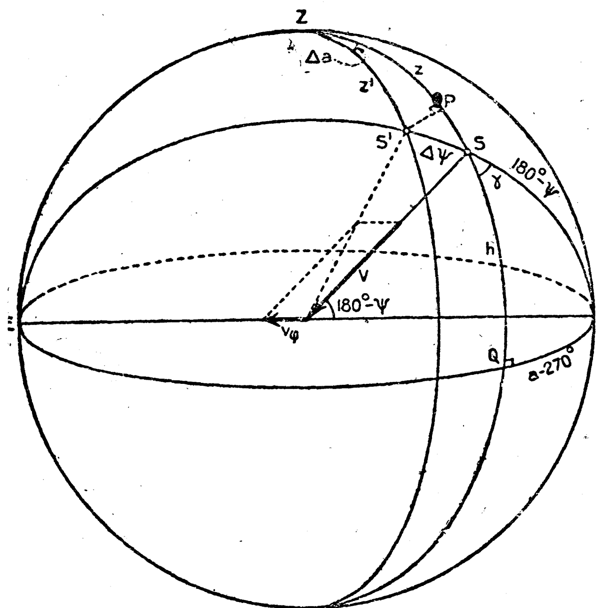


圖 31. 周日行差

这个位移$\Delta\psi$發生在矢量v_φ和V的平面內，如圖31所示；該圖为观測者卯酉圈的平面与圖面相重合的一个天球圖。由于地球的轉动，每个观測者随着向东轉动，

如矢量 v_φ 所示。由于星体的位置从 S 移动到 S'，天頂距和方位角都發生了变化。天頂距的变化 Δz 大約等于 SS' 在星体的地平經圈上的投影。这个投影 SP 近似地为：

$$SP=-\Delta z=\Delta\psi\cos\gamma$$

或將公式(Ⅳ.8)的数值代入上式得：

$$\Delta z=-\varkappa\cos\varphi\sin\psi\cos\gamma$$

从三角形 SWQ：

$$\sin\psi\cos\gamma=-\sin a\sin h=-\sin a\cos z$$

并且代入上式，我們得到：

$$\underline{\Delta z=\varkappa\cos\varphi\sin a\cos z}$$

方位角的变化 Δa 可以从三角形 $S'ZP$ 得到：

$$\sin\Delta a=\sin S'P\operatorname{cosec}z'$$

或近似地：

$$\Delta a=S'P\operatorname{cosec}z=\Delta\psi\sin\gamma\operatorname{cosec}z$$

將(Ⅳ.8)的数值代入上式：

$$\Delta a=\varkappa\cos\varphi\sin\psi\sin\gamma\operatorname{cosec}z$$

再从三角形 SWQ：

$$\sin\psi\sin\gamma=\cos a$$

我們得到：

$$\underline{\Delta a=\varkappa\cos\varphi\cos a\operatorname{cosec}z}$$

时角变化 Δt 的公式可用同样的方法推导出来，所得結果是

$$\underline{\Delta t=-\varkappa\cos\varphi\cos t\sec\delta}$$

当 $\varphi=0$，$a=90°$或$270°$和$z=0°$时，Δz 达到最大値。即使在此最大限度的情况下，Δz 不过是 $0''.31$，所以这个改正数只有在高精度的要求下才是必需的，而在一般测量工作中則可以不加考虑。

当天体在子午圈上（$a=0°$ 或 $180°$），而天頂距較小时，Δa 达到最大値。在测定方位角时，所用的最小天頂距近似地为 $\operatorname{arc}\cot(\pm z\operatorname{tg}\varphi+\operatorname{tg}15°)$ ($\varphi\leqq 0$，参看 § 8.2.3)。如 $|\varphi|\leqq 60°$，則 Δa 的最大値为 $0''.62$，这是不能常常忽略的。同样可以証明，只有在精度需要高时，才顧及 Δt。

§ 4.4 太陽視差

圖 32 表示在观测者和太陽所在的垂直面內經过地心的截面。

d = 地球到太陽的距离

z' = 观测天頂距（已加折光差和周日光行差改正）

z = 地心天頂距

$p=z'-z$ = 太陽视差；$z=z'-p$

在三角形 O-太陽-C 中，我們有：

$$\sin p=\frac{R}{d}\sin z'$$

或近似地：

圖 32. 太陽視差

$$p=\frac{R}{d}\rho\sin z'.$$

相应于 $z'=90°$ $(\sin z'=1)$ 的視差叫做地平視差，以符号 p_h 表示之：

$$p_h=\frac{R}{d}\cdot\rho.$$

將以上兩式合併起来，我們得到：

$$p=p_h\sin z' \qquad (\text{IV}.9)$$

因为地球軌道成橢圓形，故距离 d 不是一个常数，在一年之中，地平視差的数值介乎8″.66（在六月）和8″.95（在十二月）之間。地平視差列在历書的表格中；在美国天文年历中每日載在太陽表上；在航海历書中每十日列在專門表格中。如果观測者利用列綫圖 3 （170 頁），那末他便不需要这些表，列綫圖上註有日期。列綫圖代替了視差的計算，从公式(Ⅳ.9)可看出只要簡單的运用便可求得（参看用法說明）。

例題：求 3 月 23 日，$z'=62°$ 或 $h=28°$时的太陽視差

列綫圖直接給出：$p=7''.8$。

§ 4.5 太陽的偏心瞄准

在历書中所載太陽赤經与赤緯是以太陽的中心为根据的。观測太陽必須与这些坐标相一致，所以也必須同样地归算到太陽的中心。

但是因为太陽是一个大的圓盤，实际上很难瞄准它的中心，我們曾經設計了專門的偏心照准方法，并且將观測的結果加以改正归化到太陽的中心。我們將討論下列的二种方法：

（a）普通方法，仍然常常在应用着，不需任何附件，但观測費神，且不大精确。

（b）新的方法，用一个太陽稜鏡附件套在望远鏡上，观測容易，并且精度很高。

（a）普通照准方法：

將望远鏡視場中的太陽影子放在这样的位置：

（1）在測定方位时，使日影左或右边緣与縱絲相切（圖 33，a 和 b）

（2）在測定天頂距时，使日影上或下边緣与横絲相切（圖 33，c 和 d）

圖 33. 太陽的偏心瞄准

(3)在同时测定方位角与天頂距时，則同时与縱横絲相切（圖 33，e 和 f）。

为了消除由十字絲的可能傾斜所引起的誤差，在(1)和(2)的情况下，太陽和十字絲相切之处須靠近十字絲交点。在(3)的情况下，这样做是不可能的，因此必須連續观測二次，將太陽放在圖 33 的 e 和 f 所示的位置上。即使十字絲有些傾斜，第一次和第二次观測的結果受到同样而相反的影响，它們的中数將是正确的。每种情况的观測程序在本节末，將加以叙述，以作为討論观測誤差时的准备。

照准太陽（或恒星）的目的，常常是要測定二个相应的量，在上述的情况下，我們需要下列讀数：

(1)水平度盤和表面时讀数

(2)垂直度盤和表面时讀数

(3)垂直度盤和水平度盤讀数。

在观測过程中，这种相应量的变化可以近似地認为是有綫的，一个量連續二次观測的平均数可認为近似地相应于另一个量連續兩次观測的平均数。

例如在(1)的情况下：

水平度盤讀数：r_1 和 r_2；平均数 $\bar{r}$

表面时讀数：u_1 和 u_2，平均数 $\bar{u}$

假設 r_1 和 u_1，r_2 和 u_2 的关系为：

$$u_1 = f(r_1); \qquad u_2 = f(r_2)$$

那末，按照上述假定，我們近似地有：$\bar{u} = f(\bar{r})$。也就是說 $\bar{u}$ 和 $\bar{r}$ 可以認为是相应的虛拟观測值。这样做可以簡化計算，而在观測太陽时，具有特别便利之处，如果 r_1 和 r_2 是十字絲切于太陽相对边緣（圖 33，a 和 b）的讀数；那末假想的平均讀数 $\bar{r}$ 显然就是太陽中心的讀数。于是对于偏心照准即毋須再加改正了。

必須着重指出，此法仅是近似的方法，只有当各个观測緊密且迅速地相互連接着，以及精度的要求也不太高的时候才可以应用此法。

通常，即使需要加偏心照准的改正值，也宁可独立地采用每一次观測結果。

圖 34 表示以太陽中心为准的太陽方位角 a 与太陽天頂距 z，从此圖可得各改正值。

太陽左或右边緣的方位角的改正数或与其相应的水平度盤的改正数，是：

$$\Delta a = \pm \frac{1}{2} d \cdot \operatorname{cosec} z = \pm \frac{1}{2} d \cdot \sec h$$

式中 $\frac{1}{2}d$ 是太陽半徑所張的角度（簡称为半徑）等于太陽半徑对地球中心或者近似地对于观測者所張的角度。这个角度取决于地球到太陽的距离，由

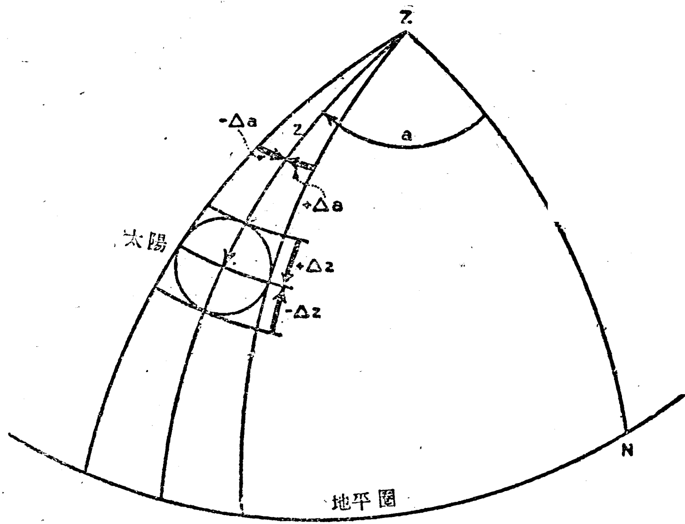


圖 34. 偏心观測太陽的改正

于距离不是一个常数，$\frac{1}{2}d$ 也随着变动。它的数值介于 $16'17''$（在十二月）和 $15'45''$（在六月）之間，并且載于历書中的太陽表上，每日在世界时零时給出一个数值。（参看29頁第四欄）。应用这个数值，然后按上式計算 Δa。

例題：

求 1946 年 2 月 12 日世界时 16 时太陽高度 $h=33°45'$ 时的 Δa。

从历書（参看 29 頁）：$\frac{1}{2}d=16'13''.51=973''.51$

于是：$\Delta a=973''.51 \sec 33°45'=1170''.8=19'30''.8$。

常常有这样的情况，如果測定 Δa 的精度只限制在 $1''$—$2''$ 范圍之內，那末我們可以选用另一方法，就是应用列綫圖 4（171 頁）。因为这个列綫圖上註明了日期；不需求出 $\frac{1}{2}d$ 的数值。

例題：

日期同前例。

列綫圖直接給出：$\Delta a=19'31''$

上边緣或下边緣的天頂距或高度的改正值是：

$$\Delta z=\pm\frac{1}{2}d; \qquad \Delta h=\mp\frac{1}{2}d$$

如果精度要求很高，那末可能要顧及太陽上、下边緣与太陽中心的微折光差。从公式（Ⅳ.4），这个微折光差是：

$$\Delta r=0.00028\cdot\Delta z\cdot\sec^2 z$$

將平均值 $\Delta z=\frac{1}{2}d=16'$ 代入上式，我們得到：

$$\Delta r=0''.27\sec^2 z=0''.27\operatorname{cosec}^2 h$$

高度在 $15°$ 以上的 Δr 值不难从下表中查得。

由于偏心照准所引起的天頂距或高度改正数之和变为：

太陽观测——微折光表 表 4

h	Δr	h	Δr	h	Δr	h	Δr
90° 00′		27° 42′		20° 16′		16° 45′	
	0″.3		1″.3		2″.3		3″.3
61 26		26 34		19 49		16 30	
	0 .4		1 .4		2 .4		3 .4
50 46		25 34		19 23		16 15	
	0 .5		1 .5		2 .5		3 .5
44 29		24 40		18 59		16 00	
	0 .6		1 .6		2 .6		3 .6
40 08		23 52		18 37		15 47	
	0 .7		1 .7		2 .7		3 .7
36 52		23 08		18 16		15 34	
	0 .8		1 .8		2 .8		3 .8
34 18		22 28		17 56		15 21	
	0 .9		1 .9		2 .9		3 .9
32 13		21 51		17 37		15 09	
	1 .0		2 .0		3 .0		4 .0
30 28		21 17		17 19		14 58	
	1 .1		2 .1		3 .1		
28 59		20 45		17 01			
	1 .2		2 .2		3 .2		
27 42		20 16		16 45			

上边緣： $\Delta z=+\left(\frac{1}{2}d-\Delta r\right)$； $\Delta h=-\left(\frac{1}{2}d-\Delta r\right)$

下边緣： $\Delta z=-\left(\frac{1}{2}d-\Delta r\right)$； $\Delta h=+\left(\frac{1}{2}d-\Delta r\right)$

在56頁中已經叙述了三种太陽的照准情况，太陽的影像切于：

(1)縱絲上，

(2)横絲上，

(3)縱横絲上。

在(1)和(2)的情况下，当日影正好要和十字絲相切前固定望远鏡，而当日影边緣和十字絲相切之时讀出表面时。在(3)的情况下始終用水平微动螺旋將縱絲与日影的右緣或左緣相切，等到日影与横絲相切时，則停止轉动螺旋。

在各种情况中，可能由于十字絲与日影的边緣不会恰好切合（切得太多或者太少），而引起了系統人差。現在的問題就是观测日影的相对边緣是否可以消除这种人差。这是不可能的，因为我們經常偏重于观测快將离开十字絲的日影边緣；当十字絲在日影圓面之外时，十字絲往往看不清楚，或者是根本看不見，这要看天空的明朗与否。即使在視場的黑暗部分（因为天空有云遮着）可以看見十字絲，但当日影接近不易看清的十字絲与离开明亮的十字絲的切合誤差是很不相同的。在(3)的情况下，縱絲必須連續不断地和日影相切，十字絲看不清楚或看不見的困难是很显然的；但是这里还有更加严重的誤差来源。望远鏡的正确照准是在日影边緣同时切于二根十字絲的瞬間；要达到这个目的，观测者必須注視兩个相离頗远（大約22′）的切点。理論上观测者必須同时观测二个切点，但是实际上只能很快地分别观测它們。其結果，这种观测是靠不住的，同时也是不精确的。

由于日光的强烈，观测者不能够由望远鏡直接观测太陽，因此須用顏色玻璃目鏡，或者將目鏡和十字絲同时投影到放在目鏡后面的白紙片上。

物鏡不仅將太陽光綫焦聚在十字絲平面上，或是在新式仪器中，焦聚在刻有十字絲的玻璃片上；而且也和太陽光綫通过燒火鏡的情况一样，使得新式仪器中的十字絲玻璃片受热过多而十字絲环受热較少，而引起膨脹变形。因为根据上述的观测程序，太陽在視場中的位置是偏在一方的，膨脹的中心不是与十字絲环的中心相重合。这种玻璃片和十字絲环的不規則膨脹的結果使十字絲交点發生位移。这种現象的重要性可以由事实証明：即横向位移0.01公厘（0.0004英寸）对20公分長的望远鏡就会發生10″的横向或縱向的視准誤差。因为太陽在視場中的位置不同，其所产生的視准誤差也不同，并且是不能够从正倒鏡的平均結果中来完全消除它。

(b)用太陽稜鏡附件的新瞄准方法。

为着克服上节中所述的困难，設計了专为观测太陽用的特别附件。它是由一对小的稜鏡所組成，它們互相垂直地裝在一个短管 a 中，短管用鉸鏈 c 連接到圓环 b 上（圖35）。短管的前端用一片綠色濾光玻璃封閉，其另一端則用灰色濾光玻璃封閉。这个附件可以和普通經緯仪望远鏡的物鏡端相連接（圖36和37），圓环可以紧密地套在物鏡上。

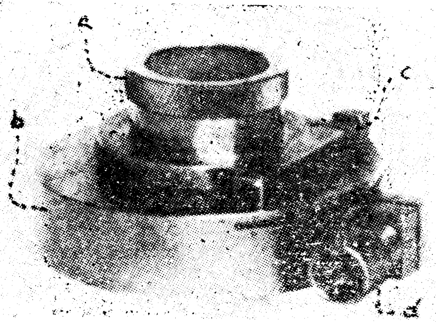


圖35，太陽稜鏡附件

如圖 36 所示，一个稜鏡是在物鏡上半部前面，另一个稜鏡則在物鏡右半部的前面(圖 38)。这样第一稜鏡是在物鏡左上象限的前面，第二稜鏡是在右下象限前面，二个稜鏡同在右上象限前面，而左下象限的前面則沒有稜鏡。

这样的裝置产生了四个太陽的影子，列成正方形，如圖 39 所示。

稜鏡的折射角为 23′，使得太陽的四个影子互相成对地重合着，其重叠部分成为明亮的十字形（圖39）。在十字的中心是一个小黑方塊，其大小随着所看到的日影的大小而不同，从 10″×10″（12 月）到 75″×75″（6 月）。

盖着整个物鏡的濾光玻璃是做成稜鏡的形狀，使得太陽的四个影子都在相反方向移动

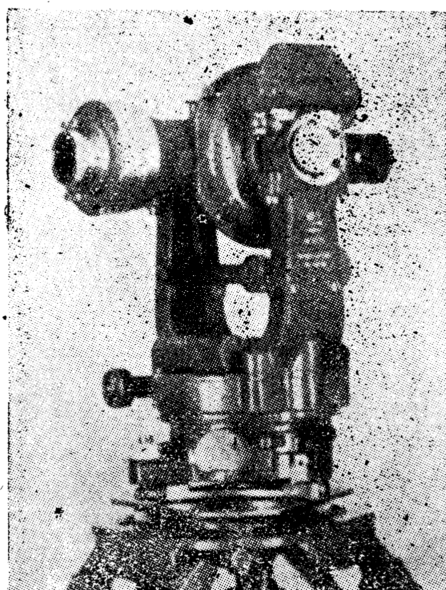


圖 36. 太陽稜鏡附件套在望远鏡物鏡的前面（观測太陽时的位置）

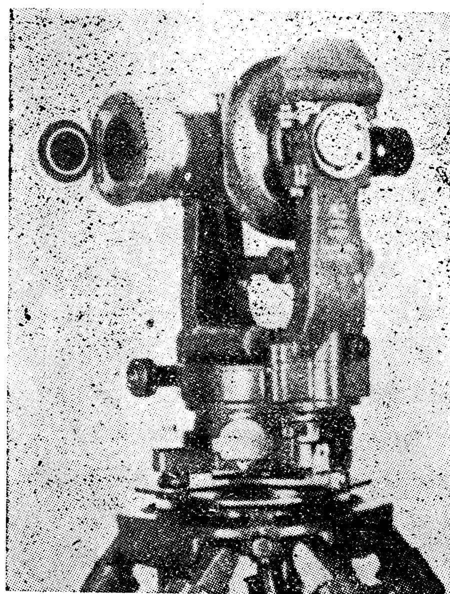


圖 37. 太陽稜鏡附件套在望远鏡物鏡的前面（观測地面目标时的位置）

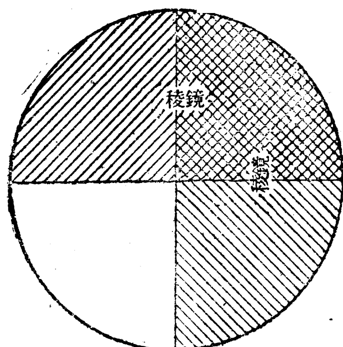


圖 38. 稜鏡在物鏡前的位置

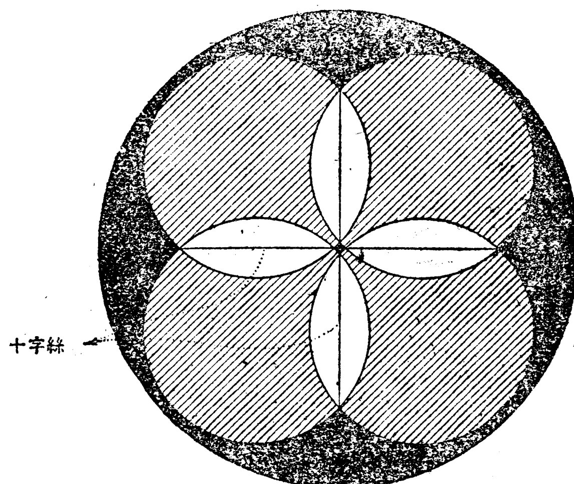


圖 39. 四个太陽影子同时在望远鏡視場內

11.′5。其結果使得四个影子沿着放射的方向对于沒有稜鏡时的太陽影子移动。这就是說，当瞄准明亮的十字形时，其結果等于直接瞄准太陽的中心，不須再作偏心改正。❶

濾光鏡使得太陽的影子变成綠色，对于观測者的眼睛是很安适的，而且使进入望远鏡的日光和热量大大減小，保护十字环和玻璃不至于过热。

观測目标是四个太陽影子的重叠部分所形成的明亮綠色十字。照准这个对称的目标，比較瞄准一个太陽影子有了以下許多便利之处：

a. 精度很高，把十字絲平分明亮的十字形的四翼，就能获得准确的瞄准（圖39）。

b. 沒有系統性的切合人差

c. 在日影中十字絲可以很清楚地看到，

d. 对象限的选擇不致發生錯誤。

在有些地区（如北極圈和南極圈地区）空气的透明度变化很大，曾經設計了一种專門的太陽稜鏡，以二个偏振片代替一个灰色濾光鏡。其中一个偏振片可以轉动，以便得到亮度适宜的日影，因为一对偏振片的透明度是决定于它們的相互位置。

太陽稜鏡附件的校正和使用。

在太陽稜鏡附件套到物鏡前面以后，將望远鏡瞄准太陽，用手轉动附件，使十字絲与太陽影子重叠部分所組成的明亮十字形的四翼相平行。然后擰紧固定螺旋 d（圖35）。在全部观測过程中，使附件保持它的正确位置。必須着重指出，这种簡單校正的微小誤差，与縱橫視准誤差有同样的影响，可以从正倒鏡观測結果中予以消除。

当瞄准太陽时，管中的稜鏡和濾光鏡是在正常的位置，并在物鏡之前（圖36）。在瞄准方位标以前，先轉动管中鉸鏈，將稜鏡和濾光鏡移到一旁（圖37）。因为稜鏡在短管中的位置是很少变动的，故当短管套到物鏡上时，其位置的微小誤差，对于观測結果沒有值得注意的影响。

精度。

用太陽稜鏡所得到的精度，曾經在普通測量工作中做了許多次观測加以檢核，用威特T2經緯仪观測一次太陽高度的中誤差为 3″，这种中誤差是由下列二部分所組成：

（1）瞄准中誤差；

（2）竖盤上水准器气泡置中与竖盤續数的中誤差。

从專門的观測中得出后一部的誤差为 1″.8。由此，应用太陽稜鏡的望远鏡的瞄准中誤差为：

$$\sqrt{3^2-1.8^2}=2''.4$$

这个精度与用望远鏡瞄准恒星的精度相等。❷

---

❶本段是按1957年1月原著者来信經修改后增加的——譯者註。

❷在原書70頁上共有十三行的原文，現已按原著者1957年1月来信將其全部刪去——譯者註。

第五章 守时、測时、記录及其校核

§ 5.1 守 时

5.1.1 計时器及其应用

在大地天文測量上所应用的計时器有兩种：一为天文鐘，一为天文錶，前者較为精密，但因構造复杂、較后者难于使用。天文鐘是裝在一个匣子里，并且悬掛在平衡环上，因此，不管匣子的位置怎样，总是在水平位置。天文錶不悬掛在平衡环上，可以放在任何位置来使用，但是仍然以保持水平为最佳，并佲可能使錶面朝上；由于錶速与其位置有关（錶面水平，或是垂直），故制造者常常給出所謂錶位誤差。

天文鐘可以調节成为平恒星时(M.S.T.)或平太陽时(M.T.)。虽然基本上可以采用任何一种天文鐘，但对于观測星体則以应用恒星鐘为方便。而在观測太陽时或平常守时則以应用平太陽鐘为方便。如果观測星体而沒有恒星鐘时，則可临时应用一只平常鐘錶——例如手表，在观測之前將其对准地方恒星时，把它当做观測程序中的計时器，在观測中它与平恒星时的差異可略而不計。更有用的仪器是一只好的停錶（M. S. T. 或 M.T.),最好的可記录到 $0^s.01$ 。許多停錶都受到一些延迟，这是由于机件在开动的一刹那必須克服某些惰性。因此最好能选一只停錶，其內部構造同天文錶一样，而另外在錶面上再特別加一根停針❶，在放松之后这支停針須能恢复到应有的位置，共同与其他表針并走。

天文鐘是測量員配备中最精細的一种仪器；在勘測或在其他情况中，若預料到天文鐘遭受損坏而無法更換时，則最少必須多帶一架以作后备。

如注意下列几点可減少損坏或不精确的机会：

a. 首先，天文鐘必須按时上法条；最好在每天的某一定的时刻。法条必須上足到感觉有反抗的彈力时为止。

b. 天文錶是在上法条后自己便走动的，但是天文鐘并不能自己开动，如欲开动一只已經停止过的天文鐘，可依垂直于錶面的軸很快地把鐘身轉动一下。（須特別当心！）

c. 最好不必將天文鐘对准某一定的时刻；因为我們总是需要在讀数上加一改正数，而改正数的大小为数秒抑或数小时是無关重要的。

d. 天文鐘須尽量保护以防止灰塵、溫度的变化以及空气的潮湿。

e. 避免突然的移动或震动，特別要避免垂直于表面的旋轉。

f. 在搬运之前，必須先將天文鐘固定，使其不会在平衡环中搖动。平衡輪也要用兩塊軟木片塞住。

g. 天文鐘經搬动之后，至少应当讓它有一小时的时間恢复它的固有速率(§ 5.1.2)。在一測站上的整个时期，天文鐘不得受扰动。如果办不到的話，那末最好用兩个天文鐘；

---

❶ 意即这种停錶有兩根長的秒針，其中的一根可以任意止动的名为停針——譯者註。

或一个天文鐘，一个天文錶。在一测站上的整个时期中，一架天文鐘須不受干扰以作为母鐘，而另一架天文鐘或天文錶則作为子鐘，以供天文观测之用。在开始观测之前，將子鐘与母鐘相比較以資校对，然后很当心地將子鐘搬到观测站。在观測結束之后即刻再將子鐘与母鐘进行比較。縱使子鐘上裝有停針得不到什么方便，但是如母、子鐘守着不同的时間（例如一为平太陽鐘，一为恒星鐘）則此种比較極为簡單。时鐘的比較方法將述于§ 5.3.9中。

5.1.2 天文鐘的錶差和錶速

天文鐘既为人工的产品自然不能尽善尽美，因此就不可能走得一点都不差。准确的时刻 M.T. 或 M.S.T.（格林威治时刻或地方时刻）与天文鐘的錶面时之間的差異 ΔT 叫做时計改正也叫做錶差：

$$T+\Delta T=\text{M.T. 或 M.S.T.} \qquad (\text{V}.1)$$

这个錶差虽然由于同样的原因無法保持不变，然而它必須变化得很均匀，这是一只好天文鐘的最重要的特征。ΔT 的数值可用下列公式求得：

$$\Delta T=\Delta T_0+(T-T_0)\Delta_1 T \qquad (\text{V}.2)$$

式中：

ΔT 及 ΔT_0 各为在时刻 T 及 T_0 的錶差。

$\Delta_1 T$ 为單位时間內的錶差变化，叫做时計速率或錶率。一只固定靜止的天文鐘的速率叫做靜止錶速，它可以与旅行錶率不同。在还沒有無綫电授时信号的时候，需要求定天文鐘的旅行錶速，而目前是不需要了。但是在測站上固定不动的时候还是需要經常測定它的靜止錶速，以校核天文鐘（測定錶速）。天文鐘的錶速可以从每一对相連的錶差測得（通常是用無綫电授时信号——参考§ 5.3）。

在錶面时 T'_0 时，按(V.2)式則有：

$$\Delta T'_0=\Delta T_0+(T'_0-T_0)\Delta_1 T$$

因此：

$$\Delta_1 T=\frac{\Delta T'_0-\Delta T_0}{T'_0-T_0} \qquad (\text{V}.3)$$

T_0、T'_0 为測定錶差 ΔT_0 及 $\Delta T'_0$ 时候的錶面时刻。

設在上式中(T'_0-T_0)以小时为單位，則 $\Delta_1 T$ 为每小时的錶速。錶差及錶速必須記录于格式中。今举例如下。

在 T_0 与 T'_0 之間的任何錶面时 T 的表差 ΔT 可按(V.2)式計算之。

同样地，我們确定了 M.T.$_0$ 与 M.T.$'_0$ 或 S.T.$_0$ 与 S.T.$'_0$ 的錶差 ΔT_0 及 $\Delta T'_0$ 之后，便可求其間任何时刻 M.T. 或 S.T. 的錶差：

$$\left.\begin{aligned}\Delta T&=\Delta T_0+(\text{M.T.}-\text{M.T.}_0)\Delta_1 T \quad &(\text{平太陽时天文鐘})\\ \Delta T&=\Delta T_0+(\text{S.T.}-\text{S.T.}_0)\Delta_1 T \quad &(\text{恒星时天文鐘})\end{aligned}\right\} \qquad (\text{V}.4)$$

严格地說，上式中的 $\Delta_1 T$ 为平时每一小时的錶速或恒星时每一小时的錶速，而不是像公式(V.3)中所表示的为天文鐘每小时的錶速。实际上这种差異是非常微小的。

有时用繪制錶速圖的方法从圖中讀出錶差 ΔT，以代替上述的公式(V.1)—(V.3)。这种圖解法比計算法更为容易而且通常也足够精确。圖 40 中所示的綫圖系按 64 頁附表中数据而繪制的。

鍅速：Nardin Nr. 2081(M.T.)

格林威治日期		G.M.T.	鐘面时	差数	鍅差	差数	每小时的鍅率	备註
正月	47	h m	h m	h m	h m s	s	s	
星期六	18	10.00	8.59		1.00.58.76			
				10.06		+1.54	+0.152	
	18	20 05	19.05		1.01.00.30			
				2.30		+0.43	+0.172	
	18	22.36	21.35		1.01.00.73			
				21 30		+3.44	+0.160	
星期日	19	10.00	8.59		1.01.04.17			
				10.06		+1.56	+0.155	
	19	20.06	19.05		1.01.05.73			
				2.30		+0.37	+0.148	
	19	22.36	21.35		1.01.06.10			

例：求鍅面时 15^h39^m时的鍅差。

从圖 40 中的直綫我們可以讀出 $\Delta T = 1^h00^m59^s.75$，（按公式(Ⅴ.2)計算鍅差之結果为 $\Delta T = 1^h00^m59^s.77$）。

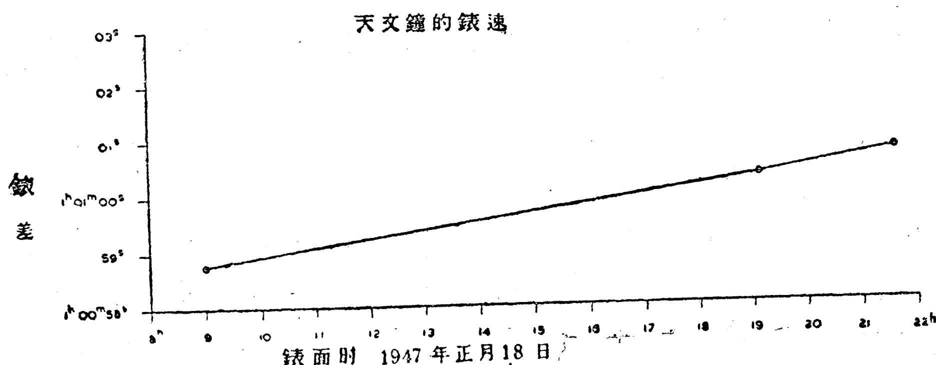


圖 40. 天文鐘的鍅速

5.1.3 系統誤差

在前一节已經假定鍅差的变化是很均匀的。今为了估算可能受到不均匀的影响，我們將于下例中假設鍅差与时間的关系是二次式：

$$\Delta T = \Delta T_0 + (T - T_0)\, a + (T - T_0)^2 b.$$

上式的几何意义是一根抛物綫。如果我們应用直綫內插，我們实际上便是將抛物綫換为直綫，而公式(Ⅴ.2)便是上式的弦。很显明的，最大的誤差是發生在兩个时号的中間；因此間隔越短、誤差越小。

于是鍅差的决定应尽可能地接近于观测的前后。

5.1.4 偶然誤差

將誤差傳播定律应用到公式(Ⅴ.3)上便得❶：

$$m^2_{\Delta T} = \frac{1}{(T'_0 - T_0)^2}\left(m^2_{\Delta T'_0} + m^2_{\Delta T_0}\right)$$

式中：$m_{\Delta 1T}$＝錶速的中誤差；

$m_{\Delta T_0}$，$m_{\Delta T'_0}$为錶差的中誤差。

如果(T'_0-T_0)的时段間隔很短，则从上式中可看出所求的錶速，其精度必低，并可能（不是必定）同在較長的时段間隔內所求得的較准确的錶速有所不同。64頁附表上給出一例：就2.5小时所求得的錶速为$+0^s.172$，此値与其他的錶速値有显著的差異。

我們强調这一点，主要的就是提醒讀者，短間隔內所求定的錶速是不精确的；时段(T'_0-T_0)的加長对于应用(Ⅴ.2)式以計算在某时刻T_i的錶差也是重要的。設將(Ⅴ.3)式代入(Ⅴ.2)式中，略为化簡后便得：

$$\Delta T_i=\frac{(T'_0-T_i)\Delta T_0+(T_i-T_0)\Delta T'_0}{T'_0-T_0}\equiv q'_i\Delta T_0+q_i\Delta T'_0$$

式中
$$q_i=1-q'_i=\frac{T_i-T_0}{T'_0-T_0}$$

同样的，在某一瞬时T_j的錶差为：

$$\Delta T_j=q'_j\Delta T_0+q_j\Delta T'_0$$

应用誤差傳播定律于上式，并令：

$$m_{\Delta T_0}=m_{\Delta T_0}$$

則得ΔT_i的中誤差的平方：$m^2{}_{\Delta T_i}=(q_i^2+q_i'^2)m^2{}_{\Delta T_0}$

而ΔT_i与ΔT_j之間的关联值为：❷

$$m_{\Delta T_i\Delta T_j}=(q_iq_j+q'_iq'_j)m^2{}_{\Delta T_0}$$

从上式看来，錶差好像是相互关联着的，因此，它們的平差問題便在关联观测的平差理論的范圍內。

通常可以略去这个关系，甚至于在一等天文点的工作中也可以这样；然而这种的略去也可能有人反对的。由于本書只供野外天文作業，对于某些近似的計算是允許的，因此，我們可写：

$$m^2_{\Delta T_i}=m_{\Delta T_i\Delta T_j}=(q_m^2+q_m'^2)m^2_{\Delta T_0}\ (\text{常数}) \tag{Ⅴ.5}$$

式中：

$$q_m=1-q'_m=\frac{T_m-T_0}{T'_0-T_0}$$

T_m＝第一个与最后一个錶面时的中央时刻。

---

❶本書中采用均方誤差(而不是或然誤差)作为衡量精度的标准，并为了簡單起見叫它做"中誤差"。如果需要从中誤差計算或然誤差，只要將中誤差乘以0.684或2/3即可。

❷設有：$u=ax+by$，$v=cx+dy$，其中a,b,c及d为常数，x及y为变数，則u,v之間的关联値为：$m_{uv}=acm_x^2+(ad+bc)m_{xy}+bdm_y^2$。式中$m_x$及$m_y$为$x$及$y$的中誤差，而$m_{xy}$則为$x,y$之間的关联値。若$x$与$y$不相关联（$m_{xy}=0$）則有：$m_{uv}=acm_x^2+bdm_y^2$。

今將上理应用于下式中：

$$\Delta T_i=q'_i\Delta T_0+q_i\Delta T'_0,\qquad \Delta T_j=q'_j\Delta T_0+q_j\Delta T'_0$$

則有：
$$m_{\Delta T_i\Delta T_j}=q'_i\ q'_j m^2_{\Delta T_0}+(q'_iq_j+q_iq'_j)\ m_{\Delta T_0\Delta T'_0}+q_iq_j\ \ m^2_{\Delta T'_0}$$

如 ΔT_3与$\Delta T'_0$的精度相等（$m_{\Delta T_0}=m_{\Delta T'_0}$）而且不相关联($m_{\Delta T_0\ \Delta T'_0}=0$)則有：

$$m\Delta T_i\Delta T_j=(q'_i\ q'_j+q_iq_j)m^2_{\Delta T_0}$$

——譯者註。

$$T_m = \frac{1}{2}(T_1 + T_n)$$

在單独测定經度(第 10 章)，或同时测定經緯度(第 11 章)时，用無綫电时号进行表面时平差的問題，若采取上述的近似法，可以化簡許多。我們可以証明（下一节將加以証明)，錶差的互相关系以及不精确，在整个問題的解答中可不加考虑，只要在所計算的經度中誤差的平方 m_λ^2 中加上：

$$(q_m^2 + q_m'^2) m_{\Delta T_0}^2$$

相加以后所得的量 M_λ 为外中誤差，以区别于內中誤差 m_λ。遂得：

$$M_\lambda^2 = m_\lambda^2 + (q_m^2 + q_m'^2) m_{\Delta T_0}^2$$

因此：

$$M_{\lambda \cos\varphi_0}^2 = m_{\lambda \cos\varphi_0}^2 + (q_m^2 + q_m'^2)\cos^2\varphi_0 \cdot m_{\Delta T_0}^2$$

5.1.5 关联观測值平差的一些說明

我們將上一节末的說明証明于下，其原理为丁斯特拉（Tienstra）教授所建議。

从§ 3.2 中的公式有：

$$\lambda = \text{G. M. S. T.} - t - (\alpha - n)$$

將(Ⅴ.1)式代入上式，便得：

$$\lambda = (T + \Delta T) - t - (\alpha - n)$$

上式表示，在原則上有可能从观測星体的时角、錶面时 T 及錶差 ΔT 以測定經度 λ。

时角仅能間接地从观測某一量 p 求出，t 是該量的函数：

$$\lambda = (T + \Delta T) - f(p) - (\alpha - n)$$

$(T + \Delta T)$ 及 p 为观測量，$(\alpha - n)$为已知量，而 λ 为未知量。其他未知量可能包括在 $f(p)$ 中。如果方程式的个数超过了未知量的个数，則观測量的改正数 v，w 必須用最小二乘法来求定。上式附加下标 $i(=1 \longrightarrow n)$后变为：

$$\lambda = (T_i + \Delta T_i + v_i) - f(p_i + w_i) - (\alpha - n)$$

現在我們將要証明，在上节所导出的观測量$(T_i + \Delta T_i)$的关联可以略而不顧，而不影响平差的結果。

設想 ΔT_i 及改正数 v_i 包含兩个部分

$$\Delta T_i = \Delta T_i' + \Delta T \qquad v_i = v_i' + v \tag{Ⅴ.6}$$

并有：

$$m_{\Delta T_i' \Delta T} = 0 \tag{Ⅴ.7}$$

及

$$m_{\Delta T}^2 = m_{\Delta T_i}^2 = (q_m^2 + q_m'^2) m_{\Delta T_0}^2 \tag{Ⅴ.8}$$

將上式代入經度方程式中，則有：

$$\lambda = (T_i + \Delta T_i' + \Delta T + v_i' + v) - f(p_i + w_i) - (\alpha - n)$$

引进新未知量 ξ 及 $\lambda - \xi = \eta$： (Ⅴ.9)

$$\xi = \Delta T + v \tag{Ⅴ.10}$$

$$\eta = (T_i + \Delta T_i' + v_i') - f(p_i + w_i) - (\alpha - n) \tag{Ⅴ.11}$$

遂有$(n+1)$个“新”問題的改正数方程式，ΔT 及$(T_i + \Delta T_i')$为**虛拟的观測值**。考察方程式(Ⅴ.7)，可知这个問題可以分解为兩个部分問題：

一个問題仅包含一个單独的改正数方程式(Ⅴ.10);

另一个問題則含有 n 个改正数方程式(Ⅴ.11)。

于是:

$$m_{\xi\eta}=0 \tag{Ⅴ.12}$$

解出前一个部分問題:

$$v=0 \qquad \text{因此} \quad \xi=\Delta T \tag{Ⅴ.13}$$

应用誤差傳播定律于(Ⅴ.6)式, 便得:

$$m^2_{\Delta T_i}=m^2_{\Delta T'_i}+m^2_{\Delta T}+2\,m_{\Delta T'_i\Delta T}$$

顧及(Ⅴ.7)及(Ⅴ.8)式:

$$m^2_{\Delta T_i}=m^2_{\Delta T'_i}+m^2_{\Delta T_i}$$

因此 $m^2_{\Delta T_i}=0$, 这就是說 $\Delta T'_i$ 必須視为常数。

从 $\Delta T_i-\Delta T_j=\Delta T'_i-\Delta T'_j$ 便有:

$$m^2_{\Delta T_i-\Delta T_j}=m^2_{\Delta T'_i}+m^2_{\Delta T'_j}+2m_{\Delta T'_i\Delta T'_j}=0$$

或顧及(Ⅴ.5)

$$m^2_{\Delta T_i-\Delta T_j}=m^2_{\Delta T_i}+m^2_{\Delta T_j}-2\,m_{\Delta T_i\Delta T_j}=0$$

上述兩式相符合, 也就是証明了(Ⅴ.7)及(Ⅴ.8)的假設的正确。

設想 $\Delta T'_i$ 为一常数如所述, 則有:

$$m^2_{(T_i\Delta T'_i)}=m^2_{T_i} \tag{Ⅴ.14}$$

$$m_{(T_i+\Delta T'_i)\,(T_j+\Delta T'_j)}=m_{T_iT_j}=0$$

这表明了我們可以应用普通非关联观測値平差的理論来解"新"問題。

根据(Ⅴ.14)式, 則虚拟观測値($T_i+\Delta T'_i$)的中誤差(因而它的权)与錶差的精确与否無关。

顧及(Ⅴ.12)我們可以求得中誤差 m_η

$$m^2_{\eta+\xi}=m^2_\eta+m^2_\xi$$

从(Ⅴ.8及13)式得:

$$m^2_\xi=m^2_{\Delta T}=(q^2_m+q'^2_m)\,m^2_{\Delta T_0}$$

將其代入上节的方程式中, 并从(Ⅴ.9)式可得:

$$m^2_\lambda=m^2_{\lambda-\xi}+(q^2_m+q'^2_m)\,m^2_{\Delta T_0}$$

当 ΔT(或即 ξ)接近于零时, 也就是当我們回到老的問題时, 上述結果亦可应用。

在那种情形下, 最后的方程式可写为:

$$M^2_\lambda=m^2_\lambda+(q^2_m+q'^2_m)\,m^2_{\Delta T_0}$$

式中 m_λ 为平差結果所得的中誤差, 它不受錶差不准确的影响, 我們叫 m_λ 为內中誤差, 而 M_λ 为外中誤差。

§ 5.2 时的观測与記录

5.2.1 概 述

測量者常常需要記录恒星过横絲或豎絲的錶面时刻或者一顆星兩影像相重合的时刻。

記录这些錶面时刻的主要方法，按精度高低有下列四种：

（1）呼記法；（2）耳目法；（3）停錶法；（4）記时仪法。

这些方法將于以下数节中解釋。

5.2.2　呼記法

用此法时，观測者需要一位担任記录的助手，观測者先將望远鏡大致对准星体；当星影向横絲或豎絲接近时（視观測的种类而不同），他叫記录者"准备"。正当星影过蛛絲的瞬間，观測者喊"好"，然后記录者馬上讀出相应的錶面时，如果需要，可估讀到 0.1 秒，按下列顺序讀天文鐘的指針：先讀秒針，分針，最后讀时針。

5.2.3　耳目法

耳目法中尙有(a)、(b)兩种不同的方法，后者較前者为佳。

(a) 將望远鏡大致对准星影进程的前方，如上节所述。当星影接近蛛絲时，观測者先看天文鐘，幷取一讀数——最好是 10^s 的整数倍，然后回头注視望远鏡中的星体，同时耳听天文鐘的响声，心中默数着秒数。观測者記住星影正要过蛛絲之前的一音响，幷估計星影正通过时兩个音响之間的小数部分，

例：

錶面时讀数		$=18^h 37^m 50^s$
星影正要过蛛絲之前的一音响	$=17^s$	
星影过蛛絲时估讀的間隔的小数部分	$=0^s.3$	
从讀取天文鐘到星影通过蛛絲所历的时段		$=17^s.3$
星影过蛛絲的表面时刻		$=18^h 38^m 07^s.3$

(b) 当星影接近蛛絲时，观測者跟着天文鐘的音响开始默唸着：0，1，2，3 ……等秒数。他記着当星影正要过蛛絲之前所数的秒数，幷估出星影恰好过蛛絲的瞬刻秒的小数部分，他好这小数記在心中，幷同时仍然繼續默唸着整秒，幷轉向天文鐘，当天文鐘的秒針正好走到 10^s 的整数倍的时候停止默唸；記下默唸的秒数和天文鐘的讀数：

例：

在星影正要过蛛絲之前所唸的秒数	$=4^s$		
星影过蛛絲估讀的秒的小数部分	$=0^s.3$		
默記的时刻		$=4^s.3$	
最后心唸的秒数		$=17$	
由星影过蛛絲到停止心唸时所历的时段			$=12^s.7$
停止心唸时的錶面时			$=18^h 38^m 20^s$
星影过蛛絲的錶面时			$=18^h 38^m 07^s.3$

(b)法比(a)法有兩个优点：

观測可以集中精神，因为观測者無須忽而注意望远鏡，忽而注意天文鐘，而最后又回头到望远鏡上去。

观測的速度快，因为观測者在大致对准星体之后，在观測星影通过蛛絲之前，無須讀取錶面时，因此他更可以在很短的时間內来对准星体，也就是說，兩星之間的时段可以縮短。

沒有經驗的观測者喜欢用(a)法，因为在(b)法中，当观測者确定了星影过蛛絲时刻的小数部分后，常常忘掉了他所唸的秒数，或者忘記繼續默数下去；但是只要他掌握此法之后，他就会开始覚到第二个方法的优点。

在耳目法中，無論应用(a)法或(b)法，必須記下所有的讀数，而不要純靠心算方法来求出恒星过蛛絲的时刻，以避免誤差。

5.2.4 停錶法

此法与耳目法相类似，無須加以詳細解釋，它也有兩个不同的方法：

(a) 將望远鏡大致对准星体，在天文鐘的整倍 10^s 讀数上，开动停錶，当星过蛛絲的瞬时止动停錶。

(b) 將望远鏡大致对准星体，当星过蛛絲的瞬时开动停錶，然后在天文鐘的整倍 10^s 讀数上，止动停錶。

同上面所述的一样理由，(b)法較(a)法为佳；如果有一只三針的恒星时停錶，那末观測更加簡單了，我們只要在星体过蛛絲的瞬刻，止动停針便可。

5.2.5 記时仪法

应用記时仪是确定星体过蛛絲时刻的最精确而又最簡便的方法。

記时仪是一种用来記录天文鐘的秒数和星体通过蛛絲的时刻的仪器（有时也記录無綫电时号——参考 §5.3.8）。記时仪的种类有二：圓筒式記时仪（圖 41）和紙条式記时仪（圖 42）。

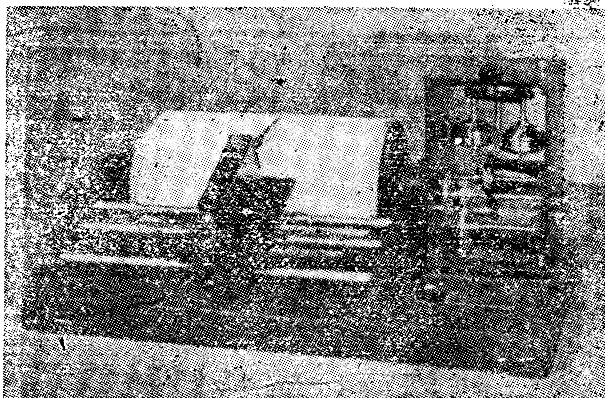


圖 41. 記时仪（圓筒式）（美国芝加哥加特奈尔科学仪器公司出品）.

主要的部分有：(1)鐘錶裝置，用掛重或彈簧或同步馬达来轉动这个裝置，在圓筒式記时仪上，此裝置以等速度轉动一个圓筒，在此圓筒上卷繞一張記录用的白紙；而在紙条式的記时仪上，此裝置便轉动一个帶有紙条的輪盤。轉动的速度可以預先調节好；实际上的数值是記录在紙上的每秒时段等于一公分的長度。(2)記录笔，此笔在記录紙上或紙条上描出一根綫，在圓筒式的記时仪上，由于裝笔的运輸架按平行于圓筒軸的方向徐徐移动，因此記录笔所描出的綫是一条螺旋綫；在紙条式的記时仪上，如果記录笔沒有横向移动的話，那末它所描出的綫便是一条直綫，(3)电磁鉄，它使記录笔發生横向的运动，于是根据所联接的电路的断續，而使得在所描的直綫上画上相应的記号。

記时仪是安置在兩条电路之中，每条电路是由一个或兩个干电池或者蓄电池来供給电源的；联接到天文鐘上構成时鐘电路，联接到訊号电鍵上構成电鍵电路。很显然，用以控制記时仪的天文鐘，必須有断路接觸輪，以便自动地每秒切断电流，而使得記时仪上的記录笔在所描的綫上产生等距的明显記号。此外，每当观測者按电鍵切断了电鍵电路时，也在記录笔所描的綫上产生一个記号。例子表示于圖43中。

有些記时仪裝有兩支記录笔，一支在天文鐘的綫路上，一支在电鍵綫路上，每支笔各描繪一直綫。因此必須求出“笔头差”，或即这兩支笔的电路同时通电时，它們在描繪移动方向上的讀数之差。

利用記时仪来記录星体通过蛛絲的瞬間的方法是很清楚的。观測者將望远鏡大致对准

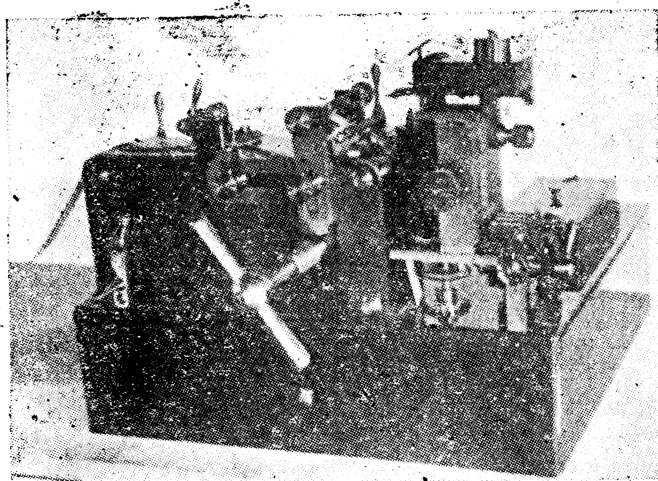


圖 42. 記时仪(紙条式)(丹麦哥本哈有綫电公司出品)

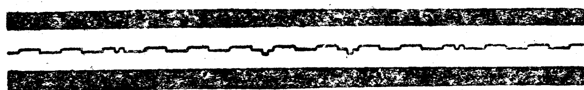


圖 43. 記时仪上的記录

星体，并注視着星影的移动，而手中拿着电鍵。在星影过蛛絲的瞬刻，他按下电鍵，使記时仪上的笔在其描繪的綫上作出一个記号。比較这个記号对于天文鐘所描繪的秒数綫的位置，便是观测的錶面时。

記录者的任务是：

(a) 注意着記时仪的工作情况。

(b) 最少要判定一个（最好多一些）指示一分鐘起始的記号，并在記时仪的記录紙或紙条上註明相应的錶面时（通常的接触天文鐘在每一分鐘的开始少掉一秒的接触）。

(c) 在記时仪的記录紙或盤紙条上的有关記号要註明出所观测的星号或星名。

記时仪的記录紙应当編号，以备着手計算时量讀之用。欲要从記录紙上讀出秒的小数部分，可应用一个透明的玻璃量尺，此量尺上刻有十一条收斂的斜綫；將此玻璃量尺放在記录紙上，使量尺的軸綫垂直于記录紙上的描繪綫，并使量尺兩边最外面的斜綫与含有星影通过記号的兩个相鄰天文鐘秒数記号相合。于是便可將星影通过的記号直接讀到0.1秒，而估讀到0.01秒。另外一种量讀秒的小数部分的簡便方法，就是在一張透明紙上画十一条等距而又平行的直綫，構成一个簡單的量尺；把它斜放在記录紙上，以使其最外边的兩条直綫与相鄰的兩个秒数記号相合，然后讀取星影通过的記号。但是，这个方法只有在最外边的兩条直綫之間的間隔小于相鄰的兩个秒数記号之間的間隔时，才有可能应用此量尺。

如果記时仪裝有兩支記录笔，也可以用同样的簡便方法：画六根等距离的直綫，但是最外边兩根直綫的間隔必須小于記录紙上相鄰兩秒数記号間的距离。將量尺最外边兩条綫与相鄰兩秒数記号相合时，量尺向前或向后傾斜都可以，因为这兩个傾斜位置是成对称的。观测星体的記号讀取兩次，一次是在向前傾斜的位置，一次是在向后傾

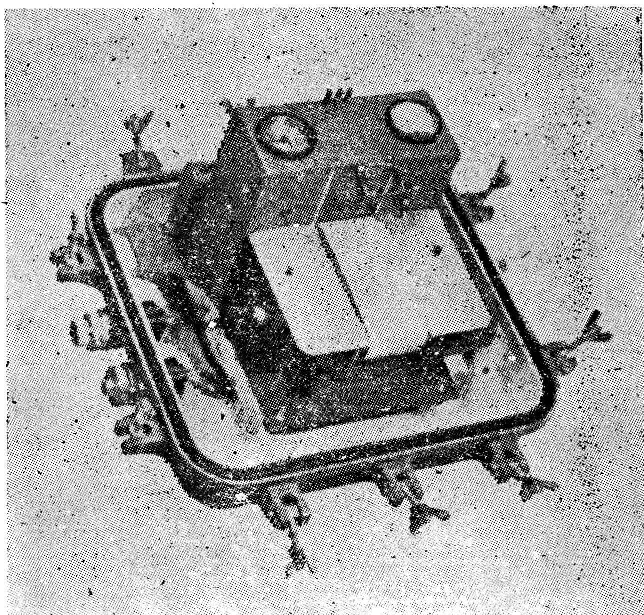


圖 44. 印刷式記时仪

斜；于是每次得0.0到0.5之間的讀数。兩次讀数之和便是观测的記号投影到天文鐘秒数描繪綫上应得秒数的小数部分。但須注意者，此处幷未顧及笔头差。

5.2.6 精 度

有兩种誤差必須加以区别：（a）系統誤差；（b）偶然誤差。

系統誤差的主要成分为：

(a.1)天文鐘的常差；(a.2)停錶或記时仪的常差；(a.3)人差。

人差是在观测恒星过蛛絲时的系統誤差，它是由于应用耳目法时視覚与听覚的不相一致，或者由于应用呼記法、停表法或記时仪法时，腦筋与神經工作所需要的时段。人差主要是与观测者的生理与心理的情况有关，但是观测的星体和应用的仪器等因素，也可能有影响。人差由下列几个部分所組成：

(Ⅰ)常差部分；

(Ⅱ)均匀变化部分；

(Ⅲ)与一些情况有关的偶然部分(生理或心理狀况，星等，空气的透明率等等)。

当用呼記法时，观测者与記录者的人差都有影响。

由于上述的任意一种誤差都可能超过允許值，因此，如有可能，必須拟好这样的观测程序，使得在观测中的系統誤差对于最后成果沒有显著的影响，或者甚至一点影响也沒有。以后我們討論到测定方位角、緯度或經度的各种方法时，我們对此再加叙述。

偶然誤差的来源主要的有下列几种：

(b.1)瞄准星体的偶然誤差；其平均值为 $4^s.7/v$或$70''/v$，而 v 为望远鏡的放大倍数。

(b.2)人差的变化。

(b.3)讀天文鐘、停錶、或記时仪的記录的偶然誤差。

(b.4)天文鐘、停錶或記时仪等本身的偶然誤差。

从(b.2)到(b.4)所引起的总誤差，可作估計如下：

用呼記法时为	$0^s.15$；
用耳目法及停錶法时为	$0^s.10$；
用記时仪时为	$0^s.07$。

§ 5.3 时的校核

5.3.1 概 述

在测定經度和测定緯度与方位角的某些方法中，我們必須收录無綫电时号来确定表差。地球上有許多授时站在規定的世界平时內發出时号，所以在地球上任何地点都可以用簡單無綫电收报机收到至少一个授时站的时号。有些时号是用来調頻的連續电波(C. W.)播送，而为許多广播式收音机所不能收到的。

大多数的無綫电时号將控制机械連接到天文台上的标准鐘自动地播送出来。这些时号必須正确到$0^s.1$。某些小的授时站是根据站上标准鐘上所指示的时刻用人工播發时号，鐘上时刻由天文观测或其它授时站的自动时号在規定期間內加以校核。人工播送的时号必須正确到$0^s.25$。当时号發生事故或有錯誤时，有些授时站在一小时或一小时半后用同样波長再播时号。某些授时站在星期日或假日則不播送时号。

由于授时站、授时时間、波長等等可能每年都有所改变，故本書不拟給出各个时号表

和播送的內容。讀者必須参考下列最新出版的：

海軍部無綫电时号表（英国皇家文献出版局出售）

無綫电航海指南（华盛頓海道局出售）

和下列期刊：

时辰公报(国际时辰局出售 Bureau International de l'Heure; Avenue de l'Observatoire, No. 61.Paris XIVe)。这个期刊將在 § 5.3.7 再来叙述。

目前所用的时号制式虽不一致，但是大多数授时站則采用了下节將要叙述的四种制式中的一种：

(a)国际式时号或 ONOGO 式时号。

(b)新国际式时号或改良过的 ONOGO 式时号。

(c)美国式时号。

(d)科学式、游标式或符合式时号。

由美国华盛頓标准局所屬"培尔兹維尔"所播出的每日24小时連續时号將在 § 5.3.6 中加以說明。

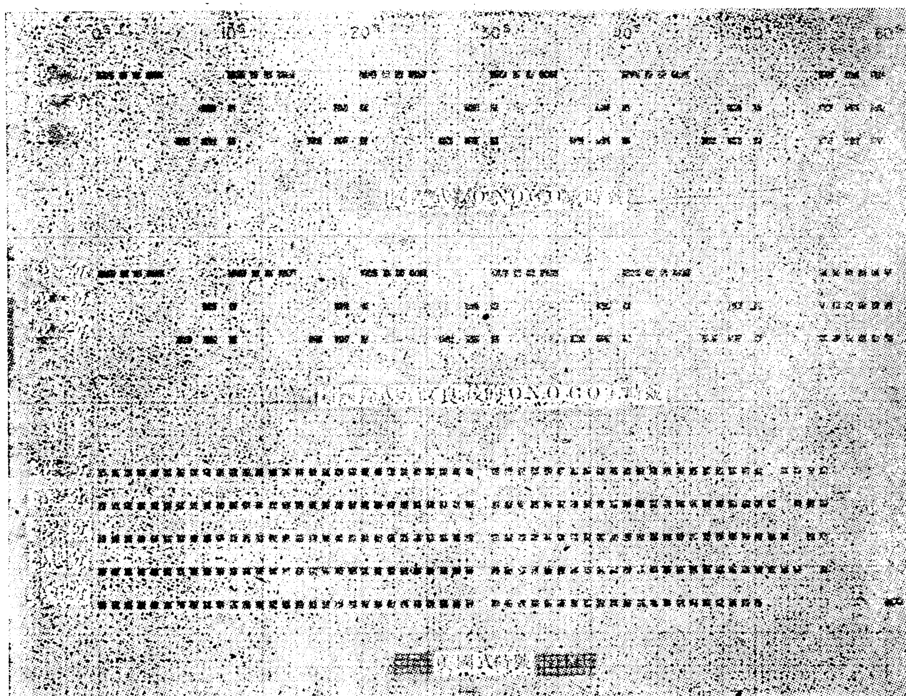


圖 45. 無綫电时号

5.3.2 国际式时号或 ONOGO 式时号

国际式时号曾經在 1912 年被国际时辰会議所采用。这种时号因为采用了莫尔斯电报字母（O＝－－－；N＝－•；G＝－－•），所以一般称为 ONOGO 式时号。时号的組成如圖 45 所示。先發預备訊号或附加訊号，然后再播送正式时号三分鐘。每一短划(－)＝1^s，而每一点（•)＝$0^s.25$。这种作为时号的特别信号各国不同；有些国家以 O 字最后短划末端为整分，而其他国家則采用 N 和 G 字的一点。在大地測量工作中是沒有什么显著的区别，假如在一点开始时进行天文鐘讀数，則比諸在短划末端讀数是更为精确一些。

5.3.3 新国际式时号或改良后的ONOGO式时号

这种时号制式与上节所述的仅稍有不同；字母O是用六个点子来代替。(参看圖45)。

5.3.4 美国授时信号

美国式时号的播送时間为五分鐘平太陽时，这种制式是每一秒用一个响点来表示，其中有一些例外，如圖45所示。特别要注意的，是每分鐘末所播出的响点的数目，它是表示一組时号內所剩下的分数。[1] 最后短划的时間延續 $1^s.3$。

5.3.5 科学式、游标式或符合式时号

很明显，利用上面所述的各种时号，一般不能与时錶秒响相符合，而需要估計秒数的小数。結果使所测定的錶差只能达到中等的精度；視讀数的多少和观测者的技能，其中誤差可以減少到 $0^s.1$—$0^s.05$。

假如需要較高的精度，例如要达到 $0^s.01$—$0^s.02$，則必須采用科学式时号。它是用306个等間隔的时号所組成，播送时間为五分鐘，即等于300个平太陽时秒。这种时号除了第1，第62，第123，第184，第245和第306个时号（这几个时号落在整分开始的时刻）是用 $0^s.4$ 短划以外，其余的都是 $0^s.1$ 的响点。

很显然，这些时号把五分鐘內的每一分鐘（60^s 平太陽时）分成61个相等間隔，这样对于每秒一响的平太陽时天文鐘組成了五个連續的声响游标。每一个游标的起点由上述短划的前端表示。一秒平太陽时与游标每一間隔之差为 $\frac{1}{61}=0^s.01639$ 平太陽时，

这个声响的游标与一般讀数的游标相似；收听者必須讀出正在一短划之前的天文鐘秒数（起始秒数），并且确定这个短划与以后秒响相符合的响点之間的間隔数目。这个数目可以默数自短划到符合响点的点数来决定，更容易的方法是从符合秒数減去起始秒数来决定它。

按一般游标原理，我們知道在时号游标起点的錶面时（时数和分数是很容易讀取的）的秒数为：

$$c=a+(b-a)0^s.01639, \qquad (\text{V}.15)$$

式中：

$a=$ 起始秒数，

$b=$ 符合时候的秒数。

每一分鐘有一次符合，因此可以有机会确定五次 b 的数值，由于观测誤差，五个数值一般稍有不同（实际上天文鐘的錶速是很小的，不致于影响符合时的"位置"）。由于杂音与广播的干扰，可能有几次的符合时刻听不到。如果收到了 n 个結果，我們取其平均值，得到：

$$c=a+\left(\frac{[b]}{n}-a\right)0^s.01639\text{[2]}$$

或

$$c=a+[b-a]\cdot d$$

式中：

$d=0.01639$（一次符合）

---

[1] 例如圖45中，第一分鐘末的点子为四，即表示尚有四分鐘。又如第四分鐘末只有一个响点，即表示本組只有一分鐘了——譯者註。

[2] 在这本書中我們用角括弧[ ]来表示数值之和：有时也用 Σ 符号。

$d=0.00820$ (二次符合)

$d=0.00546$ (三次符合)

$d=0.00410$ (四次符合)

$d=0.00328$ (五次符合)

在下面举出三个收听科学式时号的計算例子，并將計算所得的錶差系統記在表格中。时号开始預定的世界时与确定的世界时的区别和錶差將在 § 5.3.7 中加以說明。

在上面我們認为秒响是整秒数的。在半秒一响的天文鐘的情况下，每分鐘可以有二次符合——一次在整秒，另一次在半秒——相隔时間为半分鐘。收听五个整秒的符合，一般認为已經是足够了。

在应用恒星鐘的情况下，間題是比較复杂一些。恒星时秒和时号間隔相差的时間为：

$$1^s-\left(\frac{366.2422}{365.2422}\cdot\frac{60}{61}\right)^s=0^s.01370=\frac{1}{72.99}^s\text{恒星时。}$$

这就是說，相繼两次符合之間有 72.99 个或大約 73 个时号間隔。假定第一次符合落在第 p 名时号上，那末第五次符合將落在第 $p+4\times73=p+292$ 名时号上。因为共有 306 个时号，第五次符合只能当 $p<14$ 时才会發現；当 $p>14$ 时，只能有四次符合。

因为相繼两次符合之間有73个时号間隔，它們中間的間隔为72恒星时秒；換句話說，

收听科学式时号測定平时鐘的錶差

世界时日期 授时站名称 波長或頻率 計时錶名称和号碼 观測者姓名 收听情况	47年1月18日星期六 罗格白(GIC) 34.72公尺 納丁 2081 N. N. 很好			47年1月18日星期六 旁托塞(FYA_2) 40.38公尺 納丁 2081 N. N. 良好			47年1月18日星期六 旁托塞(FYA_2) 40.38公尺 納丁 2081 N.N. 很好		
a=起始秒数	a	b	$b-a$	a	b	$b-a$	a	b	$b-a$
b=符合秒数	1	15	14	59	—	—	59	14	15
$c=a+[b-a]d$		15	14		41	42		13	14
		16	15		43	44		13	14
$d=0.01639$ (一次符合)		15	14		42	43		13	14
$d=0.00820$ (二次符合)		17	16			—		14	15
$d=0.00546$ (三次符合)									
$d=0.00410$ (四次符合)									
$d=0.00328$ (五次符合)	$[b-a]$		73	$[b-a]$		129	$[b-a]$		82
	h	m	s	h	m	s	h	m	s
时号开始的錶面时	8	54	01.239 c	17	59	59.704 c	21	29	59.269 c
时号开始預定的世界时	9	55	00	20	01	00	22	31	00
近似的錶差	1	00	58.76	1	01	00.30	1	01	00.73
确定的世界时	9	54	59.976	20	01	00.012	22	30	59.994
确定的錶差	1	00	58.74	1	01	00.31	1	01	00.72

相繼的符合不落在每一分鐘相同的秒数上；而是每隔一分鐘向前推进 12^s。这种性質可以用来計算时号开始时的錶面时。采用上面同样的符号，我們有：

$$c=a+[b'-a]\cdot d \tag{V.16}$$

式中：

a＝正在第一短划开始前錶面时的秒数（起始秒数）

$b'=b-i\cdot 12^s$（$i=0,1,2,3,4$，分别表示第一，第二，第三，第四或第五次符合）

b＝符合秒数

c＝第一短划开始时的錶面时

$d=0.01370$（一次符合）

$d=0.00685$（二次符合）

$d=0.00457$（三次符合）

$d=0.00342$（四次符合）

$d=0.00274$（五次符合）

介紹讀者研究下面三个例子；并請注意第二个例子，它的第一次符合的秒数不在第一短划后的第一分鐘。

由于以上的解釋，讀者不难理解这种現象。

收听科学式时号测定恒星时鐘的錶差

世界时日期	48年5月25日星期二				48年5月26日星期三				48年5月26日星期三			
授时站名称	罗格白(GIC)				罗格白(GIC)				莫斯科(RZI_1)			
波長或频率	34.72公尺				34.72公尺				29.85公尺			
計时錶名称和号碼	西明斯 660				西明斯 660				西明斯 660			
观测者姓名	N. N.				N. N.				N. N.			
收听情况	良好				良好				良好			
a＝起始秒数	a	b	b'	$b'-a$	b	b	b'	$b'-a$	b	b	b'	$b'-a$
b＝符合秒数	33	40	40	7	21				1	10	10	9
$b'=b-i.12^s$		53	41	8	22	32	92	71		22	10	9
$c=a+[b'-a]\cdot d$		04	40	7		45	93	72		35	11	10
$d=0.01370$（一次符合）		16	40	7		58	94	73		47	11	10
$d=0.00685$（二次符合）						09	93	72		58	10	9
$d=0.00457$（三次符合）												
$d=0.00342$（四次符合）												
$d=0.00274$（五次符合）	$[b'-a]$			29	$[b'-a]$			288	$[b'-a]$			47
	h	m		s	h	m		s	h	m		s
时号开始的錶面时	2	05		33.099c	2	09		21.985c	6	16		01.129c
时号开始預定的世界时	9	55		00	9	55		00	14	01		00
当日格林威治平子正的視恒星时	16	09		55.924	16	13		52.487	16	13		52.487
一（赤經章动短期项）		+		0.764		+		0.756		+		0.756
恒星时化算值		1		37.743		1		37.743		2		18.155
时号开始預定的格林威治平恒星时	2	06		34.431	2	10		30.986	6	17		11.398
近似的錶差		1		1.33		1		9.00		1		10.27
确定的世界恒星时	2	06		34.429	2	10		30.970	6	17		11.412
确定的錶差		1		1.33		1		8.98		1		10.28

假如天文鐘的某一秒数正好与某一时号相符合，那么紧接着相鄰的秒数和相应的时号只相差 $0^s.016$（平太陽时鐘）或 $0^s.014$（恒星时鐘），所以正确的确定符合秒数是有些困难，因此这种收听的实际經驗是非常需要的。在另一方面，决定一次符合时的一秒之差，

只改变錶差 $0^s.016$ 平太陽时或 $0^s.014$ 恒星时。用另一种方法表示：假如收听一次符合的中誤差不超过 $1^s.36$（平太陽时鐘）或 $1^s.63$（恒星时鐘），那么从五次符合所得的錶差的中誤差將小于 $0^s.01$。这个結論是將誤差傳播理論应用到公式（V.15）和（V.16）而推导出来的。

一般的收听程序如下：收听者耳听时号和秒响声，并且为了要讀記所听到的起始秒数和符合秒数，同时必須目視錶面。但是这个方法有一个缺点：在第一次符合秒数被确定之后，收听者預知第二次符合是会發生在一定間隔之內，即在 60^s（平太陽时鐘）或 72^s（恒星时鐘）之內。由于許多收听者或多或少地有了这种偏見，他們就集中注意力于第一次符合的收听，因为这次符合是最具有独立性的，因而也是最可貴的。

較好的結果可以从下述方法得到：假如收听者在符合时刻，不看錶面时，而是在此时开动停錶，然后在某一整倍十秒的錶面时止动停錶，那末从整倍十秒的錶面时讀数減去停錶讀数（取整秒数），即可求得符合时的秒数。如果沒有停錶，也可以得到同样結果，即从符合瞬間开始随着天文鐘的秒响声，数出 0，1，2……，并在整倍十秒錶面时的时刻上停止。

庫克和汉尼曾于 1917 和 1923 年各自独立地研究出一个有趣而又实用的方法。天文鐘和耳机（或播音器）是接在收报机电路上。一个电容器和一个电阻器是插在电路中，以避免發生火花，从而減少嘈杂声。圖 46 表示綫路圖。

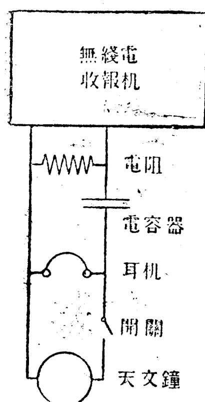


圖 46. 庫克法收录科学式时号。綫路圖

在每秒开始的时候，由于天文鐘接触，电路閉合，此时耳机中的时号消失。天文鐘接触的持續时間（也就是通电的时間），必須比科学式时号的响点（响声）为長，即須比 0.1 秒为長。当时号的响点落在接触之后，耳机中又可听到时号。因为两个时号的响点的間隔比天文鐘的一时秒为短，所以每秒的接触比时号响点逐漸推后，并且在一段时間之后，时号响点又逐漸靠近接触的时刻，当其重合时，耳机中的时号响点又趋消失（圖47*a*）。过了一些时候（这个时間的長短視天文鐘接触的長短而定），耳机中又开始听到了时号响点。在此瞬間，当耳机中第一个重新出現时号响点的瞬刻，天文鐘接触的开始（即每时秒开始）显然与时号的响点的开始大約相重合。（圖 47*b* 及 47*c*）

二个極端的情况是可以区别开来的：

（1）在第一个重新出現时号响点的前一个响声是眞正符合的时

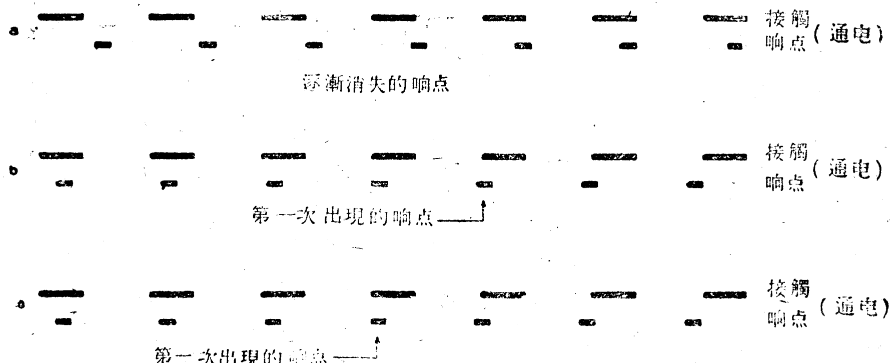


圖 47. 庫克法收听科学式时号

候，并且恰好沒有听到（圖 47b）；因此第一个出現响点的听到部分是迟了 $0^s.016$（平太陽时）或 $0^s.014$（恒星时）。显然，眞正符合的秒数与第一次听到响点秒数相差为 1^s。

（2）第一个出現响点的听到部分是很短的（圖 47c）或是說該响点所表示的秒数就是（近似地）符合时的秒数。

这些極端情况和其它介于此二者中間的情况可以从第一次出現的响点的时間長短来加以判断。实际上將第一次响点出現的錶面时减去 $0^s.5$ 就認为足够眞确了。在上述極端情况下，符合誤差不会大于$0^s.5$，对于所求得的时鐘改正的眞正誤差为 $0.5\times0^s.016=0^s.008$（平太陽鐘）或 $0.5\times0^s.014=0^s.007$(恒星鐘)。当天文鐘的容許誤差大于$0^s.008$和$0^s.007$时，那末不必考虑减去$0^s.5$。

圖 45 中的开关 S 是为了开始收听时号以前暂时切断天文鐘綫路之用，使得我們能够收听第一个短划并且从而决定第一个秒数。

5.3.6 美国国家标准局时号

美国华盛頓附近授时站"貝尔茲維尔"，日夜連續播送無綫电时号，其频率如下：

2.5	兆周；	波長	120公尺
5	兆周；	波長	60公尺
10	兆周；	波長	30公尺
15	兆周；	波長	20公尺
20	兆周；	波長	15公尺
25	兆周；	波長	12公尺
30	兆周；	波長	10公尺
35	兆周；	波長	8.6公尺

該时号是由每秒一次 $0^s.005$ 的脉冲所組成。每分鐘第 59 秒脉冲被略去。

除了 30 和 35 兆周頻率以外，还用其他各頻率連續广播二种笛声。

恰好在整小时上或整小时后的每五分鐘，插入笛声一分鐘。就在此一分鐘內，授时站發播电台呼号 W. W. V.（•——•———…—），在每小时及每半小时該电台用語言广播包括着时刻的詳細报告。

这种連續广播的时号对于天文大地工作是十分重要的，因为它們可以在天文观测开始和結束时正确的核对天文鐘的时刻。时辰公报(参看下节)对于这种时号在世界时 3^h 和15^h 給出改正数。这种时号的間隔播發得十分均匀，所以对于中間时刻的改正数，可用內插法計算。

5.3.7 無綫电时号的改正

在 §5.31 中已經講过自动發出無綫电时号的精度可以达到 $0^s.1$。如果需要較高精度，必須参考定期出版公报中所給出的改正数加以改正。例如，华盛頓海軍部天文台所印發的时号改正表可以免費函索。

在 §5.3.1 中已經提到的国际时辰局的时辰公报，則每兩月出版一次，其中給出許多無綫电时号的"确定时刻"和"半确定时刻"。"半确定时刻"是国际时辰局所收到的时号經巴黎天文台用天文观測所檢核过的世界时。在观測站所收到的世界时，是从这个檢核过的世界时减去播时站到巴黎中間电磁波傳播所需的时間，再加上播时站到观測站电磁波傳播所需的时間而得到的，其所用傳播速度对于短波（小于 60 公尺）为每秒 274,000 公里，对于

表 Ⅲ

在国际时辰局登記的安那波利 (NSS_1, $31^m.83$ 和 NSS_5, $23^m.75$), 邦都阿斯 (FYP, 3, $307^m.6$, TMD, $23^m.34$ 和 FYA_2, $40^m.38$) 莫斯科 (RZI_2, $55^m.76$) 的时号

各項解釋請見 1945 年一月至四月頒行的"时辰公报" (第二类) 第 3 頁

世界时一"半确定时間"

1947年	NSS_5	FYP	TMD	FYA_2	FYP	TMD	FYA_2	NSS_1	NSS_5	RZI_2	RZI_2	FYP	TMD	FYA_2	FYP	TMD	FYA_2
	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m
一月	20.0 d	20.0 d	20.0 d	20.0 d	20.6 m	20.6 m	20.6 m	22.0 d	22.0 d	22.0 d	22.6 m	22.30 d	22.30 d	22.30 d	22.36 m	22.36 m	22.36 m
	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	s	
1	944	997	984	977	997	984	977	»	943	»	949	993	978	971	994	979	972
2	933	976	977	969	978	979	971	935	938	939	946	996	979	971	999	982	974
3	947	985	984	976	002	001	993	940	943	956	962	986	985	974	006	005	996
4	944	002	000	993	977	975	968	946	944	964	995	932	980	972	981	979	971
5	943	015	997	994	016	998	993	941	946	»	976	999	982	977	014	997	992
6	944	034	013	008	031	010	005	»	943	966	975	»	»	»	011	011	006
7	962	063	060	055	020	017	012	960	960	»	983	021	018	013	022	019	014
8	976	032	026	021	028	022	017	979	978	989	000	028	023	018	026	021	016
9	977	033	029	024	035	031	026	980	978	001	008	029	030	024	031	032	026
10	982	053	045	044	069	061	060	980	983	964	969	050	041	042	065	056	057
11	»	057	053	049	059	055	051	980	»	969	971	056	053	048	055	052	047
12	»	064	061	056	068	065	059	976	975	»	981	064	062	055	067	065	058
13	975	072	069	061	070	067	059	975	976	971	975	068	066	060	068	066	060
14	972	061	053	052	054	046	045	969	970	974	976	065	057	056	057	051	049
15	965	027	020	018	040	033	031	964	962	981	987	025	018	017	031	024	023
16	956	016	014	009	023	021	016	964	960	980	982	012	011	006	013	012	007
17	»	008	004	000	023	019	015	»	955	054	966	011	006	001	023	018	013
18	952	005	000	999	018	013	012	»	951	973	984	000	995	994	000	995	994
19	»	007	005	003	021	019	017	959	»	977	979	009	014	003	024	029	018
20	963	008	007	002	994	993	988	963	960	978	991	006	005	000	994	993	988
21	982	009	009	002	011	011	004	965	966	»	999	008	007	000	008	007	000
22	962	003	999	996	001	997	994	962	960	»	996	001	994	994	000	993	993
23	958	004	000	998	006	002	000	956	959	»	993	008	004	002	982	978	976
24	952	011	007	004	007	003	000	951	950	»	990	005	005	006	012	012	013
25	964	007	006	000	013	012	006	»	948	»	982	011	010	005	016	015	010
26	842	016	017	012	025	026	021	950	948	965	975	018	016	015	024	022	021
27	943	002	»	998	001	»	997	940	942	970	977	998	»	994	002	»	998
28	938	971	969	965	969	967	963	945	»	»	975	968	965	962	969	966	963
29	938	976	974	970	982	980	976	935	939	»	968	974	972	964	982	980	972
30	919	975	970	970	966	961	961	920	923	942	951	971	967	967	970	966	966
31	914	962	956	956	972	966	966	919	916	»	953	962	956	954	962	956	954

d 最后时号的时刻。

m 中央时号的时刻。

录自国际时辰局 1947 年时辰公报。

長波为每秒 250,000 公里(即环繞地球一次所需的时間各为 $0^s.148$ 和 $0^s.159$)。这样求得的世界时可精确到 $0^s.02$。对于短波而言，可能有一些誤差，因为电波不一定就是沿着播时站和收听站間的最短路綫。

“半确定时刻”是在播發时号之后兩个月內公佈。“确定时号”就是时号發出时的世界时，是在發出后六个月以后公佈的。它是綜合全球上好些天文台所收到的世界时而計算出来，并且已加傳播速度的改正数。在观測站所收到的世界时，可以从这种确定时刻加上播时站到观測站电磁波傳播所需的时間計算出来，可以准确到千分之几秒。对于一般的測量工作，从上述的“半确定时刻”求出收到的世界时，已經足够精密了。78 頁給出了时辰公报中 1947 年一月某些無綫电时号的“半确定时刻”的一部分摘录。

在每一縱行上面用大号粗体字写的时数和分数，是表示时号的最后时刻，縱行中用字母 m 表示的，是中央时号秒的小数，用 d 表示的是最末时号秒的小数。这些秒的小数可以使用到全部时号上。

在 74 頁上的第二和第三例中所用的确定的世界时，是从 78 頁上时辰公报摘录中查出的“半确定时刻”；例中电磁波傳播速度改正是沒有加以考慮。

可以指出，从“半确定时刻”計算确定的格林威治平恒星时，無需加以时的換算；只要从“半确定时刻”求出时号改正数，而將这改正数加到預定的格林威治平恒星时上。严格地說，这个改正数还須再加恒星时間隔改正，但是这个数值太小，可以不加考慮。

5.3.8 無綫电时号的記录

簡單地在这里叙述一下用自动計时仪記录时号的方法，因为这种方法只用于特别高精度的工作中。必須十分注意来保証所收到的每个时号的眞正开始点。如果碰到微弱的时号，或一点一划逐漸加强的时号發出来的时候，必須充分放大，否則記时仪的动作受到延迟（因为电力不够）。

如果收听科学式时号，就不需要自动記录了，因为庫克-汉尼方法(§5.3.5)用在收录有嘈音或受到干扰的授时站的时号时，其效果等于自动記录，甚至比它还好。还有另外一种优点，就是庫克的裝置比較簡單。

5.3.9 天文鐘的比較

在 §5.1.1 中曾經指出，有时候为了方便起見，我們使用一个主鐘和一个副鐘。在天文观測恰好开始或結束时，副鐘必須和主鐘比較。

假如主鐘和副鐘記着不同的时間，如前者記平太陽时而后者記恒星时，或是二者相反，則比較將是很容易的。由于 365.2422 秒平太陽时等于 366.2422 秒恒星时的緣故，主鐘和副鐘的秒响声大約在 $6^m 5^s$ 平太陽时間內符合一次（或是用半秒响声計时錶时，大概在 $3^m 2^s.5$ 恒星时內符合一次)。比較程序如下：当將要符合之前，观測者开始默数主鐘的秒数，目視副鐘，同时連續默数，直到兩鐘秒响符合时为止。在这个时刻观測者停止默数。讀出最后默数的数目和副鐘秒数。

如果二个天文鐘計着同类的时間，它們的秒响可以相差十分之几秒。要估計到 $0^s.1$ 是要相当的練習。利用停錶是比較容易并且可得到較为精密的結果，其比較方法是当主鐘为整十秒时，开动停錶，并在副鐘整十秒时停止停錶。从副鐘讀数减去停錶讀数，即得与主鐘相应的副鐘讀数。

假如副鐘是一个裝有停針的天文停錶，則比較时只需要將停針停在当主錶十秒整数时

就可以了。

比較时鐘須重复許多次(可能是8－10)——不管用那种方法来比較，为了提高最后結果精度，和發現可能粗差，所有讀数必須記录在观测手簿上。

第六章 利用观測平均値的計算法及其附加的改正值

§6.1 概 述

在某些定位法中，往往要連續地观测当恒星經过数个天頂距时的相应錶面时。于此我們可以分成兩种情形：

(1)在望远鏡的一位置上，恒星經过数根蛛絲。

設經緯仪的望远鏡裝配有数根水平横絲，今將其預先对准在星体进程的前面，等到星影恰好經过每根横絲的瞬間时，記下或讀下相应的錶面时。其平均天頂距則自豎盤上讀取。

擺式等高仪(§12.3)及45°稜鏡等高仪(§12.4)原則上就屬于这类范圍內。后一仪器沒有水平横絲，因此，星体所到达的数个天頂距是順序地用其他方法来观测的，这兩种仪器都沒有裝配豎盤，其平均天頂距(标准天頂距)为一常数(30°或45°)。

通常計算的方法，是將平均天頂距加以改正，使其与平均錶面时相当，然后把它們視为一对虛拟的观測值。

(2)在数个的望远鏡的位置上，恒星經过一根蛛絲。

設經緯仪的望远鏡仅裝配有一根水平横絲，但連續的对准天体数次，每次的对准，可从豎盤上讀取当星影經过横絲时的天頂距，并讀取或記录錶面时刻。

計算方法有二：

(a)設想每个天頂距及相应的錶面时刻为一对独立的观测值。

(b)設想各天頂距的平均值及錶面时的平均值为一对虛拟的观測值，將前者加以改正，使其相当于后者。

下面各节將証明用于这些改正的公式。

§6.2 在望远鏡的一位置上，恒星經过数根蛛絲

6.2.1 平均天頂距的第一改正值

錶面时的平均值 $\overline{T}$ 及所量測的平均天頂距 $\bar{z}$：

$$\overline{T}=\frac{1}{N}[T_K] \qquad \bar{z}=\frac{1}{N}[z_K] \qquad (K=1\rightarrow N)$$

不能看做是一对虛拟观測值，因为时間与天頂距之間的关系 $T_k=f(z_K)$ 并非直綫的。

令： $$z_K=\bar{z}+\mathrm{d}z_K$$

并按泰罗級数展开，所有数量均以弧度表示之，再略去三次以上的各項：

$$T_K=f(\bar{z}+\mathrm{d}z_K)=f(\bar{z})+\mathrm{d}z_K f'(\bar{z})+\tfrac{1}{2}\mathrm{d}z_K^2 f''(\bar{z})$$

由于 $[\mathrm{d}z_K]=0$

$$\overline{T}=f(\bar{z})+\frac{1}{2N}[\mathrm{d}z_K^2]f''(\bar{z})$$

复由于

$$\bar{T}=f(\bar{z}+\Delta z_1)=f(\bar{z})+\Delta z_1 f'(\bar{z})$$

式中 Δz_1 为 $\bar{z}$ 的改正数，使其經改正后，适为相当于 $\bar{T}$ 的天頂距。比較上列兩式遂得(Δz_1 及 dz_K 以角秒为單位)：

$$\Delta z_1=C_1\frac{[d\,z_K^2]}{2N\rho} \tag{Ⅵ.1}$$

式中

$$C_1=\frac{f''(\bar{z})}{f'(\bar{z})} \tag{Ⅵ.2}$$

C_1 的公式可由下法求之：按

$$\cos z=\sin\varphi\sin\delta+\cos\varphi\cos\delta\cos t,$$

于是当天文鐘为恒星时鐘，其銕速为零时，则有：

$$f'(z)=\frac{dT}{dz}=\frac{dt}{dz}=\frac{\sin z}{\cos\varphi\cos\delta\sin t}=\frac{-1}{\cos\varphi\sin a} \tag{Ⅵ.3}$$

因此：
$$f''(z)=\frac{1}{\cos\varphi\cos\delta\sin^2 t}\left(\sin t\cos z-\sin z\cos t\,\frac{dt}{dz}\right).$$

將上式代入(Ⅵ.2)式中，遂得：

$$C_1=\cot\bar{z}+\frac{\cot\bar{t}}{\cos\varphi\sin\bar{a}}$$

將下式代入：

$$\cot\bar{t}=\sin\varphi\cot\bar{a}-\frac{\cos\varphi}{\sin a}\cot\bar{z}$$

遂得
$$C_1=\cot\bar{a}(\tan\varphi\,\mathrm{cosec}\,\bar{a}-\cot\bar{a}\cot\bar{z}).$$

不难証明，此公式亦可应用于当天文鐘具有微小的銕速，或者它是一只平太陽时鐘。

設 $\bar{z}=30°$（例如摆式等高仪中）或

$\bar{z}=45°$（例如 45° 稜鏡等高仪中）

C_1 可以不难从列綫圖 6（第 173 頁）或列綫圖 7（第 174 頁）中分别讀出。[1]

此处必須着重指出的，就是在(Ⅵ.1)式中的量 $\frac{[dz_K^2]}{2N\rho}$ 对于所用的仪器是一个常数。

例如对于威特 T3 型的經緯仪(双中絲之外尙有四条附加的横絲)：

常数 $=0.55''$，設用六条横絲来平分星体；

常数 $=0.66''$，設用附加的四根横絲来平分星体，并在双中絲間观测星体。

例如对于摆式的等高仪

常数 $=0.22''$，

对于 45° 稜鏡等高仪

常数 $=0.23''$(准确的数值附于每架仪器上)。

6.2.2 平均天頂距的第二改正值

应用經緯仪施行观测时，必須在平均天頂距上加以第二种改正。观测者將望远鏡先对准在星体之前，使得星影大約在視場的中央，然后旋紧水平度盤及竪盤的止动螺旋。由于当星影經过諸水平横絲时离开垂直竪絲有时較远，有时較近，其移动方向經常是与竪絲成

[1] 英国海軍部海道测量局所印行的圖表(№0.5072)，亦适用于同样的目的 $\bar{z}=45°$。

斜交。这种情况通常也适用于中央水平横絲，因由于上述的瞄准欠精确。如圖 48 所示，ZI 为豎絲在天球上的投影，IS_1 为横絲的投影。設星在錶面时 T_K 經过横絲其交点为S_1。由于横絲的投影不是成水平的大圓，因此很显然，S_1天頂距必略大于 I. 的天頂距。所以在所量測的天頂距上必須考慮加以改正。

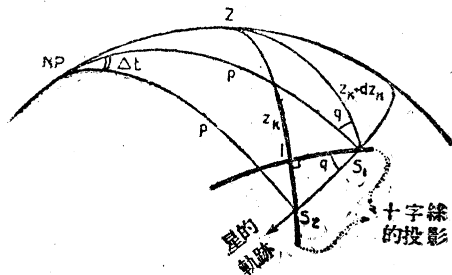


圖 48. 星过横絲与緊絲

設 S_2 为星影过豎絲的交点。所有的量均以弧度表之。

則有： $S_1S_2=\Delta t \sin p=\Delta t \cos \delta$

今將 ΔS_1IS_2 近似的視为一平面三角形，則有：

$$IS_1=S_1S_2\cos q=\Delta t\cos\delta\cos q \tag{Ⅵ.4}$$

从 ΔZIS_1 中有：

$$\cos(z_K+dz_K)=\cos z_K\cos IS_1$$

或將其展开为級数：

$$\cos z_K-dz_K\sin z_K=\cos z_K(1-\tfrac{1}{2}IS_1^2)$$

代以(Ⅵ.4)式，并用所量測的平均天頂距 $\bar z$ 作为 z_K 的近似值，并以其相应的視差角$\bar q$代 q，則得：

$$d\,z_K=\tfrac{1}{2}\Delta t^2\cos^2\delta\cos^2\bar q\cot\bar z$$

令：

$$\tfrac{1}{2}\Delta t^2\approx 2\sin^2\tfrac{1}{2}\Delta t$$

遂得以角秒为單位的 dz_K：

$$dz_K=C_2\cdot 2\rho\sin^2\tfrac{1}{2}\Delta t \tag{Ⅵ.5}$$

上式中：

$$C_2=\cos^2\delta\cos^2\bar q\cot\bar z$$

經簡化后：

$$C_2=\tfrac{1}{2}\sin 2\bar z(\sin\varphi-\cos\varphi\cos\bar a\cot\bar z)^2$$

計算 Δt 的数据，可以从观測恒星过豎絲(在 S_2)的錶面时 T_V 而求得。設天文鐘为平太陽时，其錶速为 $\Delta_1 T$，則按 § 3.4 及 § 5.1.2 便有：

$$\Delta t=\frac{366.2422}{365.2422}(1+\Delta_1 T)\tau_K\approx(1.00274+\Delta_1 T)\tau_K.$$

上式中：

$$\tau_K=T_V-T_K$$

因此便可近似的得：

$$\sin^2\tfrac{1}{2}\Delta t=(1.00548+2\Delta_1 T)\sin^2\tfrac{1}{2}\tau_K\equiv Q\sin^2\tfrac{1}{2}\tau_K$$

將上式代入(Ⅵ.5)中得： $dz_K=Q\,C_2\,m_K$，

而： $m_K=2\rho\sin^2\tfrac{1}{2}\tau_K$.

对于每根蛛絲的改正数的平均值，也就是加到天頂距观測值上的改正数为：

$$\Delta z_2=Q\,C_2\frac{[m_K]}{N}$$

上式中的 m_K 可以第 9 表（第 166－167 頁）中查取。設 $z=45°$，C_2 可从列綫圖 8（第 175 頁）中讀出，因此，只要可能，以采用45° 的天頂距最为方便，如果所用的是恒星时，

則上述的因子 Q 变为$(1+2\Delta_1 T)$，并載于下表中，$\Delta_1 T$ 为以秒为單位的每小时的錶速。

表 5

$\Delta_1 T$	恒星时鐘	平太陽时鐘	$\Delta_1 T$	恒星时鐘	平太陽时鐘
0.00	1.00000	1.00548	0.00	1.00000	1.00548
+0.05	3	1.00551	−0.05	0.99997	5
+0.10	6	4	−0.10	4	2
+0.15	8	6	−0.15	2	0
+0.20	1.00011	9	−0.20	0.99989	1.00537
+0.25	4	1.00562	−0.25	6	4
+0.30	7	5	−0.30	3	1
+0.35	9	7	−0.35	1	1.00529
+0.40	1.00022	1.00570	−0.40	0.99978	6
+0.45	5	3	−0.45	5	3
+0.50	8	6	−0.50	2	0

須注意以下的事实，在計算 Δz_2 时，錶面时的观測值旣不加錶速改正，也不換算为恒星时(如果应用平太陽时鐘)；此时將 C_2 乘以因子 Q 便够了。

須注意者，当应用擺式等高仪或 45° 稜鏡等高仪观測时，就不必应用改正数 Δz_2 。对于第一种仪器，諸横絲(或者宁可叫做綫)是弯曲的，以表示固定的天頂距。对于后一种仪器，总是对准在一定的方位上，使得所有的观測均非常接近于豎絲。

§ 6.3 在数个望远鏡位置上，恒星經过一根蛛絲。平均天頂距的改正值

对于天頂距平均值应加上与 § 6.2.1 相类似的改正数。然而，在这种情形下，如將改正数用时刻之差：

$$\tau_k = T_k - \overline{T} \qquad (k=1\rightarrow n)$$

来表示，以代替天頂距之差，則更为方便。

按(Ⅵ.3)有：

$$dz_K^2 = \tau_K^2 \cos^2\varphi \sin^2 a_k \approx \tau_K^2 \cos^2\varphi \sin^2\overline{a}$$

近似的令：

$$\tau_K^2 = 4\sin^2\tfrac{1}{2}\tau_k \equiv \frac{2}{\rho} m_k$$

式中

$$m_k = 2\rho \sin^2\tfrac{1}{2}\tau_k.$$

以角秒为單位表示 dz_k，遂得：

$$dz_K^2 = 2\,\rho\, m_k \cos^2\varphi \sin^2\overline{a}$$

將上式代入(Ⅵ.1)，并以 k 代 K，以 n 代 N，則有：

$$\Delta z_3 = C_3 \frac{[m_k]}{n}$$

其中：

$$C_3 = \cos^2\varphi \cos\overline{a}\,(\sin\varphi - \cos\varphi \cos\overline{a} \cot\overline{z})$$

若 $z=45°$，則因子 C_3 可从列綫圖 9 (第 176 頁)中讀取。所以我們建議，如果可能的話，以应用 45° 天頂距为佳。如果錶速較大而不可忽略，或应用的是平太陽时鐘，則 C_3 必須乘以因子 Q，其值可从表中查得(第 84 頁)。

m_k 之值可以从書末所載的附表 9 中查得。

第七章　基本观测値的精度

下面几章將討論到測定方位角，緯度或經度的各种方法，以及估算可望达到的精度（此处的"精度"系指偶然誤差，至于系統誤差則將分別处理）。对于这些計算除有些数据已見于§5.2.6外，我們还將需要下列諸数据。

m_1＝望远鏡的豎絲瞄准星体的中誤差。就我們所知道的，只是在星体將过子午圈的情形下，也就是說当星体垂直地过豎絲的情况下，硏究过这种誤差。

有些硏究的人做出这样令人惊異的結論，即瞄准的精度几乎与星体視运动的速度無关，其中誤差为：

$$m_1=\frac{4^s.7}{v}=\frac{70''}{v}$$

上式中 v 为望远鏡的放大倍率。在沒有其他的証明之下，我們將此数値应用到星体偏离子午圈的情形，也就是当星体傾斜地通过豎絲的情形。

m_2＝測定恒星与方位标之間的水平角的中誤差，略去瞄准星体的誤差。m_2 包括兩个度盤讀数的中誤差和瞄准方位标的中誤差。

m_3＝用水平度盤上的水准器以整平經緯仪的中誤差，或讀跨水准器的中誤差。

m_4＝略去望远鏡瞄准星体的誤差后，量測星体高度角的中誤差。m_4 包括度盤讀数的中誤差和整平豎盤水准器的中誤差。

m_5＝將望远鏡的水平横絲瞄准星体的中誤差。

很明显，这些中誤差是与各种情况有关的：例如所用仪器的性能，观測者的技术，地区的气候条件等。这种情况特别适用于 m_4；此种中誤差是上述各种情况的复杂函数。它尙需进一步的硏究。因此，我們仅能引用一些平均値（大部分的数据都已用特殊的硏究确定了）；但这幷不能包括所有的情况，而仅是对于估算方位角、緯度和經度的測定精度提供一个实用的基础。

現在我們設想有兩种类型的經緯仪，例如

A 型——中等精度，以威特 T_2 为代表

B 型——高精度，以威特 T_3 为代表。

根据我們的或別人的經驗，得出下表中的数据

中誤差	A 型	附註	B 型	附註
m_1	$2''.5$	$v=28$	$1''.8$	$v=40$❶
m_2	$2''.5$		$0''.8$	
m_3	$1''.5$	用灵敏度为 20″/2mm 的水平度盤水准器整平仪器	$0''.9$	用 7″/2mm 的水平度盤水准器来整平仪器。
m_3	$1''.0$	讀 5″/2mm 的跨水准器		
m_4	$1''.8$		$0''.4$	
m_5	$2''.5$	假設．$m_5=m_1$	$1''.8$	假設：$m_5=m_1$

❶ 威特T3經緯仪附有三种不同的目鏡，其放大倍率各为：24、30及40倍。

如果观测星体經过許多蛛絲，然后取其平均观测时刻，則其最后瞄准中誤差將減少到(m_1^2/N)或(m_5^2/N)，N 为蛛絲的数目。这是一个便宜的提高精度的方法，以后我們將于第十及十一兩章中加以討論。

第八章　方位角的測定

§ 8.1　概　　述

为了确定联接地面上两点的綫的方位角，可以在这两点中的任意一点上安置經緯仪幷測出下列的量：

(a)水平角 ψ，它是由包含該綫的垂直面和通过太陽或星体的垂直面所構成。

(b)某些可以用来計算太陽或星体的方位角的量，这个量必須在將望远鏡瞄准某星測定水平角 ψ 的瞬时量測出来。

很明显，將所測得的角度 ψ 加到所算得的方位角 a，即为所求的該綫的方位角 A；

$$A=a+\psi$$

为了要研究必須观測那一个量，才能够从該量計算出方位角 a，讓我們考虑一下定位三角形（圖 49）。但是必須記住，方位角是从北向东計算的(§ 2.9)，因此，在第 49 圖中所示的角度是$(-a)$。

如果观測者和星体的位置均为已知，則定位三角形的两条边（$NP-Z=90°-\varphi$ 及 $NP-S=90°-\delta$）亦必固定。那末只需要再測定其他一个量，便可完全确定定位三角形，而方位角（即 Z 点上的角度）也就可以計算出来；这个量是：

(1)星体的时角 t，或(2)星体的天頂距 z 或高度角 h。

在前一种情形中，叫做**用时角測定方位角法**；在后一种情形中，叫做**观測高度角測定方位角法**。由于我們还可有观測太陽和观測星体的不同，因此我們共有四种測定方位角的方法，將分述于下列各节中。

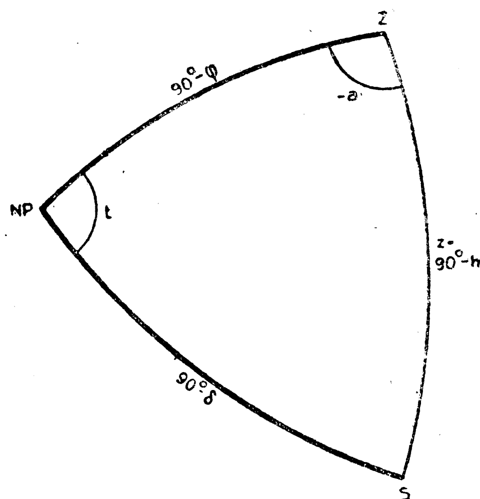


圖 49.　方位角的測定——定位三角形

設欲求得 P、Q 两点（例如用木樁标誌于地面上的点）联接綫的方位角，則可將經緯仪准确地安置于 P 点上，而將方位标設置于 Q 点上。在白天这种設置幷不發生任何困难，但是在黑夜里則需特別注意加以練習。如果应用一根綫吊着垂球，將經緯仪对准 P 点上，則木樁及垂球均需用手电筒来照亮。如果經緯仪附有光学对准器，那末最好在木樁的中心釘上一个白色的圖釘，然后用手电筒来照亮，那末在光学对准器的視野中，將得到一个光亮的背景。若將背景加以放大，則更易对准中心。其法用一張白紙在其中央剪一个比圖釘略大些的小孔，將此白紙如圖50所示放在木樁上。

由于望远鏡可能用相当大的仰角瞄准星体，因此必須十分謹愼地將仪器整平。通常只

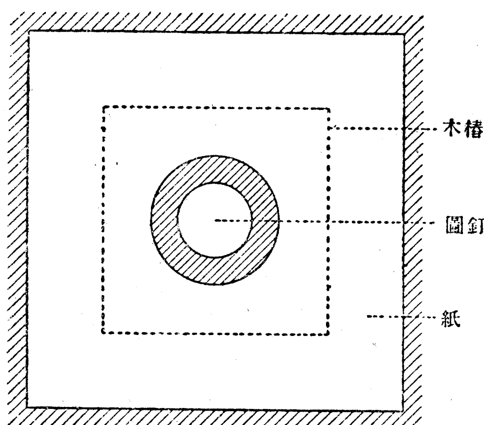


圖 50. 表示在黑暗中的地面方位标

有在观测星体时，望远鏡方有相当大的仰角，而在对准地面标誌时，望远鏡的位置則大致水平。水平誤差的影响与傾斜角的正切成比例，因此，在垂直于星体垂直面的方向上的水平，是特别重要的。虽然只要在观测开始之前整平仪器一次就够了，但由于这种緣故，更重要的是在每組观测之前，在上述的方向上將仪器整平。如果仪器是这样安置的，就是使得通过两个底脚螺旋的垂直平面大約与通过星体的垂直平面相一致，則垂直于上述平面的方向上的整平便就容易；因为在这个方向上的整平只要用第三个底脚螺旋就可以了。重复上述的整平操作的目的，是要使得水平誤差具有偶然性質。如果每組間不重新整平而所得的成果又相当符合时，观测者千万不要为此現象所迷惑；因为各个結果內部誠然很接近，但平均値的精度則較低。

如果应用跨水准器，那末应在星体通过中豎絲之前讀水准泡讀数，然后將跨水准器轉 180°，并在星体剛通过中豎絲之后，再讀取水准泡讀数。

安置在 Q 点上的方位标，可能是人們所熟知的用于三联脚架法中的、并裝有电灯設备的标誌。如果沒有这种标誌，那末也可以用一个輕便的小匣子，匣子前面开一条小的狹縫，中間放一盞灯。但是要注意到小匣子安放的位置，須使得狹縫准确地对准木樁中心。狹縫的寬度約为 PQ 距离的万分之一。至于度盤及目鏡內的十字絲，当然也必須在晚上加以照明。如果望远鏡沒有特别的通电照明設备，那末也可以应用一只普通的手电筒；观测时將手电筒傾斜地拿在物鏡的前面，使其光綫射入于望远鏡內。

§ 8.2 恒星时角法测定方位角

8.2.1 观測与計算

星体的时角并非直接观測的，而是根据讀記星体經过中豎絲的时刻来求出的，就是从下列公式来計算时角：

$$\text{G.M.S.T.} = T + \Delta T \qquad (\text{VIII}.1)$$

$$\text{G.A.S.T.} = \text{G.M.S.T.} + n$$

$$\text{L.A.S.T.} = \text{G.A.S.T.} - \lambda \qquad (\text{VIII}.2)$$

$$t = \text{L.A.S.T.} - \alpha$$

上式中： T = 錶面时讀数

ΔT = 按無綫电时号所求得的对于 G.M.S.T. 的錶差

α = 星体的赤經

n = 赤經的章动

t = 星体的时角

根据上述方法求出时角后，星体的方位角便可按下式进行計算：

$$\cot a=\frac{\sin\varphi\cos t-\cos\varphi\tan\delta}{\sin t} \tag{Ⅷ.3}$$

或

$$\tan a=\frac{\sin t}{\sin\varphi\cos t-\cos\varphi\tan\delta} \tag{Ⅷ.4}$$

时角 t 的三角函数可应用下列兩法之一求得之，惟第二法則更为便捷：

（1）按§Ⅰ.2中所述的关系，將 t 从时間化为角度，然后应用一本普通的三角函数表。

（2）应用一本以时間为單位的三角函数表，例如："載有每一时秒的七位三角函数表"（英国皇家天文年历局出版，可以向倫敦 W.C.2, York House, Kingsway 英国皇家文献局購买）。

若用对数計算，則以下式为佳：

$$\cot a=\frac{\sin(\varphi-x)}{\cos x\tan t}$$

而

$$\tan x=\frac{\tan\delta}{\cos t}$$

此处必須着重指出：上列公式仅在一組包含有兩个观測値的情形下，才有便利之处；假使观測的数目增多（平常也是这样的情况），則公式(Ⅷ.3)或(Ⅷ.4)不論对于眞数計算抑或对数計算均为适宜。对于这种利弊的評价，我們必須記着，这些公式中 $\cos\varphi\cdot\tan\delta$ 一項对于所有的观測組均为常数。

經过星体的垂直面和通过 PQ 綫的垂直面之間所包含的水平角，可以从瞄准星体与瞄准方位标的水平度盤讀数中求得之。

最后，所求的PQ 綫的方位角 A 可由下式計算：

$$A=a+\psi$$

观測的程序如下：

（1）小心地將仪器整平。

（2）对准方位标，幷讀取水平度盤的讀数。

（3）將望远鏡大約对准星体，使得星体在望远鏡的視野中，幷向中豎絲移动。当星影恰好通过中豎絲时，讀取錶面时刻或按下电鑰（参考§5.2.5）；然后讀出跨水准的讀数（如果有的話）和水平度盤的讀数。

（4）重复第3步驟。

（5）重复第2步驟。

像这样的四个观測叫做一組。在重复观測了 $n/2$ 組之后（n 視所需要的最后成果的精度而定），將望远鏡倒轉，幷旋轉仪器 180°，然后再观測 $n/2$ 組。在每观測完一組之后，水平度盤应移动$\frac{180^\circ}{n}$，以消除水平度盤系統性的刻划誤差。

8.2.2 系統誤差

系統誤差的主要来源为：

（a）假設的緯度含有誤差($d\varphi$)(这种假設的緯度是从地圖中讀取)。

（b）由于下列三种原因所引起的时角誤差(dt)；

(b.1)观測星体过豎絲时，錶面时所包含的常差，参考公式(Ⅷ.1)；

(b.2)錶差的誤差，参考公式(Ⅷ.1)；

(b.3)假設經度的誤差，参考公式(Ⅷ.2)。

今將公式(Ⅷ.3)加以微分，便得这些誤差对于星体方位角以及 PQ 綫的方位角計算值的影响的公式：

$$dA = da = \sin a \tan h \, d\varphi + \cos \varphi (\tan \varphi - \cos a \tan h) \, dt \tag{Ⅷ.5}$$

从上列公式我們可以得出結論：

(1)如果星体的方位角为 0° 或 180°，也就是說如果在中天时刻观測星体，那末所假設的緯度縱有微小的誤差亦無影响。

(2)当 $\tan \varphi = \cos a \tan h$；这种情况發生于星体的星位角为 90° 或 270°，亦即在大距时观測星体，則此时微小的时角誤差对于方位角無甚影响。

显然，要想同时消除上述兩种誤差的来源是不可能的。

然而，我們將要証明，如果連續地观測兩顆星，便可达到这个目的。PQ 綫的最后方位角，將为从观測每顆星所求得的方位角的平均值：

$$\bar{A} = \frac{1}{2}\{a_1 + \psi_1) + (a_2 + \psi_2)\}$$

上式中的下指数 1，2 表示所观測的兩顆星。

因此，这些誤差的影响也就是每顆星方位角的影响的平均值。按公式(Ⅷ.5)則有

$$d\bar{A} = \frac{1}{2}(\sin a_1 \tan h_1 + \sin a_2 \tan h_2) \, d\varphi +$$

$$+ \frac{1}{2}\cos \varphi (2\tan \varphi - \cos a_1 \tan h_1 - \cos a_2 \tan h_2) dt$$

因此，兩种誤差来源的影响可以同时消除掉，如果所观測的兩星体是这样的选擇与观測，使得在观測的瞬时：

$$\sin a_1 \tan h_1 = -\sin a_2 \tan h_2 \tag{Ⅷ.6}$$

$$2 \tan \varphi - \cos a_1 \tan h_1 = \cos a_2 \tan h_2 \tag{Ⅷ.7}$$

方位角与高度角能滿足上列兩方程式的星对有無限个，因此我們可以进行选擇这样的星对組合，使其在顧及(Ⅷ.2)及(Ⅷ.3)的条件下，能令偶然观測誤差对于方位角的影响为極小。这种方法將述于下节。

8.2.3 偶然誤差。顧及所假設緯度的可能誤差与时角的常差时的选星法。精度估算。

偶然誤差的主要来源为：

m_T＝讀取錶面时或記时器的中誤差，包括錶速的平均变动，应用誤差傳播定律于公式(Ⅷ.5)中，便可得出此中誤差对于方位角的影响的公式：

$$\cos \varphi (\tan \varphi - \cos a \tan h) m_T$$

m_1＝瞄准星体的中誤差，亦为 ψ 角观測值中誤差的一部分，瞄准誤差 dp 对于方位角的影响 da 表示于圖 51 中：今有：

$$da = dp \sec h$$

根据上式，应用誤差傳播定律便得平均影响：

$$m_1 \sec h$$

m_2＝ψ 角中誤差的剩余部分，包含兩次水平度盤讀数的中誤差，以及瞄准方位标的中誤差，这些对于方位角的影响是 m_2。

m_3=經緯仪整平的中誤差或讀取跨水准器讀数的中誤差，根据通常的公式，此誤差对于方位角的影响为 $m_3 \tan h$。

將这些影响的平方相加起来，并由 $\sec^2 h = 1 + \tan^2 h$，遂得每一星体每一次观测的方位角中誤差的平方和：

$$\cos^2\varphi(\tan\varphi - \cos a_1 \tan h_1)^2 m_T^2 + $$
$$+ (m_1^2 + m_3^2)\tan^2 h_1 + (m_1^2 + m_2^2)$$

很明显，从兩組观测（每組包含正倒鏡的兩个單独的观测）所得到的方位角的中誤差的平方，若按照 § 8.2.1所建議的方案，則为上式数值的$\frac{1}{4}$。

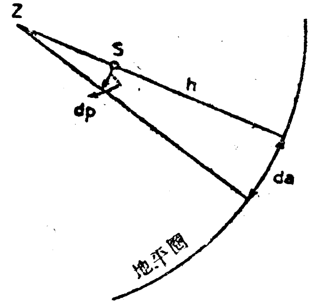


圖 51. 傍向瞄准誤差对于方位角的影响

从其他一顆星体的观测所得到方位角的中誤差也是一样，因此平均方位角 $\overline{A}$ 的中誤差平方为：

$$m_{\overline{A}}^2 = \frac{1}{16}\cos^2\varphi\{(\tan\varphi - \cos a_1 \tan h_1)^2 + (\tan\varphi - \cos a_2 \tan h_2)^2\} m_T^2 + $$
$$+ \frac{1}{16}(m_1^2 + m_3^2)(\tan^2 h_1 + \tan^2 h_2) + \frac{1}{8}(m_1^2 + m_2^2) \qquad (\text{VIII}.8)$$

在上面一节中，我們曾計划观测的一对星体，应作如此的选擇，使得顧及条件(Ⅷ.6)及(Ⅷ.7)后，中誤差 $m_{\overline{A}}$ 为極小。

这个有条件的極小問題，可以变为自由的極小問題，只要按下法从公式(Ⅷ.8)中消去 a_2 及 h_2 便可。

將(Ⅷ.6)及(Ⅷ.7)平方，然后相加，則得：

$$\tan^2 h_2 = 4\tan^2\varphi + \tan^2 h_1 - 4\tan\varphi\cos a_1 \tan h_1 \qquad (\text{VIII}.9)$$

將上式及(Ⅷ.7)代入(Ⅷ.8)式中。經化簡后便得：

$$\underline{m_{\overline{A}}^2 = \frac{1}{8} F m_T^2 + \frac{1}{8}(m_1^2 + m_2^2)} \qquad (\text{VIII}.10)$$

式中：

$$F = \cos^2\varphi(\tan\varphi - \cos a_1 \tan h_1)^2 + \nu(2\tan^2\varphi + \tan^2 h_1 - 2\tan\varphi\cos a_1 \tan h_1) \quad (\text{VIII}.11)$$

而
$$\nu = \frac{m_1^2 + m_3^2}{m_T^2}$$

按第七章載有：

A 型經緯仪：$m_1 = 2''.5$；$m_3 = 1''.5$

令 $m_T = 0^s.1 = 1''.5$（耳目法），則有 $\nu = 3.78$；

B 型經緯仪：$m_1 = 1''.8$；$m_3 = 0''.9$

令 $m_T = 0^s.07 = 1''.0$（記时仪），則有：$\nu = 4.05$

可以看出，当 F 为極小时，則 $m_{\overline{A}}^2$ 亦为極小。但欲使 F 达于極小値，則必須使其导数 F'_{a_1} 及 F'_{h_1} 同时为零：

$$F'_{a_1} = 2\cos^2\varphi\sin a_1 \tan h_1(\tan\varphi - \cos a_1 \tan h_1 + \nu\sec^2\varphi\tan\varphi) = 0 \qquad (\text{VIII}.12)$$

$$F'_{h_1} = -2\cos^2\varphi\cos a_1 \sec^2 h_1(\tan\varphi - \cos a_1 \tan h_1 + \nu\sec^2\varphi\tan\varphi - $$
$$- \nu\sec^2\varphi\sec a_1 \tan h_1) = 0 \qquad (\text{VIII}.13)$$

解上列联立方程式得:

$$a_1=0^\circ \qquad h_1=+\varphi$$
$$a_1=180^\circ \qquad h_1=-\varphi$$

我們可以容易証明（研究二次导数）上列極限值是極小的。

由于 $h>0$，故第一組之值很明显是指北極，幷且是对于北半球的测站而言；而第二組之值則指南極，幷且对于南半球的测站而言。

α 小熊星座（北極星）为近北極的一顆亮星，其 $\delta\approx+89^\circ$，$m=2.12$。理論上必須观测兩顆星，以消除系統誤差，但由于北極星非常接近北極（極距大約为 1°），因此在**任何时**角均可近似地有下列关系:

$$a\approx0,\ h\approx\varphi$$

于是（从公式 Ⅷ.6 和 Ⅷ.7）系統誤差的影响近似为零。因此我們可以不必观测兩顆星，而在任意时角观测这一顆北極星，只要总的观测数目沒有減少。

应当記着，因为低層空气的透明度不佳，故北極星必須在水平綫之上相当的高度，才能清楚地看到。因此，北極星任意时角法测定方位角不能应用于赤道上的测站。

同样地，在南極附近也有一顆星：σ 南極星座，$\delta\approx-89^\circ$，这顆星可以視为类似于北極星，作为單星在任意时角上观测之。可惜这顆星相当微弱，$m=5.48$；但若应用 B 型經緯仪，也不难找到此星，但要注意的是，它必須相当的高出地平綫上。

如果因为某些緣故，不能观测北極星或 σ 南極星座，那末，必須在高度 $h_1\neq\varphi$ 及 $h_2\neq\varphi$ 下观测兩顆其他的星。

假設 h_1 暫为固定值，而 a_1 变动，那末当第一次导数 $F'_{a_1}=0$ 与第二次导数 $F''_{a_1{}^2}>0$ 时，F 之值达于極大:

$$F''_{a_1{}^2}=2\cos^2\varphi\tan\varphi\cos a_1\tan h_1(1+\nu\sec^2\varphi)+$$
$$+2\cos^2\varphi\tan^2 h_1(\sin^2 a_1-\cos^2 a_1)>0 \qquad (\text{Ⅷ}.14)$$

下列 a_1 的三个数值，显然均能滿足(Ⅷ.12)

$$a_1=0^\circ;\ a_1=180^\circ;\ \cos a_1=(1+\nu\sec^2\varphi)\tan\varphi\cot h_1$$

將此等数值分別代入(Ⅷ.14)，幷經簡化后則得:

$$\tan h_1<\ (1+\nu\sec^2\varphi)\tan\varphi \qquad (\text{Ⅷ}.15)$$
$$\tan h_1<-(1+\nu\sec^2\varphi)\tan\varphi \qquad (\text{Ⅷ}.16)$$
$$\tan h_1>\ (1+\nu\sec^2\varphi)^2\tan^2\varphi \qquad (\text{Ⅷ}.17)$$

由于 $\tan h_1>0$，故(Ⅷ.15)式显然必指在北半球上的测站，而(Ⅷ.16)式則系表示在南半球上的测站。

从最后的一式則有:

$$\tan h_1>-(1+\nu\sec^2\varphi)\tan\varphi \quad (\varphi>0)$$
$$\tan h_1>-(1+\nu\sec^2\varphi)\tan\varphi \quad (\varphi<0)$$

如果我們暫时規定 $\varphi>0$，則有不列Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ的三种情况:

情况Ⅰ

$a_1=0^\circ$，則按(Ⅷ.6)有:

$a_2=0^\circ$(或 $a_2=180^\circ$；参考情况Ⅱ)。

將上列数值代入(Ⅷ.7)及(Ⅷ.11)，則得:

$$\tan h_1+\tan h_2=2\tan\varphi;\qquad(\text{Ⅷ}.18)$$

于是从(Ⅷ.15)式有：

$$\tan h_2>(1-\nu\sec^2\varphi)\tan\varphi\qquad(\text{Ⅷ}.19)$$

$$F=\nu\tan^2\varphi+(\nu+\cos^2\varphi)(\tan\varphi-\tan h_1)^2$$

同理：

$$F=\nu\tan^2\varphi+(\nu+\cos^2\varphi)(\tan\varphi-\tan h_2)^2$$

可以看出，F 随着$(\tan\varphi-\tan h_1)$的大小而变[同样的也随着$(\tan\varphi-\tan h_1)$之值]；换句話說，兩顆星愈是接近天極，則 F 之值愈小。

由于 $\nu\sec^2\varphi>1$，故条件(Ⅷ.19)总是能够滿足的。

情况Ⅱ 同样地我們可以导出：

$$a_1=0°;\ a_2=180°$$

$$\tan h_1-\tan h_2=2\tan\varphi\qquad(\text{Ⅷ}.20)$$

因此从(Ⅷ.15)式：

$$\tan h_2<-(1-\nu\sec^2\varphi)\tan\varphi\qquad(\text{Ⅷ}.21)$$

$$F=\nu\tan^2\varphi+(\nu+\cos^2\varphi)(\tan\varphi+\tan h_2)^2$$

情况Ⅲ

$$\cos a_1=(1+\nu\sec^2\varphi)\tan\varphi\cot h_1$$

因此按(Ⅷ.9)式：

$$\tan^2 h_1-\tan^2 h_2=4\nu\tan^2\varphi\sec^2\varphi\qquad(\text{Ⅷ}.22)$$

將(Ⅷ.17)式中的 $\tan h_1$ 代以上式后，則(Ⅷ.17)式变为：

$$\tan h_2>-(1-\nu\sec^2\varphi)\tan\varphi$$

如果我們最后將 $\cos a_1$ 代入(Ⅷ.11)中，并按(Ⅷ.22)式將 $\tan^2 h_1$ 代以 $\tan^2 h_2$則得：

$$F=3\nu^2\tan^2\varphi\sec^2\varphi+\nu\tan^2 h_2$$

公式(Ⅷ.18)表示在情况Ⅰ中，$h_1\leqslant\varphi$ 或 $h_2\leqslant\varphi$。最小的可能的高度角主要是与空气的透明度有关。設 h_1 或 h_2 的最小值为 15°，則 $\varphi\geqslant 15°$。

可以看出，在情况Ⅱ中，F 值随 h_2 之值变小而減小。今再說 h_2 的極小值为 15°，并將其代入(Ⅷ.21)中，則可算得 $\varphi>5°30'$(A型經緯仪)，或 $\varphi>4°58'$(B型)。

对于情况Ⅲ就沒有这种限制，但是星体必須在子午圈之外观測。由于选星、观測的准备以及观測时的找星，均有不便之处，因此我們对这种情况便不加考虑了，由于这个緣故，我們便將第Ⅱ种情况中緯度的界限放寬到 0°，这样降低的精度是可以忽略的。

从(Ⅷ.20)可以看出，在第Ⅱ种情况中，当 $h_2=15°$ 时，h_1 之值为最小。对于某一較小的 h_1 数值，方位角便有一个不同于零的極限值，而 F 便在此極限值中有其絕对的極小值。于此又將引起在子午圈外的观測，而所增加的精度又不大显著，因此我們將不加以考虑。茲扼要地重述要点，并顧及南半球的測站，我們得到以下的結論：

(1)在緯度 $|\varphi|<15°$ 的測站上，应观測兩顆星：一顆星靠近南方(若 $\varphi<0$ 則須靠近北方)，其高度 $h_2=15°$，另一顆星靠近北方（$\varphi<0$ 时則为南方）其高度 h_1 应为：

$$\tan h_1=2\tan|\varphi|+\tan 15°$$

有一实例(Nr.1)，附于本書之末。

最后得：

$$\underline{F=\nu\tan^2\varphi+(\nu+\cos^2\varphi)(\tan|\varphi|+\tan 15°)^2}\qquad(\text{Ⅷ}.23)$$

(2)在緯度 $|\varphi|>15°$ 的測站上，必須观測北極星或 σ 南極星座近似地得：

$$\underline{F=\nu\tan^2\varphi}\qquad(\text{Ⅷ}.24)$$

如果在这些测站上不可能观测北極星或 σ 南極星座，那末必須在子午圈附近观测兩顆星，各在極之上下，并尽量靠近極，并使：

$$\tan h_1 + \tan h_2 = 2\tan|\varphi|$$

$$h_1 > 15°;\ h_2 \geqslant 15°$$

于是：

$$F = \nu\tan^2\varphi + (\nu + \cos^2\varphi)(\tan|\varphi| - \tan h_2)^2$$

或：

$$\underline{F(\text{極大}) = \nu\tan^2\varphi + (\nu + \cos^2\varphi)(\tan|\varphi|\tan 15°)^2} \qquad (\text{Ⅷ}.25)$$

如果沒有像上述的星体可以观測，那末这些测站必須視为 $|\varphi| < 15°$ 的测站。

如果我們按(Ⅷ.10)式計算中誤差 m_A，利用上述的 F 值并各令 $m_2 = 2''.5$，$0''.8$（第七章），遂得：

$\|\varphi\|$	A 型			Б 型		
	(Ⅷ.23)	(Ⅷ.24)	(Ⅷ.25)	(Ⅷ.23)	(Ⅷ.24)	(Ⅷ.25)
0°	1.3″	—	—	0.7″	—	—
15	1.4	1.3″	1.3″	0.9	0.7″	0.7″
30	1.7	1.3	1.4	1.1	0.8	0.8
45	2.2	1.7	1.8	1.4	1.1	1.1
60	3.1	2.2	2.7	2.1	1.5	1.8

此表的目的仅仅是給予讀者一个关于所能得到的精度的一般概念；因为很显然，实际的精度同許多因素有关，例如：仪器、方位标、时計、空气观測者的技术等等。

8.2.4 偶然誤差。容許有时角常差时的选星法。精度估算

如果我們知道所設緯度的誤差是非常微小，它对于方位角計算值的影响可以略而不顧，則唯一必須考慮的系統誤差就是时角誤差 dt（参考§8.2.2），它对于方位角的影响按(Ⅷ.5)式为：

$$dA = \cos\varphi(\tan\varphi - \cos a\tan h)dt$$

討論此公式时，我們已經說明过：設 $\tan\varphi = \cos a\tan h$ 时，也就是說当星体在其最大距被观測时，則时角的誤差对于方位角不生影响。很显然，單独一顆星也就够了。然而，观測在最大距的兩顆星是有一些好处的；任何辨認所观測的星体的錯誤，都很容易找出来。

本書末附有实际算例 N_12。

从兩顆星的兩組观測中所获得的方位角中誤差的平方可以公式(Ⅷ.8)表之。令：

$\tan\varphi = \cos a_1\tan h_1 = \cos a_2\tan h_2$（大距）及 $h_1 = h_2 = h$，則公式变为：

$$m_A^2 = \frac{1}{8}(m_1^2 + m_3^2)\tan^2 h + \frac{1}{8}(m_1^2 + m_2^2)$$

当高度尽可能小时，中誤差便为最小，也就是說，对于一顆在大距时候的星体，在理論上 $h = \varphi$（参考§2.9）。

如前节所述，对于南北半球的测站，縱使在任意时角观測 α 小熊星座（北極星）和 σ 南極星座这兩顆星，也可以大致滿足这个要求。遂有：

$$m^2_{\bar{A}}=\frac{1}{8}(m_1^2+m_3^2)\tan^2\varphi+\frac{1}{8}(m_1^2+m_2^2)$$

根据上式求得$m_{\bar{A}}$之值載于上表中第三行与第六行。

在赤道附近的测站，由于低層空气的透明度欠佳，很少能或者永远不可能观测北極星，因此，我們必須观测在大距上或其附近的其他兩顆星，其高度$h_{\min}$愈低愈好。根据前节，同理我們令$h_{\min}=15°$。

方位角的中誤差的平方为：

$$m^2_{\bar{A}}=\frac{1}{8}(m_1^2+m_3^2)\tan^2 15°+\frac{1}{8}(m_1^2+m_2^2)$$

应用第七章中m_1, m_2及m_3之値，代入上式遂得可能的中誤差值：

$m_{\bar{A}}=1''.3$（A型仪器）；$m_{\bar{A}}=0''.7$（B型仪器）。

8.2.5 精度計算

設从單一观测所得的方位角以

$$A_i\ \left(i=1\rightarrow\frac{1}{2}n\text{；盤左}\right)$$
$$A_j\ \left(j=\frac{1}{2}n+1\rightarrow n\text{；盤右}\right)$$

表示之。我們計算得：

$$A_L=\frac{1}{\frac{1}{2}n}[A_i]\qquad v_i=A_L-A_i$$

$$A_R=\frac{1}{\frac{1}{2}n}[A_j]\qquad v_j=A_R-A_j$$

$$\bar{A}_1=\frac{1}{2}(A_L+A_R)$$

遂有：

單一观测中誤差的平方：

$$m^2=\frac{1}{n-2}[v_i^2+{}_j^2]$$

方位角平均值$\bar{A}_1$的中誤差的平方：

$$m^2_{\bar{A}_1}=\frac{m^2}{n}$$

依同法，我們可以計算从第二顆星所求得的方位角平均值$\bar{A}_2$的中誤差的平方。

最后方位角为❶：

$$\bar{A}=\frac{1}{2}(\bar{A}_1+\bar{A}_2)$$

其中誤差的平方則为：

$$m^2_{\bar{A}}=\frac{1}{4}(m^2_{\bar{A}_1}+m^2_{\bar{A}_2})$$

§8.3 太陽时角法测定方位角

8.3.1 观测与計算

时角并非直接观测的，而是从望远鏡瞄准太陽的瞬間，讀取錶面时推算出来的；§4.5曾詳細的叙述了兩个瞄准的方法。时角可从下列公式推导出：

---

❶理論上可以按权与中誤差的平方成反比的定理將$\bar{A}_1$与$\bar{A}_2$加上权，然后求其平均值。但是因为观测的数目太少，以致这些中誤差并不可靠，故最后的方位角$\bar{A}$的計算不考慮到权的問題。

$$\text{G.M.T.} = T + \Delta T; \qquad \text{G.A.T.} = \text{G.M.T.} + e;$$
$$\text{L.A.T.} = \text{G.A.T.} - \lambda; \qquad t = \text{L.A.T.} - 12^{\text{h}}.$$

上式中：

T = 表面时讀数，

ΔT = 对于从無綫电时号得出的 G.M.T. 的錶差，

e = 时差，

t = 太陽的时角。

应用类似于(Ⅷ.3)式的公式，可以推算太陽的方位角：

$$\cot a = \frac{\sin \varphi \cos t - \cos \varphi \tan \delta}{\sin t}$$

式中 a 为太陽中心的方位角。于是地面上所需要的某綫的方位角为：

$$A = a + \psi$$

由于 a 是根据太陽的中心，因此 ψ 角显然也必須根据太陽中心；所以需要一个改正数加到偏心瞄准上，按 § 4.5 其公式为：

$$\Delta a = \pm \tfrac{1}{2} d \sec h$$

或：

$$\Delta a = \pm 11'70'' \sec h$$

如果上述的归心改正需要精确到 0′.1，那么可以从列綫圖 4（第 171 頁）中讀取。否則，这种归心改正（第一式或第二式）必須用上述公式加以計算。这些公式必須先知道太陽的高度 h。如果所需要的方位角的精度仅限于数秒，則从列綫圖 5（第 172 頁）所讀出的高度角也够精确，該列綫圖 5 是表示下列公式：

$$\sin h = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos(\text{L.A.T.} - 12^{\text{h}}) \qquad (\text{Ⅷ}.26)$$

例：

$$\varphi = -15°.3 \qquad |\varphi + \delta| = 8°.4$$
$$\delta = +6°.9 \qquad |\varphi - \delta| = 22°.2$$
$$\text{L.A.T.} = 7^{\text{h}}35^{\text{m}}$$

于是可从列綫圖 5 中讀得 h 之値为 20°.6。

如果所需要的方位角的精度达 1″，則不能应用列綫圖。在此情况下，太陽的高度固然可按（Ⅷ.26）式計算，但是最好在观测程序开始之前与結束之后讀出竪盤的讀数（如果有的話），而在中間的某些观测，則可用內插法以求出其相应的高度角。通常不需要將这些高度角加以折光改正。

观测的次序与在 § 8.2.1 中所述的观测星体相似，但必須注意，不能用通常的瞄准器將望远鏡对准太陽。因为用肉眼看太陽会引起严重的伤害，最低的程度也要使得观测者眩暈，致在数分鐘內無法进行精密的观测。最好的对准方法是用一張紙（可用現成的手簿）来寻找望远鏡的影子，然后調节望远鏡的水平方向及傾斜角度，使其影子为最小，或使照准器（如果有此裝配）的影子相合。若不用目鏡太陽鏡或物鏡太陽鏡而从望远鏡中直接观测太陽，將給眼睛以致命的伤害。

8.3.2 系統誤差

假設的緯度誤差 $d\varphi$ 与时角誤差 dt，对于方位角的影响，可用(Ⅷ.5)式表示之

$$dA = \sin a \tan h \, d\varphi + \cos \varphi \, (\tan \varphi - \cos a \tan h) \, dt \qquad (\text{Ⅷ}.27)$$

若在大距时（$\tan\varphi=\cos a\tan h$）观测太陽，則上式中第二項为零。然而这种情况是很少可能的，因为太陽的大距的出現，須滿足下列条件的（§2.9）：

$$\delta>\varphi \qquad (\text{北半球})$$

$$\delta<\varphi \qquad (\text{南半球})$$

由于δ变动于$+23^\circ.5$及$-23^\circ.5$之間，因此，只有在北回归綫与南回归綫之間的测站，在一年之中的某一部分时間，才有滿足上列条件的机会。

在其他的情况下，上式的第二項不为零。于是便發生一个問題：此項能否并何时才能达到最小值？此处不拟用代数分析法来解答这个問題，因为这是一个繁重的方法。圖 52 中

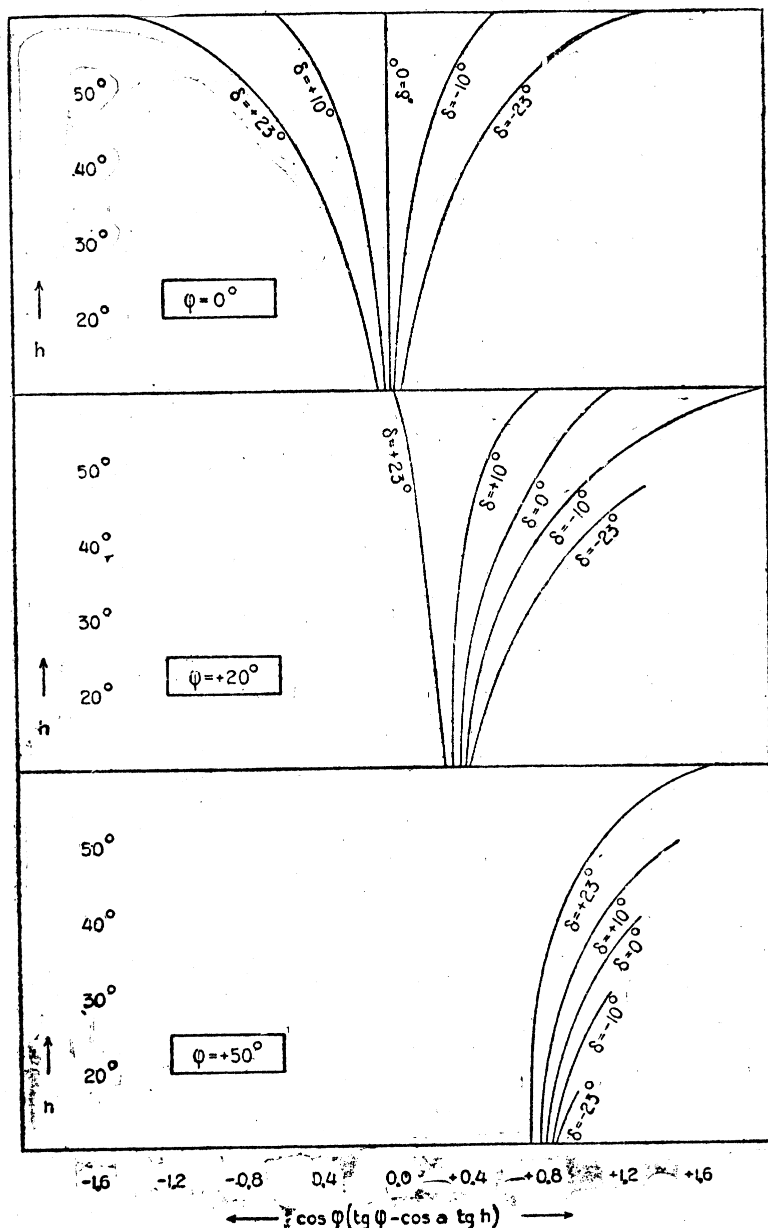


圖 52． 太陽时角法測定方位角。时角誤差的影响

按 φ 与 δ 的某些組合將 dt 的系数：

$$\cos\varphi(\tan\varphi-\cos a\tan h)$$

的数值繪制曲綫，这种方法較为方便。从圖上我們可以看出，即使都有極小值，也是不很明显的。如果不顧上述的情形，我們可以認为：时角誤差的影响是当太陽高度越低就越小。因此，我們必須在早晨或傍晚观測太陽。

另一方面，在太陽中天时($\sin a=0$)进行观測，則假設緯度的誤差 $d\varphi$ 的影响为零[根据(Ⅷ.27)公式]。这样便与我們前面所导出的要求有矛盾之处，因此必須应用另外一种方法，以消除 $d\varphi$ 的影响。

其法为实施兩次观測程序：一次在早晨而另一次則在同日的下午（如果气候有碍观測，亦可隔数日）。兩次观測中的太陽平均高度須大約相等，而方位角須相反，若此，則公式(Ⅷ.27)式中 $d\varphi$ 的相当系数大約相等，而符号相反，于是 $d\varphi$ 对于兩次观測平均值結果的影响將大約为零。

§8.3.3 偶然誤差。精度估算

設地面上某一条綫的方位角是根据兩次程序測定的（一次在上午，一次在下午）。每次均按§8.2.1中所建議的程序进行兩組的观測，那末它的中誤差，可用类似于(Ⅷ.8)的公式来表示。令：

$$h_1=h_2\equiv h\text{及}a_1=-a_2\equiv a$$

則有：

$$m_A^2=\frac{1}{8}\cos^2\varphi\,(\tan\varphi-\cos a\tan h)^2 m_T^2+\frac{1}{8}(m_1^2+m_3^2)\tan^2 h+\frac{1}{8}(m_1^2+m_2^2)$$

在討論系統誤差时（参考上节），得出的結論是：我們必須在低高度角时观測太陽。从上列公式指出了这个結論对減少偶然誤差也是便利的。此式中 m_T 的系数等于圖52中所表示的系数，当太陽的高度愈小时，則其值也愈小。在此情況下，公式中的第二項，由于它和 $\tan h$ 成正比，故也同样的达到最小值。

我們最后的結論是：为了要減少系統誤差与偶然誤差的影响，太陽必須在低高度角时进行观測，也就是在早晨或傍晚的时刻。如果預計到假設緯度的誤差还可能太大，那末，在早晨及傍晚均須进行观測。

本書末附有实际算例($Nr.3$)。

今按上列公式計算出对于某些緯度所估計的中誤差，从下式求得 $\cos a$：

$$\cos a=\frac{\sin\delta-\sin\varphi\sin h}{\cos\varphi\cos h}$$

令 $h=15°$，引用第七章中 m_1、m_2 及 m_3 之值（再参考§4.5(b)）并設：

A 型仪器：$m_T=0^s.1=1''.5$（耳目法）

B 型仪器：$m_T=0^s.07=1''.0$（記时仪）

計算結果列于下表。

仪器	A 型			B 型		
φ	0°	30°	60°	0°	30°	60°
12月22日	1″.3	1″.3	—	0″.7	0″.8	—
3月22日/9月22日	1.3	1.3	1″.4	0.7	0.7	0″.8
6月22日	1.3	1.3	1.4	0.7	0.7	0.8

根据最后的公式，則中誤差与太陽的赤緯有关（也就是与季节有关），但是从上表可以看出赤緯变化的影响是可以略去的。

§ 8.4 恒星高度法測定方位角

8.4.1 观测与計算

在§ 8.2 中，我們曾經討論过用恒星时角法測定方位角，其他可用以导出恒星方位角的量便是恒星的高度了。但是必須在望远鏡对准恒星观测該星与地面綫（它的方位角就是我們所要求的）間所包含的水平角的同时来量測高度角。因此，望远鏡便須在垂直方向与水平方向来对准星体。这个方法的实施已詳細解釋于§ 4.5 中，今仅簡述于下。

恒星的方位角 a 用下式計算：

$$\cos a=\frac{\sin\delta-\sin\varphi\sin h}{\cos\varphi\cos h} \qquad (\text{Ⅷ}.28)$$

上式中 h 为减去折光影响后的高度角。有些观测者認为下列公式更适合于对数計算：

$$\tan^2\tfrac{1}{2}a=\frac{\sin(s-\phi)\sin(s-z)}{\sin s\sin(s-P)}$$

其中 $s=\frac{1}{2}(\phi+z+P)$。

这是个人喜爱的問題，我們認为（Ⅷ.28）式也可以用于对数計算。

設通过恒星的垂直面与通过地面綫的垂直面間所夾的水平角为 ψ；則該綫的方位角 A 为：

$$A=a+\psi$$

观测的程序如下：

(1)謹愼地將仪器整平。

(2)將望远鏡对准方位标，幷讀取水平度盤讀数。

(3)將望远鏡对准恒星，用豎絲平分星影，幷用水平微动螺旋徐徐移动仪器，使豎絲保持平分星影，直至星影过水平横絲时为止。檢查豎盤水准器，先讀豎盤，后讀水平度盤。

(4)重复步驟 3 。

(5)重复步驟 2 。

重复这样的一組观测，直到完成了 n 組为止，n 視所需的最后成果的精度而定。第一个 $\frac{1}{4}n$ 組用盤左进行观测，第二、三个的 $\frac{1}{4}n$ 組用盤右，而最后的第四个 $\frac{1}{4}n$ 組則又用盤左观测。如果仅观测兩組，則在观测程序的中間須倒轉望远鏡。

8.4.2 系統誤差

主要的系統誤差来源为：

(a)假設緯度的誤差 $d\varphi$。

(b)折光的誤差。如果存在着这种誤差，它將引起經折光改正后的高度角的系統誤差，按§ 4.2 則有：

$$dh=-dr=-f(h,p,t) \qquad (\text{Ⅷ}.29)$$

由假設緯度的誤差 $d\varphi$ 以及高度角誤差 dh 而引起的方位角誤差 da，可以下式表示之，該式是將（Ⅷ.28）式中的 φ 与 h 作为变数而进行微分，然后用（Ⅷ.29）式代 dh：

$$da = \operatorname{cosec} a(\tan h - \cos a \tan \varphi)d\varphi - \operatorname{cosec} a(\tan \varphi - \cos a \tan h)f(h,p,t) \qquad (\text{VIII}.30)$$

上式表示：

（1）如果 $\tan h = \cos a \tan \varphi$，亦即当时角为 90° 或 270° 时，則微小的誤差 $d\varphi$ 的影响为零。

（2）如果 $\tan \varphi = \cos a \tan h$，亦即当星位角为 90° 或 270° 时，再換一句話說，即当星体在其大距时被观測，則微小的高度角誤差無影响。

由于只有在假想的情形下，在赤道上观測一顆在地平上的星的时候，它的时角和星位角才会同时等于90°，因此很明显，这兩种誤差的影响不能同时消除。

然而，我們可以观測兩顆选定的星体，以使每个誤差的影响互相抵消，这种情况只有当：

$$\operatorname{cosec} a_1(\tan h_1 - \cos a_1 \tan \varphi) + \operatorname{cosec} a_2(\tan h_2 - \cos a_2 \tan \varphi) = 0$$

及：

$$\operatorname{cosec} a_1(\tan \varphi - \cos a_1 \tan h_1)f(h_1, p_1, t_1) +$$
$$+ \operatorname{cosec} a_2(\tan \varphi - \cos a_2 \tan h_2)f(h_2, p_2, t_2) = 0$$

时才有可能。

上兩式中，下指数 1 及 2 是各指第一与第二顆星。

設 $p_1 = p_2$ 及 $t_1 = t_2$，并顧及到 $f(h,p,t)$ 的形式一般是未知的，我們可以从这些公式推得：

$$h_1 = h_2 \text{ 及 } a_1 = = 360° - a_2$$

这也就是說，我們必須相繼地观測兩顆对于观測者的子午圈成对称的星体。

8.4.3 偶然誤差。星的选擇。精度估算

偶然誤差的来源有下列几种（参考第七章）：

m_1 = 瞄准星体水平方向的中誤差，也就是量測的水平角 ψ 的中誤差的一部分，它对于方位角的影响为 $m_1 \sec h$（参考 § 8.2.3）。

$m_2 = \psi$ 的中誤差的剩余部分；其影响为 m_2。

m_3 = 置平經緯仪或讀跨水准器的中誤差；其影响为 $m_3 \tan h$（参考 8.2.3）。

m_4 = 量測高度角的中誤差。应用誤差傳播定律于（VIII.28）式，就得到它对于方位角的影响：

$$m_4 \operatorname{cosec} a(\tan \varphi - \cos a \tan h)$$

m_5 = 瞄准星体垂直方向的中誤差，它对于方位角的影响与 m_4 相似：

$$m_5 \operatorname{cosec} a(\tan \varphi - \cos a \tan h)$$

m_6 = 在星影到达十字絲交点的瞬时，停止望远鏡在水平方向上轉动的中誤差。基本上它与記时誤差一样，它对于方位角的影响与 § 8.2.3 所述 m_T 的影响一样：

$$m_6 \cos \varphi(\tan \varphi - \cos a \tan h) \qquad (\text{VIII}.31)$$

m_6 为一种記时誤差，与按电鑰的誤差相同：假設这些誤差都是一样，則按 71 頁遂有：

$$m_6 = 0.07^s = 1''.0$$

折光的中誤差（§ 4.2）远較其他誤差来源为小，故可略而不顧。

將这些影响的平方相加起来，使得由每一顆星的單一观測所得的方位角中誤差的平方。除以权 8，遂得由兩顆星（与子午圈相对称）的兩組观測所測定的方位角中誤差的平方，

根据 8.4.1 所建議的程序，每組包含两个單独的观测：

$$\underline{m_A^2 = \tfrac{1}{8}F + \tfrac{1}{8}(m_1^2 + m_2^2)} \tag{Ⅷ.32}$$

式中：

$$F = b^2 \tan^2 h + (c^2 \operatorname{cosec}^2 a + d^2)(\tan \varphi - \cos a \tan h)^2$$

而：

$$b^2 = m_1^2 + m_3^2; \quad c^2 = m_4^2 + m_5^2; \quad d^2 = m_6^2 \cos^2 \varphi \tag{Ⅷ.33}$$

为要使 F（同时也就是 m_A^2）达于極限值，就必須使第一次导数 F'_a 及 F'_h 同时为零：

$$F'_a = 2(\tan \varphi - \cos a \tan h)\{c^2(\tan h - \tan \varphi \cos a)\operatorname{cosec}^3 a + d^2 \sin a \tan h\} = 0$$

$$F'_h = 2 \sec^2 h\{b^2 \tan h - (c^2 \operatorname{cosec}^2 a + d^2)(\tan \varphi - \cos a \tan h)\cos a\} = 0$$

解上两式得：

$$\sin^2 a = \frac{c(b-c)}{d^2}, \quad \tan^2 h = \frac{(c^2 + d^2 + bc)d^2}{(b^2 - 2bc + c^2 + d^2)^2} \tan^2 \varphi$$

于是：

$$F(\text{極限值}) = \frac{b^2 d^2}{b^2 - 2bc + c^2 + d^2} \tan^2 \varphi$$

引入(Ⅷ.33)式及 85 与 100 頁上所載的中誤差的数値，并限 $h \geqslant 15°$，則可看出这个極限值（極小）仅对于 B 型經緯仪才存在，并适于 $18.9° < |\varphi| < 55°.3$ 遂有：

$$\underline{F(\text{極小}) = \frac{4.05 \sin^2 \varphi}{0.03 + \cos^2 \varphi} \approx 4 \tan^2 \varphi} \tag{Ⅷ.34}$$

現在，我們要研究对于各种不同的緯度 φ 或者应用 A 型的經緯仪，何时 F 为最小值？今有两种情形必須加以区别：

情况 I

F 之値經化簡后可写为：

$$F = b^2 \tan^2 h + c^2 \sec^2 h \cot^2 q + d^2 \sin^2 a \sec^2 h \cot^2 q \tag{Ⅷ.35}$$

从上式可以看出，当 $q = 90°$ 或 $q = 270°$ 时 $\cot q = 0$，F 之値方可能最小，亦即恒星必須在其大距时进行观测。

遂得：

$$F = b^2 \tan^2 h \equiv (m_1^2 + m_3^2)\tan^2 h$$

但是，此处有两个限制：

$h \geqslant |\varphi|$（参考 § 2.9 在大距时的星体）。

$h \geqslant 15°$（顧及在低高度角时，可能有折光異常以及低層空气的不良透明度）。

于是得 F 的極小值为：

当 $\varphi \geqslant 15°$：

$$\frac{F = (m_1^2 + m_3^2)\tan^2 \varphi}{(h \approx |\varphi|\text{；北極星或 } \sigma \text{ 南極星座})} \tag{Ⅷ.36}$$

当 $\varphi \leqslant 15°$：

$$\frac{F = (m_1^2 + m_3^2)\tan^2 15°}{(h = 15°)} \tag{Ⅷ.37}$$

情况Ⅱ

如果有人为了某些緣故（以后在本章將要再提）願意在高度：

$$h<|\varphi| \qquad (|\varphi|>15^\circ)$$

观測星体，那就不易研究 $m_{\overline{A}}$ 是否能为極小，并且何时达于極小。为了簡化手續，当討論最小値时，我們对于（Ⅷ.35）的最后一項，將不加以考虑，但在最后的方程式中，我們当然不把它略去。不难証明，这种处理对于我們的結論不会有大的影响。于是当 $\cos q$ 为極小时，$m_{\overline{A}}$便达極小之值。从正弦定律：

$$\sin q \cos h=\sin t \cos \varphi$$

可知当 $t=90^\circ$ 或 270°，h 假定不变，则 $\sin q$ 为極大，因此 $\cot q$ 为極小。

于是上式变为：

$$\sin q \cos h=\pm \cos \varphi$$

此外倘有（設 $t=90^\circ$ 或 270°）：

$$\cos a \tan \varphi=\tan h$$

將这些 q 与 a 之值代入（Ⅷ.35）中，并經化簡后，则得：

$$F=b^2 \tan^2 h+c^2(\tan^2 \varphi-\tan^2 h)+d^2 \cot^2 \varphi(\tan^2 \varphi-\tan^2 h)^2$$

根据这个公式（暂不考虑前面曾討論过的情形：B 型經緯仪及 $18^\circ.9<|\varphi|<55^\circ.3$）当 h 为最小时，F 也为最小，即 $h=15^\circ$：

$$F=b^2 \tan^2 15^\circ+c^2(\tan^2 \varphi-\tan^2 15^\circ)+d^2 \cot^2 \varphi(\tan^2 \varphi-\tan^2 15^\circ)^2$$

或

$$\underline{F=(m_1^2+m_3^2)\tan^2 15^\circ+(m_4^2+m_5^2)(\tan^2\varphi-\tan^2 15^\circ)+m_6^2\cos^2\varphi\cot^2\varphi(\tan^2\varphi-\tan^2 15^\circ)^2} \quad (\text{Ⅷ}.38)$$

如果我們用上面 F 之值，并按（Ⅷ.32）式計算中誤差 $m_{\overline{A}}$，则得：

$\lvert\varphi\rvert$	A 型			B 型			
	(Ⅷ.37)	(Ⅷ.36)	(Ⅷ.38)	(Ⅷ.34)	(Ⅷ.37)	(Ⅷ.36)	(Ⅷ.38)
0	1″.3				0″.7		
5	1.3				0.7		
10	1.3				0.7		
15	1.3	1″.3	1″.3		0.7	0″.7	0″.7
20		1.3	1.3	0″.7		0.7	0.7
30		1.4	1.4	0.8		0.8	0.8
40		1.3	1.6	0.9		0.9	0.9
50		1.8	1.8	1.1		1.1	1.1
60		2.2	2.3			1.4	1.4

第 8 行为按（Ⅷ.38）式計算得的中誤差，即应用恒星当其时角各为 $t=90^\circ$ 或 270° 时的方位角的中誤差。这些中誤差，显然同第 5 行所示的均为同等級大小的極小值。

此外，第 3、4 行間或第 7、8 行間的中誤差，实际上几乎沒有差别，因此，我們可以这样总結：

(1)在緯度 $|\varphi|<15^\circ$ 的測站上，应当在大距附近并以 15° 的高度角观測恒星。

本書末附有实际算例（$Nr.4$）。

(2)在緯度 $|\varphi|>15^\circ$ 的測站上，应在大距附近观測北極星或 σ 南極星座，或观測时角

約为 90° 或 270°，高度角为 15° 的星体 。

比較上表与 94 頁上的表，我們得出这样的結論，恒星时角法与恒星高度法测定方位角，所得的精度相差不大，因此，第二法直到現在还是値得注意的，因为它不像第一法需要天文鐘和無綫电收訊机。

8.4.4 精度計算

观測結果的精度可按 § 8.2.5 中的公式进行計算。

§ 8.5 太陽高度法測定方位角

8.5.1 观测与計算

用太陽高度法測定方位角的观測方法，非常相似于恒星观測（§ 8.4.1)。望远鏡在垂直方向同时又在水平方向对准太陽的特殊問題及其解答已詳見于 § 4.5。

太陽方位角 a 用下列公式計算之：

$$\cos a=\frac{\sin\delta-\sin\varphi\sin h}{\cos\varphi\cos h} \tag{Ⅷ.39}$$

（式中 h 为已加折光改正后的太陽中心高度）。对于对数計算，有些人認为下列的公式較为适宜：

$$\tan^2\frac{1}{2}a=\frac{\sin(s-\phi)\sin(s-z)}{\sin s\sin(s-p)} \tag{Ⅷ.40}$$

式中：

$$s=\frac{1}{2}(\phi+z+p).$$

最后，所求的地面綫的方位角 A 为：

$$A=a+\psi$$

ψ 为通过太陽中心的垂直面与通过地面綫的垂直面之間所夾的水平角。

观測的次序与 § 8.4.1 中所建議的程序一样，讀者必須参考。

上式中的高度角 h 与水平角 ψ，均假設是根据太陽中心的；因此，必須加以垂直方向与水平方向的偏心瞄准的改正(§ 4.5)。

在（Ⅷ.39)）式中或（Ⅷ.40）式中的太陽的赤緯，显然必須相应于观測的瞬时。由于太陽赤緯的变化很快(每分鐘約变化 1″)，因此观測的时間(G.M.T.)必須准确到一分鐘。

設某測站的已知經度 λ 达到这样的精确度，則观測的瞬时可以借助于 § 8.3.1 所討論过的列綫圖 5 (172 頁)很容易加以計算。

例：

$$\varphi=-15^\circ.3 \qquad |\varphi+\delta|=8^\circ.4$$

$$\delta=+6^\circ.9 \qquad |\varphi-\delta|=22^\circ.2$$

$$h=20^\circ.6$$

从列綫圖得： $\text{L.A.T.}=7^h35^m$

遂得： $\text{G.A.T.}=\text{L.A.T.}+\lambda$

$$\text{G.M.T.}=\text{G.A.T.}-e$$

如果測站的經度尚不知道，則必須在第一次与最末次观測时讀取錶面时 T（只要精确

到一分鐘），对于首末間的各个观测則进行內插，然后根据無綫电时号測定錶差 ΔT。

此处我們再一次警告，絕不能用經緯仪的照准器来对准太陽；妥当的观測方法已叙述于 § 8.3.1 中。

8.5.2 系統誤差

假設緯度的誤差 $d\varphi$ 与高度角系統誤差二者的影响相同于（Ⅷ.30）式，可用下式表示之：

$$da = \operatorname{cosec} a_1(\tan h_1 - \cos a_1 \tan \varphi) d\varphi - \operatorname{cosec} a_1(\tan \varphi - \cos a_1 \tan h_1) f(h_1, p, t)$$

如果太陽是在$(a_2\ h_2)$的位置进行观測，上式的两項都要改变名号：

$$a_2 = -a_1 \text{ 及 } h_2 = h_1$$

因此，如果連續的在两个位置观測太陽，然后取其成果的平均数，便可消除这些誤差的影响。这两次的太陽观測，一次在早晨，一次在同日的下午（如果遇到有云的天气，也可以相隔几天），与眞中午(L.A.T.＝12^h)相对称。

上述的理由只有在上式中系統折光誤差 $f(h,p,t)$ 对于上、下午两次观測均相等时才正确。由于早晚观測之間，空气的情况可能有相当的变化，因此上述的理由也就有了問題。用太陽高度法測定方位角也就因此受了相当的系統誤差影响。除非所需要的精度不高，我們一般还是宁可用太陽时角法或恒星高度法或恒星时角法来測定方位角。

8.5.3 偶然誤差

偶然中誤差是用相似于（Ⅷ.32）的公式表示的；

$$m_A^2 = \frac{1}{8}(m_1^2 + m_3^2)\tan^2 h + \frac{1}{8}(m_1^2 + m_2^2) + \\ + \frac{1}{8}\{(m_4^2 + m_5^2)\operatorname{cosec}^2 a + m_6^2 \cos^2 \varphi\}(\tan \varphi - \cos a \tan h)^2 \qquad (\text{Ⅷ}.41)$$

在以前討論用太陽时角法測定方位角的时候，我們已經遇到系数 $\cos\varphi(\tan\varphi - \cos a \tan h)$。在那里我們曾經从圖 52 来表示出，如果不顧及可能的不明显的極小值，則上述的系数將随着高度角而縮小。

我們可以同样地研究上列公式中的系数值：

$$\operatorname{cosec} a(\tan \varphi - \cos a \tan h) = \sec h \cot q$$

圖 53 也根据某些 φ 与 δ 的組合給出了这个系数的数值。此处我們也可以理解到这个系数除掉了某些不显著的極小值外，它是与高度角成正比地变小。如果顧及上述的两个結論，以及公式(1)的第一項与 $\tan^2 h$ 成正比，我們还可得出一种結論，那就是必須尽可能的在低高度时观測太陽；因此我們建議在早晨或傍晚，当太陽的高度約 15° 时进行观測。

本書末附有实际算例($Nr.5$)

§ 8.6. 方 位 角 表

8.6.1 北極星的方位角

在 § 8.2.3 及 § 8.2.4 中曾已証明过，在某些情况下，如果用时角法測定方位角时，宁可用北極星而不願用其他的恒星。

由于北極星非常靠近北極，其方位角变化很慢，而且最大絕不超过 ± 1°$\sec\varphi$，因此可以算制一个簡要的北極星方位角表。

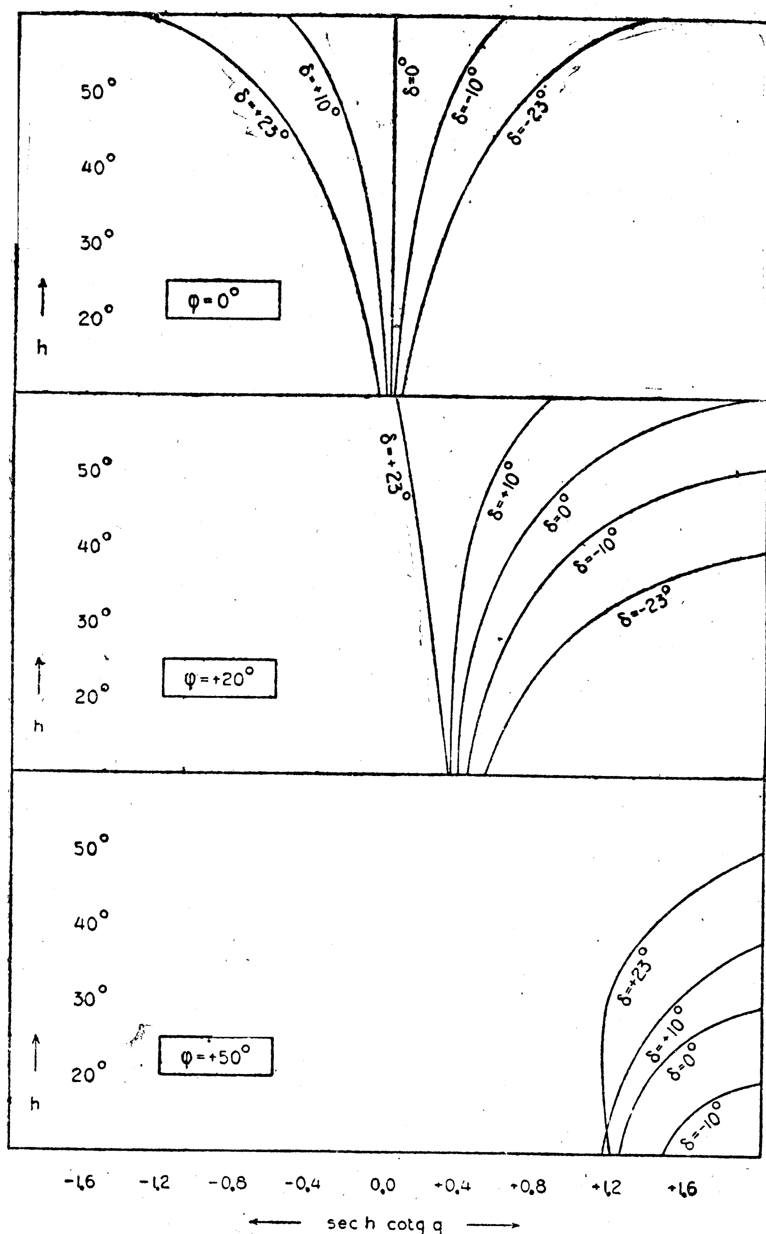


圖 53. 太陽高度法測定方位角。高度角誤差的影响

例如英国航海历書、美国天文年历及法国天文年历都有这样的表，其中每隔 10^m 的所有时角对于緯度10—60°（法国天文年历）或10—70°（英美的天文历書）載出北極星的方位角。这些方位角是按类似于（Ⅷ.4）的公式并假設北極星的赤緯为某一固定值时計算的，其值达0′.1。对于其他赤緯的方位角所应加的改正数，載于一个小的附加表中。

在美国天文年历的另外一表（Ⅴ）中，載有北極星在大距时的方位角，其赤緯的間隔为 10″，适用于緯度 10—70°（間隔为 10′ 或 20′）。这些方位角計算到 0″.1。另外一个附加表（Ⅴa），載有在接近大距时刻（从 -25^m 到 $+25^m$ 范圍，其間隔为 1^m），进行的观測归算到大距时所需要的改正数。

北極星在大距时的方位角表，远較上述諸表为精确；它甚至可以应用于最精密的大地測量工作上。然而，此表假設北極星是在某一个固定的地方恒星时进行观测的（在大距或其附近），而这个时刻未必是适合于观測的时刻。

观测者必須預先計算出在大距时的地方平時，以便知道何时开始观测。我們可以利用美国天文年历中的另一表(Ⅶ)，該表包含：

(1)北極星在格林威治上中天的 G. M. T.。

(2)將 G. M. T. 归化到某一測站子午圈上中天的 L. M. T. 所应加的每一小时的改正数。

(3)东大距或西大距与上中天之間的时段。

8.6.2 太陽及恒星的方位角

华盛頓海道測量局出版的"适用于緯度从赤道到 70° 的太陽及其他赤緯 0° 到 23° 的天体的方位角"表（1934年，第15版）中。載有从日出到日沒这一时段中 L.A.T. 每隔 10^m 的太陽方位角，赤緯与緯度的間隔为 1°。若將該表 L.A.T. 代以时角 $+12^h$，則該表亦可作为寻找其他星体的方位角。

海道測量局还出版了一本类似的星表，叫做"天体的方位角，其赤緯从 24° 到 70°，适用于緯度 0—70°"(1940 年第七版)。这兩本表共包括了赤緯 0—70°。

这些表仅适用于粗略的工作，其精确度仅限于 1′。

第九章 緯度的測定

§ 9.1 概 述

今若研究圖 54 中的定位三角形，則知所求的量便为緯度或余緯度，即 $Z—NP$ 边。假設观測的星体为已知❶，則 $NP—S$ 边为唯一的已知元素。因此还須用观測方法来求其他兩个元素，以完全确定定位三角形，然后所求的一边方可算出。

所需观測的兩个元素为：

（1）星的高度及

（2）星的相应的时角。

按球面三角公式有：

$$\sin h = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos t \quad (\text{Ⅸ}.1)$$

微分上式并加簡化后得：

$$d\varphi = dh \sec a - dt \cos \varphi \tan a$$

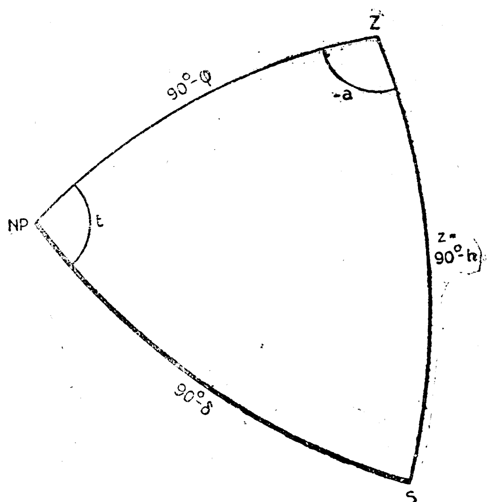


圖 54. 緯度的測定。定位三角形

因此，若在子午圈上即中天时刻($a=0°$或180°)观測星体，則微小的时角誤差 dt 將無影响，而微小的高度角誤差dh的影响也將为極小。根据这个原理便有一种方法叫做中天高度測定緯度法(§ 9.2)：將經緯仪調整在子午圈上（也就是說当望远鏡的仰角改变时，其視綫仅在子午面內移动），量測一星当其过望远鏡豎絲时的高度，或者最好繼續的观測多星过子午圈时的高度。在观測开始时經緯仪一經安置好方位，則其方向即須保持不变。

我們可以理解到，假如不是在星体恰好过子午圈的瞬时观測的而是当星体非常接近中天的时候观測的，那末上述的各种誤差的影响也不会有很大的增加。因此又有一种方法叫做近子午圈高度測定緯度法(§ 9.3 及 § 9.4)。在此法中，观測每顆星在子午圈兩旁附近的一系列高度角及其相应的时角。

为了要求得这些时角，我們必須知道对于地方恒星时的錶差。如果不知道这个錶差，那末可以把它当做一个未知数的問題来解(§ 9.5)

§ 9.2 恒星中天高度法測定緯度

9.2.1 基本公式

恒星的中天高度、緯度与赤緯三者之間的关系非常簡單；因此是中天高度測定緯度法中的主要优点之一。

---

❶譯者註：此处所謂已知者即能确定此星并能从星表中查得其坐标。

設有一星 S_1（南星）在天頂 Z 与南方地平面之間經过子午圈，則从圖 55 得：

$$\varphi=z_1+\delta_1 \quad 因此\ \varphi=-h_1+\delta_1+90° \qquad (Ⅸ.2)$$

設一星 S_2 在 Z 与 NP 之間过子午圈（北星在上中天）則有：

$$\Phi=z_2+p_2 \quad 因此\ \varphi=h+\delta_2-90° \qquad (Ⅸ.3)$$

設一星 S_3 在北極下过子午圈（北星在下中天）則有：

$$\varphi=h_3+p_3 \quad 因此\ \varphi=h_3-\delta_3+90° \qquad (Ⅸ.4)$$

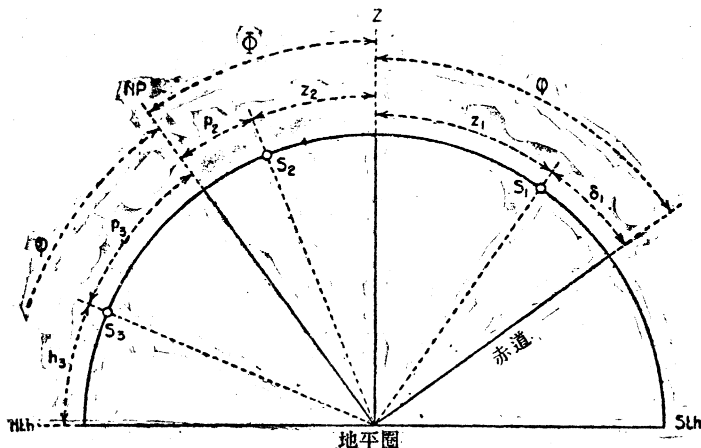


圖 55. 中天高度法測定緯度

上述諸公式适用于在北半球上的測站。若將上式中的 φ 及 δ 变其符号，并以南代北，則可导出适用于在南半球上測站的公式：

北星：

$$\varphi=h_1+\delta_1-90° \qquad (Ⅸ.5)$$

在上中天的南星：

$$\varphi=-h_2+\delta_2+90° \qquad (Ⅸ.6)$$

在下中天的南星：

$$\varphi=-h_3=\delta_3-90° \qquad (Ⅸ.7)$$

9.2.2 系統誤差

主要的系統誤差来源为：

（1）豎盤上可能有指标誤差。

（2）系統折光誤差。

（3）經緯仪安置在子午圈上的誤差。

今順序討論这些誤差。

（1）由于在观測程序时間內，某一顆星仅經过子午圈一次，因此在子午圈上仅能作一次观測，于是便不可能应用平常的方法做正倒鏡兩次的观測以消除指标誤差。然而因为星体將要过子午圈时，其高度在短时間內几乎保持不变，于是便有可能在星体过子午圈之前数秒鐘观測一次，然后即速將望远鏡倒轉，在恒星过中天之后作另一次的观測。

今有一法既簡單又較精确：設自所观測的南星与北星的中天高度（严格而言）計算出緯度平均值 $\bar{\varphi}$，根据前节所述的公式則有：

$$\bar{\varphi}=\mp\frac{1}{2}(h_1-h_2)+\frac{1}{2}(\delta_1+\delta_2) \qquad (Ⅸ.8)$$

或

$$\bar{\varphi}=\mp\frac{1}{2}(h_1-h_3)+\frac{1}{2}(\delta_1-\delta_3)\pm 90°$$

（北半球的測站采用上面的符号，而南半球的測站則取下面的符号）。

平均緯度显然是所观測的高度之差的函数。因此若观測南北兩星的高度虽用同一个望远鏡位置，而其可能發生的指标誤差仍不影响平均緯度值。于是在观測一顆星之后，將望远鏡水平也旋轉180°，再瞄准第二顆星。这种旋轉必須应用水平度盤的讀数来調节，以便安置望远鏡于新的子午圈上。如果（像平常的情况）观測的程序不仅包括一对星，我們也

可以采用同样的方法在同一个望远鏡位置观测所有的星。另外一个方法是只要在全部观測程序的中間倒轉望远鏡，也就是說在观測了半数的星对之后改变望远鏡的位置。这意味着从一对星所求得的每个緯度虽受指标差的影响，而在两个的半程序中的符号則相反。因此，最后总的平均緯度就沒有指标誤差了。

（2）根据§4.2，可能發生的系統折光誤差的影响为：

$$dh=-dr=-f(h,p,t).$$

从公式（Ⅸ.8）可以看出系統誤差对于由一对星所求得的平均緯度的影响將为：

$$d\overline{\varphi}=\pm\tfrac{1}{2}\{f(h_1,p_1,t_1)-f(h_2,p_2,t_2)\}$$

上式在下列的两种情形下为零：

(a)設$p_1=p_2$及$t_1=t_2$，即假設在兩个观測时刻的大气情况相同。因此在两个观測之間的时段越短，則获得相同情况的机会便越大。

(b)$h_1=h_2$。

所有我們必須这样选擇星对，使其在短时間內（尽可能<15分鐘）并以同高度經过子午圈。

（3）將經緯仪安置在子午圈上的誤差。这个誤差来源值得我們深入地研究，以便解決在子午圈上安置仪器所需要的精度的实际問題。

先假設本問題內的安置仪器的誤差仅限于方位誤差，而不管所采用的安置方法。則从余弦定律公式有：

$$\sin\delta=\sin\varphi\sin(h+dh)+\cos\varphi\cos(h+dh)\cos(a+da)$$

式中dh及da各为高度角及方位角的誤差，今將$\sin(h+dh)$，$\cos(h+dh)$及$\cos(a+da)$按級数展开，便得：

$$0=(\sin\varphi\cos h-\cos\varphi\sin h\cos a)dh-\cos\varphi\cos h(d a\sin a+\tfrac{1}{2}da^2\cos a)$$

对于北方的星（$a=0°$）上式經改化后变为：

$$da^2=2\rho(\tan\varphi-\tan h)dh.$$

假設根据所需要的精度，决定高度角的最大容許誤差（正或負）为dh，則安置仪器的最大允許誤差便为da。

上式表示当h趋近于φ时，da漸漸变小；換一句話說，假設$\varphi>0$，則对于愈接近北極經过子午圈的星体，愈需要精确的安置仪器。

設：

(a)極距在10°內的星体不得进行观測（这幷不是一个严重的限制，因为在这个区域內只有很少数的星体）。

(b)高度角低于15°（顧及可能的折光異常）的星体不得加以观測，則最小的da將为：

$$da_1^2=+2\rho\{\tan\varphi-\tan(\varphi-10°)\}|dh| \qquad \varphi\geqslant25°\text{（星在北極之下）}$$

或 $$da_2^2=-2\rho\{\tan\varphi-\tan(\varphi+10°)\}|dh| \qquad \varphi\geqslant5°$$

或 $$da_3^2=-2\rho\{\tan\varphi-\tan15°\}|dh| \qquad \varphi<5°$$

（后两式：星在北極之上）

对于南方的星（$a=180°$）則有：

$$da^2=-2\rho(\tan\varphi+\tan h)dh$$

显然，星体的中天高度越是低（再設$\varphi>0$），則安置在子午圈上所需的精度越高。最

小的 da 將为：

$$da_4^2 = +2\rho(\tan\varphi + \tan 15^\circ)\ |dh|.$$

不难看出，$da_1^2 < da_2^2 < da_4^2\ (\varphi \leqslant 70^\circ)$ 及 $da_3^2 \leqslant da_4^2$，因此安置仪器的最大允許誤差为：

da_1，当 $\varphi \geqslant 25^\circ$ 时；

da_2，当 $5^\circ \leqslant \varphi \leqslant 25^\circ$ 时；

da_3，当 $\varphi < 5^\circ$ 时。

下表为对于某些緯度，并令 $\pm dh = 0''.1$；$0''.5$；$1''.0$ 計算，da_1，da_2 及 da_3 的成果。

表 6

φ	安置仪器的最大允許誤差								
	$\pm dh=0''.1$			$\pm dh=0''.5$			$\pm dh=1''.0$		
0°			105″			235″			332″
5		86″	(86)		193″	(193)		273″	(273)
10		88			197			278	
20		94			210			296	
25	90″	(98)		202″	(220)		285	(311)	
30	94			210			296		
40	104			232			329		
50	121			270			382		
60	149			334			472		

不难証明，上表同样可以适用于在南半球上的测站。

9.2.3 选星

在上节所述的誤差理論中可得一結論：星对应如此选擇，使其各在天頂的南北經过子午圈时：

（1）应在很短的时段內。

（2）应在大致相同的高度上。

今假設 $\varphi > 0$，然后將上述的这些条件化为选星的实用指南。

恒星中天的时角是 0^h 或 12^h，因此按公式（Ⅲ.2），中天时刻为：

$L.A.S.T._1 = \alpha_1$　　（南星）

$L.A.S.T._2 = \alpha_2$　　（上中天的北星）

$L.A.S.T._3 = \alpha_3 + 12^h$　　（下中天的北星）

于是对于前一条件可以写为：

$$\left.\begin{array}{c} \alpha_1 \approx \alpha_2 \\ \text{或} \\ \alpha_1 \approx \alpha_3 + 12^h \end{array}\right\} \qquad (\text{IX}.9)$$

从 §9.2.1 中所給出的基本公式可导得：

$h_1 = -\varphi + \delta_1 + 90^\circ$　　（南星）

$h_2 = \varphi - \delta_2 + 90^\circ$　　（上中天的北星）

$h_3 = \varphi + \delta_3 - 90^\circ$　　（下中天的北星）

对于后一条件可以写成下式：

$$\left.\begin{array}{l}\delta_1 \approx 2\varphi - \delta_2 \\ \text{或} \\ \delta_1 \approx 2\varphi - 180^\circ + \delta_3\end{array}\right\} \quad (\text{IX}.10)$$

对于在南半球上的测站則有：

$$\left.\begin{array}{l}\delta_1 \approx 2\varphi - \delta_2 \\ \text{或} \\ \delta_1 \approx 2\varphi + 180^\circ + \delta_3\end{array}\right\} \quad (\text{IX}.11)$$

方程式（IX.9）与（IX.10）或（IX.11）表示指导选星的簡易形式；进一步的說明將述于后。

設观测者預定开始观測的近似时間为 $G.M.T._0$。按时的换算可求得相应的$G.M.S.T._0$。

此外：$L.M.S.T._0 = G.M.S.T._0 - \lambda$

然后从天文年历上这样选星：

$\alpha_1 \approx L.M.S.T._0$及$\pm\varphi < \pm\delta < 80^\circ$

或 $\alpha_1 \approx L.M.S.T._0 + 12^h$及$(90^\circ \mp \varphi) + 15^\circ < \pm\delta < 80^\circ$

上面的符号用于在北半球的测站；下面的符号用于南半球的测站。

讀者可以証明，此星可以大約在观測者要开始的时候，經过北子午圈($\varphi > 0$)或南子午圈($\varphi < 0$)。

然后根据公式（IX.9及10或11）选擇相应的星。符号≈表示問題中的量須大致相等。至于滿足的程度則須視星体在天空分佈的情况与实际的数目而定。实际上，我們如果能与（IX.9）式中相差15^m幷与（IX.10或11）相差5°或甚至还要差多些，也認为可以滿意。

必須記得，当选擇星体的时候，在兩顆順序观測的星体过子午圈时刻的間隔必須足够（例如$\geqslant 2.5^m$），以便观測者观測时不致太急促。

由于在拱極圈区域內中天的星較少，所以总是按上述的順序选擇星对：以一顆北星为主星（如$\varphi < 0$时則为南星），然后一顆适当的“配星”。

还可允許选擇不同对的星而按順序进行观測。

选擇的結果，不仅是一个列有观測的星名与星数的表，而且还須載有每顆星的錶面时，中天高度以及近似的竪盤讀数。这些数据在观測时是不可缺少的。

9.2.4 將望远鏡安置在子午圈上

將望远鏡安置在子午圈上的方法很多，此处仅略述几种。

(a)控制星法

选擇一顆亮的南星($m \leqslant 2$)（或北星如$\varphi < 0$）（如前节所述），使其中天的高度低，而中天时刻又为观測者所希望开始观測的时刻。

这顆控制星过中天的准确錶面时 T_m 可計算如下：

	恒星鐘錶面时：	平太陽鐘錶面时：
$L.A.S.T. = \alpha$		
$G.A.S.T. = L.A.S.T. + \lambda$	$T_m = G.M.S.T. - \Delta T$	$G.M.S.T. \to G.M.T.$
$G.M.S.T. = G.A.S.T. - n$	(ΔT为对于G.M.S.T.的錶差)	（时的換算）
		$T_m = G.M.T. - \Delta T$
		(ΔT＝对于G.M.T.的錶差)

在时計所指示的这个計算时刻前几分鐘，观测者將望远鏡对准控制星，并使星影保持在視場中。在到达中天时刻的前几秒鐘，观测者精确对准該星，并用水平微动螺旋使竪絲保持平分星影，直到所需要的准确錶面时听到記录者喊“好”时为止。然后讀取水平度盤讀数，或將其对正在 0° 上，这个方法于此完畢。

从上述公式可以看出，这种安置方法必須預知測站的經度。因此，便引起了一个問題，即經度的誤差 dt 可以允許多大，或者說最終的近似經度要知道得如何准确才够。

公式 (Ⅷ.5) 表示誤差 dt 与方位角誤差 da 之間的关系。对于南方的星（如 $\varphi<0$ 則为北星），則公式变为：

$$da=\cos\varphi\ (\tan\varphi+\tan h)\ dt$$

h之値愈小，則可以允許的經度誤差 dt 之値愈大。作为一个最不利的例子，我們假設沒有适当的控制星在中天时的高度低于30°。利用第 110 頁上所列的 da 之値算出下列 dt 之値：

表 7

φ	經度的最大允許誤差								
	$\pm dh=0''.1$			$\pm dh=0''.5$			$\pm dh=1''.0$		
0°			12^s			27^s			38^s
5		10^s	(10)		22^s	(22)		32^s	(32)
10		8			18			25	
20		7			16			22	
25	6^s	(7)		14^s	(15)		20^s	(22)	
30	6			14			20		
40	6			14			20		
50	7			16			22		
60	9			19			27		

(b)北極星法

在北半球上的測站有一方便之处，可以观測北極星以安置望远鏡于子午圈上，特別是当測站的經度仅知概値时。

其法如下：將望远鏡对准北極星，并讀取表面时及水平度盤讀数。应用測站的經度(§8.2.1)，可以从錶面时观測値計算北極星的时角；然后从时角，最好应用方位角表(§8.6.1) 以計算北極星的方位角。現在便可从此方位角算得子午圈的度盤讀数，然后水平地旋轉望远鏡，直至到达該子午圈度盤讀数。

时角計算値与測站的經度有关，因此便發生經度誤差可以允許多大的問題。从航海历書的方位角表中可以看出，每隔 10^m 北極星方位角的最大变化 da 如下：

$\varphi=$	10°	20°	25°	30°	40°	50°	60°
$da=$	2.7′	2.9′	3.0′	3.1′	3.6′	4.3′	5.6′

若將此値与第 110 頁上所載的安置仪器最大允許誤差値相比較，便可求得經度誤差最大允許値如下：

表 8 表示低标准的經度精度也將足够。因此，若測站的經度仅知概値，便可应用北極星法。

(c)控制星等高法

表 8

φ	經度的最大允許誤差					
	$dh=0''.1$		$dh=0''.5$		$dh=1''.0$	
10°		5.4^m		12.2^m		17.2^m
20		5.4		12.1		17.0
25	5.0^m	(5.4)	11.2^m	(12.2)	15.9^m	(17.3)
30	5.1		11.3		15.9	
40	4.8		10.7		15.2	
50	4.7		10.5		14.8	
60	4.4		9.9		14.1	

如果測站的經度不知道，則可按下法將望远鏡調整在子午圈上。其基本思想是一顆星当其所在的位置与子午圈相对称时，则此星必先后在此兩位置上到达同一高度。因此，該星在这兩个位置的方位角的平均值即为子午圈的方位角(即 0° 或 180°)。

实际程序如下：假設南北方向大略已知（例如可从罗盤讀得），可將望远鏡对准一个略偏东南数度且为任意适当高度（$h=15-30°$）的明亮的南星（若 $\varphi<0$ 則为北星）。讀取水平及竪盤讀数。

时时檢查星的高度。当星体已过子午圈并將再到达同一高度时，將望远鏡安置在相当于同一竪盤讀数的仰角位置，如必要可加折光变化的改正。这种望远鏡位置須一直保持到星影經过十字絲交点时为止，于此讀取水平度盤的讀数。

兩个水平度盤讀数的平均值即为子午圈的讀数。

为使增加精度并資校核起見，最好不要仅做兩个观测，而在中天之前迅速而順序地做三个观测（一顆星），中天之后再做相对的三个观測。

上述的方法显然就是測定方位角的方法。由于下列原因，故在第八章中愼重地將其略去。該章中所需要的精度相当高，便使得星体的观测在中天前后經历很長的时間，并推迟了結果的获得。而測定緯度时，望远鏡安置在子午圈上的精度要求較低（参考第 110 頁表 6）；因此在中天前后观测星体所需的时間不必太長。当星体大約在下列的南偏东方向时即可进行观测：

南偏东：	3°	4°	5°	6°
	$\varphi=0°—10°$	$10°—20°$	$20°—40°$	$40°—60°$

即使整个操作仅进行半小时，其所得結果的精度对于我們測緯度的目的已經足够。

如果每次对准星体均讀取錶面时，則上述方法不仅可給出子午圈的度盤讀数并且还可获得对于地方平恒星时的錶差 ΔT 的概值。恒星中天的錶面时刻便是平均观测錶面时。設此平均值为 T_m，則有：

$$\text{L.A.S.T.}=\alpha, \qquad \Delta T=\text{L.M.S.T.}-T_m\approx\text{L.A.S.T.}-T_m$$

应用这个錶差便可大約估計观测程序中下一顆星中天时刻的錶面时。

(d)应用一条地面綫的方位角

如果測站上某一綫的方位角为已知，則从此便可求得子午圈的方向。

9.2.5 观 測

仪器安置在子午圈上之后，观测程序就直捷簡快了。記录者給出預先計算的度盤讀

数，当星体將要过子午圈时提醒观测者注意，并于每一刻鐘讀記溫度与气压。观测者根据記录者所給出的豎盤讀数来安置望远鏡的仰角。正当星影接近視場的中央时，观测者調整望远鏡的仰角，以便横絲能保持平分星影，直至星影到达十字絲的交点时为止。讀取豎盤讀数，但不要忘記先使豎盤水准器气泡居中。

也許观测者由于云或其他事故而不能在适当的瞬刻平分星影。在此情况下观测者可以略迟一些平分星影(仪器仍保留在子午圈上)，但必須估計此时的星影离开豎絲的距离 d，例如可以視場的直徑的几分之几来表示，而視場的角值則为已知。然后从圖 56 可求出加于所量測的高度角上的改正值 Δh。

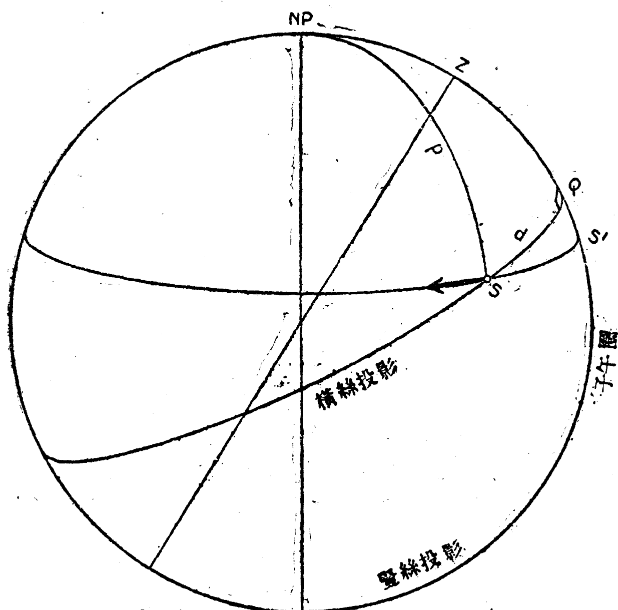


圖 56. 緯度测定。子午圈外的观测

設 S' 为一顆南星在中天时的眞正位置，而 S 則为观测瞬时的位置。設仪器的安置無誤差，則豎絲在天球上的投影將与子午圈相吻合。横絲的投影 SQ 为在观测瞬时通过 S 并垂直于子午圈的非水平的大圓。

因为所量測的高度是 Q 点的高度。此高度与恒星子午高度之差 Δh 为：

$$\Delta h = QS' = (NP\text{-}Q) - (NP\text{-}S') = (NP\text{-}Q) - p \quad (\text{IX}.12)$$

由于

$$SQ = d = \text{估計的距离}$$

$$NP\text{-}S = p = \text{星体的極距}$$

故从直角三角形 $NP\text{-}S\text{-}Q$ 中可得：

$$\cos p = \cos d \cos (NP\text{-}Q)$$

或代以(IX.12)式：

$$\cos p = \cos d \cos (p + \Delta h)$$

由于 d 及 Δh 均較小，故可写成：

$$\cos p = \left(1 - \frac{d^2}{2\rho^2}\right)\left(\cos p - \frac{\Delta h}{\rho}\sin p\right)$$

遂得：

$$\Delta h = -\frac{d^2}{2\rho}\cot p = -\frac{d^2}{2\rho}\tan \delta$$

不难証明，当星体在北極与天頂之間过子午圈以及对于在南半球上的测站，Δh 均须变号。

玆再綜合如下：

$$\Delta h = \pm \frac{d^2}{2\rho}\tan \delta$$

上式中的正負号可决定于下：

$$\varphi>0\begin{cases}\text{南星；下中天的北星：用“－”号}\\\text{在上中天的北星：　　用“＋”号}\end{cases}$$

$$\varphi<0\begin{cases}\text{北星；下中天的南星：用“＋”号}\\\text{上中天的南星：　　　用“－”号}\end{cases}$$

9.2.6 精度估算

消除折光影响之后，單一高度观测値中誤差的平方为：

$$m_h^2=m_4^2+m_5^2+m_7^2\cot^2 h \qquad (\text{Ⅸ}.13)$$

式中：$m_7\cot h$＝折光的中誤差。

m_4＝讀取高度角的中誤差，包含整平气泡或讀取气泡的中誤差以及讀竪盤的中誤差。

m_5＝垂直方向瞄准星体的中誤差。

应用誤差傳播定律于(Ⅸ.8)式，則得从一对星体所导出的緯度中誤差的平方：

$$m_{\varphi}^2=\frac{1}{4}m_{h1}^2+\frac{1}{4}m_{h2}^2=\frac{1}{2}m_h^2$$

因此从 n 对星体所导出的緯度中誤差的平方为：

$$m_{\overline{\varphi}}^2=\frac{1}{2n}m_h^2=\frac{1}{2n}(m_4^2+m_5^2+m_7^2\cot^2 h) \qquad (\text{Ⅸ}.14)$$

第七章載有 $m_4=1''.8;m_5=2''.5$（A 型仪器）及 $m_4=0''.4;m_5=1''.8$（B 型仪器）。設如§4.2，令 $m_7=0''.045$，平均高度为 60°，則緯度的中誤差可估計如下：

星对数目	＝	2	4	6	8	10	12
A 型 $m_{\overline{\varphi}}$	＝	1″.5	1″.0	0″.8	0″.7	0″.7	0″.6
B 型 $m_{\overline{\varphi}}$	＝	0″.9	0″.7	0″.5	0″.5	0″.4	0″.4

9.2.7 精度計算

設从观測的各不同星对所导出的緯度为 $\overline{\varphi}_i(i=1\to n)$，最后緯度为：

$$\overline{\varphi}=\frac{1}{n}[\overline{\varphi}_i]$$

其差为：
$$v_i=\overline{\varphi}_i-\overline{\varphi}$$

遂有：每一个緯度的中誤差的平方：$m^2=\frac{[v^2]}{n-1}$

最后緯度値的中誤差的平方：$m_{\overline{\varphi}}^2=\frac{m^2}{n}$

本書末載有实际算例(*Nr*.6)。

§9.3 近子午圈高度法測定緯度(一)(已知地方恒星时的錶差)

9.3.1 概　述

上数节所述的子午高度測定緯度法是一个很巧妙的方法，因为它的观測与計算都很簡單。但該法的缺点是每顆星仅能观測一次。为了要得到足够精确的成果，就必須选擇相当数量的适宜的星体。

如果每顆星不仅在其中天时刻观測一次，而在中天前后各观測数次，則此困难可以克

服；目前所述的方法叫做："近子午高度测定緯度法"。用此法則选星的数目可以減少到只要一对，但是另外不方便之处則为观測及計算均較复杂。

操作程序如下：

(1)当星体將近中天时量測高度角数次。

(2)每一个子午圈外的高度可以經过計算化到子午圈上的高度。

(3)取这些归算后的子午圈高度平均值。

(4)按 § 9.2.1 中所載的簡單基本公式，便可从这个子午圈高度平均值最后求得緯度。

为了要提供(2)款中計算所需的数据，观測者必須記下每次观測的錶面时。

9.3.2 計 算

回到一般公式(Ⅸ.1)，用 τ 代替符号 t，并令 $h=h_m-\Delta h$，其中 h 为星体的子午圈外的高度角，h_m 为星体的中天高度角，Δh 为化算到子午圈上的改正数。

遂有：

$$\sin(h_m-\Delta h)=\sin\varphi\sin\delta+\cos\varphi\cos\delta\cos\tau$$

在近子午高度的情况中，由于观測的星体非常接近子午圈，例如接近上中天，則 Δh 与 τ 均为微小之值。

將 $\sin(h_m-\Delta h)$ 展为級数，并用大家所熟悉的三角公式將 $\cos\tau$ 改变，遂得：

$$\sin h_m-\frac{\Delta h}{\rho}\cos h_m-\frac{\Delta h^2}{2\rho^2}\sin h_m=$$

$$=\sin\varphi\sin\delta+\cos\varphi\cos\delta-2\cos\varphi\cos\delta\sin^2\frac{1}{2}\tau$$

但

$$\sin h_m=\sin\varphi\sin\delta+\cos\varphi\cos\delta$$

經化簡后得：

$$\Delta h=A\cdot m-\frac{\Delta h^2}{2\rho}\tan h_m$$

式中：

$$A=\frac{\cos\varphi\cos\delta}{\cos h_m}\qquad m=2\rho\sin^2\frac{1}{2}\tau \tag{Ⅸ.15}$$

作为第一次漸近值可令：

$$\Delta h\approx Am$$

將此代入上式中的第二項則得：

$$\Delta h=A\cdot m-B\cdot n \tag{Ⅸ.16}$$

式中：

$$B=A^2\tan h_m\qquad n=2\rho\sin^4\frac{1}{2}\tau$$

按同法可以导出对于接近下中天的星体的公式：

$$\Delta h=-Am-Bn \tag{Ⅸ.17}$$

上数式中所出現的时角 τ 是在观測的瞬时讀取錶面时間接求得的。可以容易看出，若計时器为恒星鐘，且錶速为零，則錶面时观測值 T 与中天錶面时 T_m 之差便是时角。

如果錶速不为零，或所用的是一只平太陽鐘，則上式中的量 τ 仍然可以变为 T 与 T_m 之差，只要將 A 乘以表 5（第 84 頁）中所載的因子 Q。如此則錶面时观測值無需加以錶速改正或恒星时改正了。

m之値可以取自本書末所附的表9。Bn 之値也不难从列綫圖10中算出（第177頁）。

总結

总上所述有下列程序：

（1）应用§ 9.2.4中所述的任一方法可以計算恒星中天的錶面时 T_m。

（2）从每个观测錶面时 T_i与 T_j($i=1\to\frac{1}{2}n$ 及 $j=\frac{1}{2}n+1\to n$；i为倒轉望远鏡之前所做的观测；j为倒鏡之后的观测）减去 T_m。

（3）按公式(Ⅸ.16或17）計算中天高度改正値 Δh_i 及 Δh_j。

（4）將高度角观測値加以折光差改正，然后归算到子午圈上；

$$h_{m,i}=h_i+\Delta h_i \quad 及 \quad h_{m,j}=h_j+\Delta h_j \tag{Ⅸ.18}$$

取其平均值得；

$$h_{m,L}=\frac{1}{\frac{1}{2}n}\sum h_{m,i} \quad 及 \quad h_{m,R}=\frac{1}{\frac{1}{2}n}\sum h_{m,j} \tag{Ⅸ.19}$$

因此正倒鏡的总的平均值为：

$$\overline{h}_m=\frac{1}{2}(h_{m,L}+h_{m,R}) \tag{Ⅸ.20}$$

（5）应用§ 9.2.1中基本公式之一，以 $\overline{h}_m$ 代替 h_1，h_2 或 h_3 便可算得緯度。

一个实例（Nr.7）附于書末。

9.3.3 限 差

在导出公式(Ⅸ.16)时，所有包含 $\sin\frac{1}{2}\tau$ 的六次及更高次方項均略去不顧。这仅能在这样的情况下才可以允許，就是所略去的数量不应超过依所需精度而規定的某些限值。

如果规范限定所略去的数量不得大小0″.1，則 τ 須限到数分鐘，其值可从列綫圖11（第178頁）中立即讀出。此列綫圖适用于在北半球观测南星；如果观测的时段不太大，則相应的北星(按§ 9.2.3所选擇者)不必加以考虑，因为在計算中所略去的数量对于北星来說，其値較南星为小。若將 φ 及 δ 均变其符号，則列綫圖也可以应用于在南半球测站上所观测的北星。有兩种不同的应用方法，玆举例如下。

例一。

設測站的緯度 $\varphi=+38°$，

星体的赤緯 $\delta=+2°$

列綫圖查得 τ（極大）$=24.5^m$

在此情况下观测者能决定在中天前后多長的时段內可以观测某一星体。

例二。

設测站的緯度 $\varphi=+50°$

在中天前或后可以利用的观测时段 $\tau=15^m$

列綫圖查得 δ（極大）$=+34°.0$

应用列綫圖可以帮助选星。下表列載适用于緯度0°与60°之間的最大与最小的赤緯，最小赤緯考虑到了星体的高度应不小于15°，以减少折光誤差。在第四与第八行中載有相当于 δ（極大）的 A 的極大値，可参考§ 9.3.5。

表 10

φ	δ 極小	δ 極大	A 極大	φ	δ 極小	δ 極大	A 極大
0°	−75°	−22°	2.5	+30°	−45°	+9°	2.4
+5	−70	−16	2.5	+35	−40	+15	2.3
+10	−65	−12	2.6	+40	−35	+20	2.1
+15	−60	−7	2.6	+45	−30	+27	2.0
+20	−55	−2	2.5	+50	−25	+33	1.8
+25	−50	+3	2.4	+55	−20	+41	1.8
+30	−45	+9	2.4	+60	−15	+48	1.6

必須再着重的指出：列綫圖 11 与上表 10 均指在北半球测站上所观测的南星。但將上表中 φ 与 δ 的符号改变后，亦可应用于在南半球测站上的北星。

9.3.4 系統誤差

系統誤差的主要来源为：

(1)豎盤的指标差。

(2)系統的折光誤差。

(3)中天时刻錶面时計算值 T_m 的誤差。

誤差(1)的影响可以在一組观测的中間倒轉望远鏡以消除之。誤差(2)可以用§9.2.3中所述的选擇一对星来抵消。誤差(3)值得一番考慮。从 §9.2.4 中所載的公式可知 T_m 的誤差是由于所假設的测站經度的誤差或錶差改正的誤差所引起。

設 T_m 的誤差为 dT_m。則 $d\tau=-dT_m$。Δh 的总誤差 $d\Delta h$ 可以將(Ⅸ.15及16) 式微分后求得。略去第二項遂有：

$$d\Delta h=-A\sin\tau\, 15\, dT_m$$

或近似写成：

$$d\Delta h=C\tau\ dT_m$$

其中：

$$C=\frac{15^2\cdot 60}{\rho}A.$$

$d\Delta h$ 以角秒表之。dT_m 及 τ 各以时秒与时分表示之。

从(Ⅸ.18及20)式則有：

$$d\bar{h}_m=\frac{1}{n}[d\Delta h_i+d\Delta h_j]$$

或將上式中 $d\Delta h_i$ 及 $d\Delta h_j$ 之值代入：

$$dh_m=\frac{C}{n}[\tau_i+\tau_j]dT_m$$

如 $\tau_i+\tau_j=0$ 时，則上式为零。

如果能使观测的时段相等幷与 T_m 成对称，那末这种条件可以近似地得到保証；因此在 T_m 之前($\tau_i<0$)用盤左（或盤右）观测；而在 T_m 之后($\tau_j>0$)則用盤右(或盤左)观测。

由于依次的量 $h_{m,i}$ 与 $h_{m,j}$ 之間的差別而引起 T_m 的微小誤差是系統的，而不是偶然的。当此誤差变为当相大时，則宜应用 § 9.5中所述的方法。

9.3.5 偶然誤差。精度估算

近子午高度法测定緯度較之中天高度法多观测一个元素，也就是在每次对准星体的时候加讀錶面时 T。

今將誤差傳播定律应用于(Ⅸ.15及16)上，略去第二項，并設 $m_T \equiv m_\tau$，則得：

$$m_{\Delta h}^2 = (A \sin \tau 15\, m_T)^2 \approx C^2 \tau^2 m_T^2$$

式中：

m_T = 讀錶面时的中誤差，以时秒为單位。

$m_{\Delta h}$ = Δh 結果的中差誤，以角秒表示之。

$$C = \frac{15^2 \cdot 60}{\rho} A.$$

將誤差傳播定律应用于公式(Ⅸ.18,19及20)中，則有：

$$m_{\bar{h}_m}^2 = \frac{1}{n^2} [m_{h_i}^2 + m_{\Delta h_i}^2 + m_{h_j}^2 + m_{\Delta h_j}^2]$$

將(Ⅸ.13)式(h 換为 h_m)和前式代入上式，并注意到从 § 9.2.1 中所載的基本公式，令 $m_{\bar{h}_m} = m_\varphi$：

$$m_\varphi^2 = \frac{1}{n}(m_4^2 + m_5^2 + m_7^2 \cot^2 h_m) + \frac{C^2}{n^2}[\tau_i^2 + \tau_j^2] m_T^2 \qquad (Ⅸ.21)$$

本公式的第二項与 C，τ_2 及 τ_j 諸量有关，或者换一句話說：

(1)与测站的緯度及星的赤緯有关，C 是这些量的函数；

(2)与进行观测的时刻有关。

因此严格的說，預估的中誤差 $m_{\bar{\varphi}}$ 应在每个單独情形下加以計算。今举一例，此例对于上述第二項的重要性可給与讀者一个一般的概念，今按下列假設計算該項平方根：

(1)所观测的星体的赤緯是 $\delta_{極大}$，根据第 118 頁上的附表；因此 A 便为該表上所載的 $A_{極大}$。

(2)恒星在中天前及中天后各相隔 2.5 分鐘的等时段观测六次($n=12$)，但中間的时段由于倒轉望鏡所需的时間假設是 3 分鐘。这是一个熟練的观测者应用一架近代的經緯仪所达到的正常观测速度。

于是：

$$\tau_i = -1.5^m - (i-1)2.5^m$$
$$\tau_j = +1.5^m + (j-1)2.5^m$$

(3)錶面时刻讀到一秒，因此最大的讀数誤差为 ± 0.5^s 而平均的讀数誤差 m_T 为 0.3^s。

今將所討論的第二項的平方根之值列表如下：

緯　　度	$\varphi=$	0°	20°	40°	60°
(Ⅸ.21)式第二項的平方根		0″.12	0″.12	0″.11	0″.08

至于第一項的平方根則为 0″.84（A 型仪器）或 0″.53（B 型）。

因此：

(1)讀錶面时的精度無需高于 1^s（此值为上例所假設的精度）。

(2)若略去(Ⅸ.21)的第二項，則有下列近似公式：

$$m_{\varphi}^2 \approx \frac{1}{n}(m_4^2 + m_5^2 + m_7^2 \cot^2 h_m)$$

因此，从两顆星的环子午高度所求得的平均緯度的中誤差的平方为：

$$m_{\bar{\varphi}}^2 \approx \frac{1}{2n}(m_4^2 + m_5^2 + m_7^2 \cot^2 h_m)$$

將上式与（Ⅸ.14）式相比較，我們可以得出这样的結論：用中天高度法与用近子午高度法測定緯度，如果在此兩种情况中观測的数目相同，則其精度几乎相等。

9.3.6 精度計算

計算中天高度 $h_{m,i}$ 与其平均值 $\bar{h}_{m,L}$ 之差：

$$v_i = h_{m,i} - \bar{h}_{m,L} \qquad (i = 1 \to \frac{1}{2}n)$$

同样：

$$v_j = h_{m,j} - \bar{h}_{m,R} \qquad (j = \frac{1}{2}n + 1 \to n)$$

單个高度观測值中誤差的平方为：

$$m^2 = \frac{1}{n-2}[v_i^2 + v_j^2]$$

从一顆星求出緯度的中誤差的平方为：

$$m_{\varphi_1}^2 = \frac{m^2}{n}$$

依同法計算出从其他星体所求得的緯度的中誤差 m_{φ_2} 的平方。最后的緯度为兩个緯度計算值的平均数，其中誤差的平方为：

$$m_{\bar{\varphi}}^2 = \frac{1}{4}(m_{\varphi_1}^2 + m_{\varphi_2}^2)$$

§ 9.4 北極星高度法測定緯度

9.4.1 概　述

北極星（小熊座 α 星）为一單星，由于它的極距很小（約为 1°），所以它的高度在任一时角約为近子午高度。因为它的时角并沒有像前章所述的恒星近子午高度法中要限制到微小数值，所以必須作不同的数学处理，故專辟一节来討論北極星高度測定緯度法。

但是这并不意味着仅仅观測北極星以定緯度，因为这样便不能消除系統誤差。所以亦应根据 § 9.2.3 选擇其他星体进行近子午高度法，以与北極星的观測相配合。

9.4.2 計　算

令 $\varphi = h + \Delta h$ 并以 $(90° - p)$ 代 δ，則（Ⅸ.1)式变为：

$$\sin h = \sin(h + \Delta h)\cos p + \cos(h + \Delta h)\sin p \cos t$$

將上式中某些微小的量展为級数（Δh 及 p 很小），

$$\sin h = (\sin h + \Delta h \cos h - \frac{1}{2}\Delta h^2 \sin h)(1 - \frac{1}{2}p^2) +$$

$$+ (\cos h - \Delta h \sin h - \frac{1}{2}\Delta h^2 \cos h)\, p \cos t$$

經某些簡化后，略去所有含有 p 及 Δh 的三次方及高次方的項，遂得：

$$\Delta h = -p\cos t + \frac{1}{2}\Delta h^2 \tan h + \frac{1}{2}p^2 \tan h + p\,\Delta h \tan h \cos t$$

第一次漸近为：

$$\Delta h = -p\cos t\ .$$

將此代入上式中，略去Δh及p的三次方及高次方的各項，則得：

$$\Delta h = -p\cos t + \frac{1}{2}p^2 \tan h \sin^2 t$$

在此式中 Δh 及p以弧度表示之。为了要求得当 p 为角秒时 Δh 也为角秒，我們將上式改写为：

$$\Delta h = -p\cos t + \frac{1}{2\rho}p^2 \tan h \sin^2 t \qquad (\text{IX}.22)$$

如果有一个方便的方法以加速第二項的計算，則上式較(IX.1)式有实用上的方便。列綫圖 12（第 179 頁）就有这种便利，它列載第二項之值到十分之几秒，以与公式本身的精度相一致。設緯度需要精确到 0″.1，則須用精确的公式(IX.1)。此公式中所有的时角 t 是从所观测的錶面时 T 計出算来：

$$\text{G.M.S.T.} = T + \Delta T \qquad (\text{IX}.23)$$

$$\text{G.A.S.T.} = \text{G.M.S.T.} + n$$

$$\text{L.A.S.T.} = \text{G.A.S.T.} - \lambda \qquad (\text{IX}.24)$$

$$t = \text{L.A.S.T.} - \alpha$$

9.4.3 系統誤差

从(IX.24)式可以看出，如果測站的已知經度有了誤差，則时角亦將引起相等的誤差。这个誤差对于 Δh 計算值的影响可以下式表示之，該式是將（IX.22）加以微分幷略去微小的第二項而得到的：

$$\text{d}\Delta h = -p\sin t\frac{15\,\text{d}t}{\rho}\ .$$

式中 $\text{d}\Delta h$ 及 p 系以角秒表示，而 $\text{d}t$ 則以时秒来表示。当 $\sin t = 1$ 时，$\text{d}\Delta h$ 达到最大值。如果我們規定此極大值不得超过 0″.1，幷令 $p = 1^\circ = 3600''$，則有：

$$|\,\text{d}t\,| \leqslant 0.43^s$$

因此，如果已知的測站經度能精确到 $0.43^s = 6''.45$，則北極星可在任意时角进行观測。

根据同样的理由也可以来考虑錶差 ΔT 所需要的精度，因为从(IX.23)、(IX.24)式可以看出它的誤差將引起相等的时角誤差。

为了消去存在于高度观測值中的可能的系統誤差(由于豎盤上的指标差、折光差等等)，可以在观測程序中間倒轉望远鏡，或者观測一顆其他經适当选擇的恒星，以配合北極星。

9.4.4 偶然誤差。精度

应用誤差傳播定律于(IX.22)式，略去第二項，遂得 Δh 的中誤差：

$$m_{\Delta h} = p\,|\sin t\,|\frac{15\,m_t}{\rho}$$

$m_{\Delta h}$ 及 p 以角秒为單位而 m_t 則以时秒为單位。当 $|\sin t| = 1$ 时，$m_{\Delta h}$显然为最大：

$$m_{\Delta h}(\text{極大}) = p\,\frac{15\, m_t}{\rho}$$

設錶面时讀到 1^s，最大的讀数誤差为 $\pm 0.5^s$ 及平均讀数誤差約为 $m_t = 0.3^s$。將此值代入上式幷令 $p = 1° = 3600''$，則得：

$$m_{\Delta h}(\text{極大}) = 0''.08$$

此值与其他不精确性（如瞄准望远鏡，讀度盤讀数等等）相比，簡直可以忽略。因此可以断言，讀取錶面时的精度勿須高于 1^s。

更进而知道，最后成果的精度絕不会低于中天高度法所得者。

最后成果精度的計算参考 §9.3.6。

§ 9.5　近子午圈高度法測定緯度(二)(未知地方恒星时的錶差)

9.5.1 概　述

在 §9.3,4 中已經証明过所設的測站經度誤差对于 Δh 产生的誤差可以下式表之：

$$d\Delta h = C\,\tau\, dT_m$$

因此改正后的中天高度为：

$$\bar{h}_m = h_m \pm I - C\,\tau\, dT_m \qquad (\text{Ⅸ}.25)$$

式中：　$h_m = h \pm Am - Bn$

h = 經折光改正后的高度观測值。

I = 豎盤的指标差。(Ⅸ.25)式中的正負号各指盤左与盤右的观測。

$\tau = T - T_m$；T_m 此处为中天錶面时的近似值。

如果 dT_m 不知道，便不可能計算 $\bar{h}_m$。設使我們知道 dT_m 之值很小，那末也許可以略去（参考 §9.3），如果 dT_m 之值不是很小的話，便須把它視为一个未知数。其結果是指标差 I 不能像在 dT_m 可以忽略的簡單情形下（§9.3.4）將其消除，而必須同样的把它当做一个未知数。

因此本問題含有三个未知数：

中天高度 $\bar{h}_m$，

指标差 I，

經度誤差 dT_m。

此处必須考慮到中天高度是"主要"的未知数，而指标差及經度誤差則仅是"附帶"的非我們所感兴趣的未知数。可以容易証明，上述的后面的未知数虽然只能用近似方法来解，也是不关重要的。

9.5.2 計　算

如果我們用下指数 i（盤左）及 j（盤右）以区別一組中的每个的观測，則公式（Ⅸ.25）变为：

$$\bar{h}_m = h_{m,i} + v_i + I - \tau_i\, C\, dT_m \qquad \left(i = 1 \rightarrow \frac{1}{2}n\right) \qquad (\text{Ⅸ}.26)$$

$$\bar{h}_m = h_{m,j} + v_j - I - \tau_j\, C\, dT_m \qquad \left(j = \frac{1}{2}n + 1 \rightarrow n\right) \qquad (\text{Ⅸ}.27)$$

v_i 及 v_j 各为应用最小二乘法加于 $h_{m,i}$ 及 $h_{m,j}$ 的改正数。严格来說，τ_i 及 τ_j 也应当加以

改正，但是这些可以略掉，因为在§9.3.5中已証明过，它們（T_m的觀差在外）的精确度是相当高。今令：❶

$$\bar{h}_m - I = \frac{2}{n}\sum h_{m,i} + \Delta_1 \qquad \text{及} \qquad C\,\mathrm{d}T_m = \Delta_3$$

其中 Δ_1 及 Δ_3 是新的未知数，（Ⅸ.26）式变为：

$$v_i = \Delta_1 + \tau_i\,\Delta_3 - h'_{m,i} \qquad (\text{Ⅸ}.28)$$

式中：

$$h'_{m,i} = h_{m,i} - \frac{2}{n}\sum h_{m,i}$$

取这一組方程式的算术平均值，并顧及 $\sum v_i = 0$ 及 $\sum h'_{m,i} = 0$，則有：

$$0 = \Delta_1 + \left(\frac{2}{n}\sum \tau_i\right)\Delta_3 \qquad (\text{Ⅸ}.29)$$

將此式和前式相减后，得：

$$v_i = \tau'_i\,\Delta_3 - h'_{m,i} \qquad (\text{Ⅸ}.30)$$

式中：

$$\tau'_i = \tau_i - \frac{2}{n}\sum \tau_i$$

令：

$$\bar{h}_m + I = \frac{2}{n}\sum h_{m,j} + \Delta_2$$

依同法我們可以从（Ⅸ.27）式导出：

$$0 = \Delta_2 + \left(\frac{2}{n}\sum \tau_j\right)\Delta_3 \qquad (\text{Ⅸ}.31)$$

及：

$$v_j = \tau'_j\,\Delta_3 - h'_{m,j} \qquad (\text{Ⅸ}.32)$$

从（Ⅸ.30）及（Ⅸ.32）得法方程式：

$$\Delta_3 = \frac{[\tau' h'_m]}{[\tau'^2]}$$

將此值代入（Ⅸ.29及31）中以求 Δ_1 和 Δ_2。

最后得：

$$2\bar{h}_m = (\bar{h}_m + I) + (\bar{h}_m - I) = \frac{2}{n}\sum h_{m,i} + \frac{2}{n}\sum h_{m,j} + \Delta_1 + \Delta_2 \qquad (\text{Ⅸ}.33)$$

于是从§9.2.1中任一基本公式，以 $\bar{h}_m$ 代 h_1、h_2 或 h_3 便可算得緯度。

如果將这个計算与§9.3.2中所討論者相比較，便可看出这个計算仅仅略为复杂一些。

实际算例（*Nr.* 8）載于書末。

T_m的近似值可計算如下，假設指标差 I 是很小：

若某一高度 h_i 碰巧大約等于另一高度 h_j，則 T_m 就仅是相应的观測錶面时 T_i 与 T_j 的算术平均值。

否則我們必須应用內插法計算出中天之后相当于某一高度的錶面时，此高度等于在中天之前的某一观測高度 h_i。T_m 便为計算的錶面时与观測的錶面时 T_i 的平均数。

---

❶本章內符号 Σ 为用指数 i 所表示的 $\frac{1}{2}n$ 个数量之和或用 j 所表示的 $\frac{1}{2}n$ 个数量之和，而[]則为以 i 或 j 表示的 n 个数量之和。为了簡化的緣故，在[]內的数量不再标以下指数。

無論在哪一种情况，T_m 都应当从那些离开子午圈較远的观測来求出。

9.5.3 圖解平差

將下列諸点的坐标繪到方格紙上：

$$x_i=-\mu_1\tau_i \qquad y_i=\mu_2 h'_{m,i}$$
$$y_j=+\mu_1\tau_j \qquad x_j=\mu_2 h'_{m,j}$$

上式中 μ_1 与 μ_2 为某一比例尺因子，例如 $\mu_1=2\ \mathrm{mm}/10''$ 及 $\mu_2=2\ \mathrm{mm}/1''$。

將上式代入(Ⅸ.28)經化簡后得：

$$\mu_2 v_i=\mu_2\Delta_1-\frac{\mu_2}{\mu_1}x_i\Delta_3-y_i$$

同样：

$$\mu_2 v_j=\mu_2\Delta_2+\frac{\mu_2}{\mu_1}y_j\Delta_3-x_j$$

从上式可明显看出：

(a) $\mu_2 v_i$ 为一点 (x_i, y_i) 与一直綫：$0=\mu_2\Delta_1-\frac{\mu_2}{\mu_1}x\Delta_3-y$ 在縱坐标方向上的距离。

(b) $\mu_2 v_j$ 为一点 (x_j, y_j) 与一直綫，$0=\mu_2\Delta_2+\frac{\mu_2}{\mu_1}y\Delta_3-x$ 在横坐标方向上的距离。

此兩条直綫互相垂直，也就是說它們是互相正交的。

不难証明，这些綫与坐标軸的交点为：

(A) $x=0$, $y=\mu_2\Delta_1$

(B) $y=0$, $x=\mu_1\frac{\Delta_1}{\Delta_3}$ 或按(Ⅸ.29)：$x=-\mu_1\frac{2}{n}\sum\tau_i$

(C) $y=0$, $x=\mu_2\Delta_2$

(D) $x=0$, $y=-\mu_1\frac{\Delta_2}{\Delta_3}=+\mu_1\frac{2}{n}\sum\tau_j$

在圖紙上繪了 B 点与 D 点之后，則 A 与 C 点便可求之如下：在一透明紙上画兩条成正交的直綫，將此透明紙在圖紙上移动，直到这兩直綫包含 B 与 D，并尽量接近通过 (x_i, y_i) 与 (x_j, y_j) 点。y_A 及 x_C 便可讀出，于是：

$$\Delta_1=\frac{y_A}{\mu_2} \qquad \Delta_2=\frac{x_c}{\mu_2}.$$

將此值代入于(Ⅸ.33)中以求 h_m。最后用§9.2.1中所載的基本公式之一計算緯度。詳細說明可参考本書末所附实际算例9。

9.5.4 精度估算

参考(Ⅸ.27)，不难証得：

$$\Delta_3=\frac{[\tau' h'_m]}{[\tau'^2]}=\frac{[\tau' h_m]}{[\tau'^2]}$$

从(Ⅸ.29及31)，可得：

$$\Delta_1+\Delta_2=-\frac{2}{n}[\tau]\Delta_3$$

將上兩式代入(Ⅸ.33)并經一些簡化后得：

$$2\bar{h}_m=\frac{2}{n}[h_m]-\frac{2}{n}[\tau]\frac{[\tau' h_m]}{[\tau'^2]}$$

或：
$$\bar{h}_m=\frac{1}{n}\left[\left(1-\tau'\frac{[\tau]}{[\tau'^2]}\right)h_m\right]$$

应用誤差傳播定律得：

$$m^2_{\bar{h}_m}=m^2_\varphi=\left(\frac{1}{n}+\frac{1}{n^2}\frac{[\tau]^2}{[\tau^2]}\right)m^2_{h_m} \qquad (\text{IX}.34)$$

此公式表示，当 $[\tau]$ 之値小时，則中誤差 m_φ 也小。然而我們幷不可能預先拟定 观 测計划，使 $[\tau]=0$，因为在本章內恒星中天的錶面时假設是不知道的。

茲介紹观測步驟如下。

观測者必須早些开始观測，俾在中天之前至少能完成十个观測。我們建議当恒星与子午圈間方位角之差大約等于下表中所載的数值时开始观測。按这些数据用罗盤安置仪器。

每一緯度內的第一行是指：

$\varphi>0$ 时的南星；　　或　　$\varphi<0$ 时的北星。

每一緯度內的第二行是指北星或南星（視 $\varphi>0$ 或 $\varphi<0$）。

所有的观測須以等时段連續进行，直到从竪盤的讀数上可以看出該星恰好过中天时为止。然后倒轉望远鏡再做六个观測。

表 11

h \ $\pm\varphi$	0°		15°		30°		45°		60°	
15°	1°.5	1°.5	3°.0	—	4°.5	2°.0	5°.5	3°.0	6°.0	4°.5
30	3.5	3.5	5.0	2°.0	6.0	—	6.5	2.0	7.0	3.5
45	6.0	6 0	7.5	4.0	8.0	2.5	8.5	—	8.0	2.5
60	10.5	10.5	11.5	8.5	12.0	6.5	11.5	3.0	10.5	—
65	13.0	13.0	14.0	11.0	14.0	8.0	13.5	5.0	11.5	1.5
70	16.5	16.5	17.5	14.5	17.5	11.5	16.0	7.5	13.5	3.0
75	22.5	22.5	25.0	20.0	22.5	16.5	20.0	11.5	16.5	6.0

从恒星过中天之前所做的观測中，只要选出六个，以使 $[\tau]$ 能尽量的小。

按（1）式有：

$$m^2_\varphi=\frac{1}{n}m^2_{h_m}+\text{（微小量）}$$

代入：

$$m^2_{h_m}=m^2_4+m^2_5+m^2_7\cot^2 h_m$$

得：
$$m^2_\varphi\approx\frac{1}{n}(m^2_4+m^2_5+m^2_7\cot^2 h_m)$$

从兩顆星的观測算出的平均緯度，其中誤差的平方为：

$$m^2_\varphi\approx\frac{1}{2n}(m^2_4+m^2_5+m^2_7\cot^2 h_m).$$

从（IX.14）式可得結論：本法所得緯度的中誤差仅比中天高度法略大一些。

9.5.5 精度計算

單个高度观測值中誤差的平方可按下列公式計算：

$$m_{h_m}^2=\frac{[v^2]}{n-3}$$

式中 v 是按（Ⅸ.30）及（Ⅸ.32）兩式計算。

求得 m_{h_m} 后，便可进而計算从上述一恒星所导出的緯度中誤差的平方：

$$m_{\varphi_1}^2=\left(\frac{1}{n}+\frac{1}{n^2}\frac{[\tau]^2}{[\tau'^2]}\right)m_{h_m}^2.$$

最后的緯度 $\bar{\varphi}$ 是从兩顆按 §9.2.3 所选的星求得的緯度的平均值。从其他一恒星求得的緯度 φ_2 其中誤差的平方，也是按与上面相类似的公式来計算的。最后緯度中誤差的平方为：

$$m_{\bar{\varphi}}^2=\frac{1}{4}(m_{\varphi_1}^2+m_{\varphi_2}^2).$$

第十章 經度測定

§ 10.1 概 述

在§3.2中曾有过簡單方程式：

$$\lambda = \text{G.M.S.T.} - \text{L.M.S.T.} \tag{X.1}$$

从上式可知某一測站对于格林威治子午圈的經度λ，可以由測定格林威治平恒星时与同一瞬刻的地方平恒星时而求得；这种时刻也便是目前所要討論的进行天文观測的时刻。

設T为在那一瞬刻的錶面时，則有：

$$\text{G.M.S.T.} = T + \Delta T$$

式中ΔT为对于G.M.S.T.的錶差。按§5.1.2，这个錶差可以从錶差ΔT_0及$\Delta T_0'$求出，而ΔT_0及$\Delta T_0'$則为在T_0及T_0'的瞬刻用無綫电时号所測定，时刻T当然必須包括在T_0及T_0'的时段內。

L.M.S.T.是由星体的时角t导出，而t則用天文观測求得：

$$\text{L.M.S.T.} = \text{L.A.S.T.} - n = \alpha + t - n$$

將上式与前式代入(X.1)式中遂得：

$$\lambda = T + \Delta T - \alpha - t + n \tag{X.2}$$

測定某一測站經度的步驟显然包括着两个过程：

1.在观測之前与观測之后收听时号。

2.天文观測。

測定的方法甚多，但下节中將选擇一个方便的适合于地形測量的方法加以叙述。

§ 10.2 恒星天頂距法測定經度

10.2.1 概 述

測站的緯度φ，被观測的星体的赤緯δ，構成了定位三角形的两边(圖57)，因此再需要一个元素便可完全确定該三角形，也就是天頂距ZS边。

我們有：

$$\cos t = \frac{\cos z - \sin\varphi \sin\delta}{\cos\varphi \cos\delta} \tag{X.3}$$

在§8.2.1中曾提到过一种方便的以时秒来表示的三角函数表。如果应用对数計算，則可采用下式：

$$\tan^2\frac{1}{2}t = \frac{\sin(s-\Phi)\sin(s-p)}{\cos s \cos(s-z)} \tag{X.4}$$

式中：

$$s = \frac{1}{2}(\Phi + p + z)$$

(此式以后还要加以討論)

在算得 t 之后便可从(Ⅹ.2)求 λ：

$$\lambda = T + \Delta T - \alpha - t + n \qquad (Ⅹ.5)$$

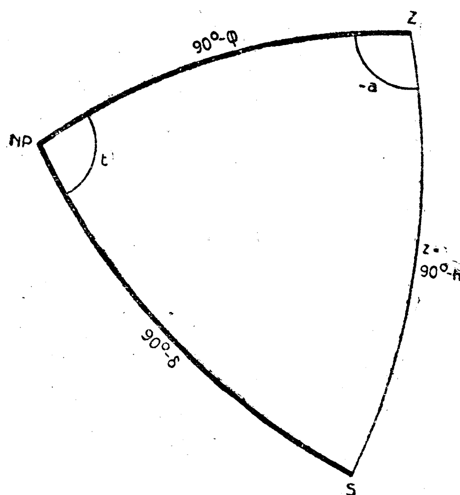


圖 57. 經度的测定。定位三角形

在实际作業上，观测一星体通常总是不止一次，而是很快地順序观测几次，这样可以校核观测，并增加最后成果的精度。

10.2.2 系統誤差。星的选擇

系統誤差的主要来源为：

测站的假設緯度的誤差 $d\varphi$；

星体天頂距观测值的系統誤差 dz；

錶面时观测值的系統誤差 dT；

錶差的常差 $d\Delta T$。

誤差 $d\varphi$ 及 dz 影响于星体时角的計算值；今以 dt 表示对时角由此發生的誤差。

微分（Ⅹ.3）及（Ⅹ.5）式，并經一些簡化后得：

$$d\lambda = dT + d\Delta T - dt = dT + d\Delta T - \frac{\sec\varphi}{\tan a}d\varphi - \frac{\sec\varphi}{\sin a}dz.$$

当 $a=90°$ 或 $270°$ 时，也就是說如果在卯酉（东西）圈上观测星体，則 $d\varphi$ 的影响为零。

于是上式变为：

$$d\lambda = dT + d\Delta T \mp \sec\varphi \cdot dz\left(\frac{东}{西}星\right)$$

对于單个天頂距观测，可以在东西方向各观测一星，然后按每星所算得的經度取其平均值，这样便消除了这种系統誤差的影响。

平均經度的誤差为：

$$d\bar{\lambda} = dT + d\Delta T - \sec\varphi \cdot (dz_1 - dz_2)$$

上式中下指数 1 及 2 各表示东星和西星。

§ 8.4.2 中所提及的誤差 dz，系由大气折光而引起的誤差：$f(h,p,t)$。將其代入上式便得：

$$d\bar{\lambda} = dT + d\Delta T - \sec\varphi\{f(h_1,p_1,t_1) - f(h_2,p_2,t_2)\}$$

上式括弧內之值在下列情形中將为零：

$h_1=h_2$ 或 $z_1=z_2$，即当等高观测星体的时候；

$p_1=p_2$ 与 $t_1=t_2$，即当决定折光影响的大气情况相同的时候。

由于上述的誤差很小，所以这些要求無須完全滿足。因此我們观测恒星时，可以稍离卯酉圈，并且天頂距也可以略为不同。事实上，如果观测多星时，这也是不可能避免的。

从这些的考慮便得到下列的結論：当观测星体的天頂距以决定經度的时候，必須靠近卯酉圈，在很短的时段內，大約以相等的天頂距观测兩顆星，一顆在东，一顆在西。观测結果的算例(Nr.10)附于本書后面。

很明显的可以看出，用任何的选星方法都不可能消除掉 dT 与 $d\Delta T$ 的影响。因此在

測定經度时，它們是严重的誤差来源。在§5.2.6中曾提过 dT 的主要成分是：

計时鐘的常差；

停錶与記时仪的常差；

人差。

应用一种特殊的方法（超人差測微器）几乎可以全部消除人差，但是平常土地測量师的仪器沒有这样的配备，所以下列的步驟是必需的。

在进行某地区的外業观測之前与結束之后，观測者用同样的仪器与方法測定某一参考站的經度。假設該参考站的經度 λ。已經从一等观測中求得，那末这个經度和观測者在外業前后所測定的經度 λ_b 及 λ_a 之差，即系于上述的人差，

$$d_b=\lambda_0-\lambda_b \text{（外業之前）}$$

$$d_a=\lambda_0-\lambda_a \text{（外業之后）}$$

將改正数：

$$d_i=d_b+\frac{N_i}{N}(d_a-d_b)$$

加在外業期間所測定的每站經度 λ_i 上去。上式中：

N_i＝外業前測定人差的日期与外業中一經度站的測定日期之間的日数。

N＝在外業前后举行人差測定之間相隔的总日数。

很明显的，用这样的方法，則上述的常差以及人差的常数部分与均匀变化部分便可消除（参考§5.2.6）。

如果参考站的經度不能从一等观測中求得，則可采用某些适当的数值（例如 $\lambda_0=\lambda_b$）。这个数值的誤差显然对于所有測站的經度的影响是相同的，但是它对于这些測站与参考站的經度差却沒有影响。

人差的偶然部分不能用土地測量师的平常仪器来消除的。这就是为什么一个測站的經度比它的緯度略为不可靠的主要原因。

10.2.3 計 算

在§10.2.1中曾提起过，通常在实际上多次观測一星以增加精度。此法可按下述方法之一以完成之：

(1)設望远鏡仪装有一根水平横絲：將望远鏡連續地瞄准星体几次，每次都讀取天頂距与錶面时。

(2)設望远鏡装有几根水平横絲：將望远鏡对准星体仅讀取一次天頂距，但观測星影每次过每根横絲的时刻。視横絲的数目与所需要的精度而可任意地重复此法数次。

(1)單独一根水平横絲

在此情形下有兩种計算方法：

(a)从每个單独的天頂距及其相应的錶面时用§10.2.1中所述的公式以計算經度值。最后的經度便是这些数值的算术平均值。

此处必須着重指出在(X.3)式中所出現的量$(\sin\varphi\sin\delta)$与$(\cos\varphi\cos\delta)$在整个一系列的观測中为一常数。这个公式与(X.4)相比較，便有着很大的实用上的方便，因为它不但可以适用于計算机的計算，而且也可以适合于对数的計算。

按上述的方法从每个观測中可算出一經度值，于是对于所获得的精度便可有一清楚的

概念。但如果采用方法(b)便沒有这种的便利了。

(b)用所观測的天頂距与錶面时的平均值按§ 10.2.1 的公式計算經度：

$$\bar{z}=\frac{1}{n}[z_k] \text{ 及 } \bar{T}=\frac{1}{n}[T_k] \qquad (k=1\to n)$$

如果按前节所建議，在卯酉圈上观測星体（$a=90°$ 或 $270°$），則在§ 6.3 內所述的改正值 Δz_3 將为零。因此，由于 $\cos\bar{a}=0$，而 $C_3=0$。平均天頂距与平均錶面时便可設想为一对的虛拟观測。

(2)几根横絲

应用經 Δz_2 改正后的天頂距与錶面时平均值按§ 10.2.1 中的公式計算經度：

$$z+\Delta z_2 \text{ 及 } \bar{T}=\frac{1}{N}[T_K] \qquad (K=1\to N)$$

改正数 Δz_1（§ 6.2.1）为零，因为 $C_1=0$ ($\cot\bar{a}=0$)。在§ 6.2.2 中我們对 Δz_2 已导出一公式：

$$\Delta z_2=Q\,C_2\frac{[m_K]}{N}$$

式中：

N = 横絲的数目

$m_K=2\,\rho\,\sin^2\frac{1}{2}\tau_K$

$\tau_K=T_V-T_K$

T_V = 星体經过垂直豎絲时的錶面时刻

T_K = 星体經过水平横絲时的錶面时刻($K=1\to N$)

$C_2=\frac{1}{2}\sin 2z(\sin\varphi-\cos\varphi\cos a\cot z)^2$

由于我們必須在卯酉圈上或靠近卯酉圈上观測星体，因此 C_2 的公式便可化簡为：

$$C_2=\frac{1}{2}\sin^2\varphi\sin 2z$$

m_K 可从本書后面附表 9 中查取，而因子 Q 也可从附表 5（第 84 頁）查取。

如果在天頂距 $z=45°$ 的位置观測星体，則有：

$$C_2=\frac{1}{2}\sin^2\varphi$$

C_2 是不难算得的。另外一个方法，便是从列綫圖 8（175 頁）中令 $a=90°$ 或 $270°$ 以讀取 C_2。

10.2.4 观 測

設望远鏡仅装配一根水平横絲：

1.將望远鏡大致对准星体，使星影在視場中处于这样的位置，即其移动方向指向視場中央。

2.必要时，用水平微动螺絲使豎絲随着星影移动，使得星影在視場的中央过横絲，但在它过横絲前数秒鐘，即停止旋轉水平微动螺絲。

3.在星影过横絲的瞬刻，立即讀記錶面时。

4. 檢查豎盤的水准器，讀記天頂距。

在实际上，習慣于观测八次为一組，望远鏡在一組的中央可以倒鏡，也可以不倒鏡。如果不倒鏡的話，則整置豎盤水准器的誤差（指标差）必須在观测之前测定（在白天），然后在計算中加以改正。

我們建議望远鏡最好是不要倒轉，因为这样观测可以更加方便和更加迅速。就在每組的前后（如果需要时，也可以再在每組的中間讀記溫度和气压。

設望远鏡裝配有几根横絲

1. 与前同。

2. 在星影过豎絲与每根横絲时讀記每次相应的錶面时刻。

3. 檢查豎盤水准器，幷讀記天頂距。

如果需要，这个步驟可以重复几遍，視所用的仪器所裝配横絲的数目以及所需要的精度而定。根据同样的考慮，可以决定是否要倒轉望远鏡的問題。

在观测之前与其后讀記空气的溫度与压力。

10.2.5 精度計算

如果按§ 10.2.3 所述(1a)的方法計算观测的結果，那末便有可能計算所能达到的精度（最好要計算）。这个計算与§ 8.2.5 所述者非常相似，可以参考；仅需要以λ代替A而已。所求得的中誤差m_λ即为經度的內中誤差；按§ 5.1.4 則外中誤差可按下式导出：

$$M_\lambda^2 = m_\lambda^2 + (q_m^2 + q_m'^2) m_{\Delta T_0}^2$$

10.2.6 精度估算

設將誤差傳播定律应用于(X.5)，則按一組的單星多次观测所测定的經度的內中誤差的平方为：

$$m_\lambda^2 = \frac{1}{n}(m_T^2 + m_t^2)$$

至于观测其他一星体测定經度的中誤差也是一样的，因此，最后成果λ的內中誤差的平方为：

$$m_\lambda^2 = \frac{1}{2n}(m_T^2 + m_t^2)$$

于是从§ 5.1.4 可知外中誤差的平方为：

$$M_\lambda^2 = \frac{1}{2n}(m_T^2 + m_t^2) + (q_m^2 + q_m'^2) m_{\Delta T_0}^2 \qquad (X.6)$$

式中：

m_T＝讀取时計或記时器的中誤差，包括时計錶速的平均变化，

$m_{\Delta T_0}$＝按無綫电时号测定錶差的中誤差，

m_t＝星体时角的中誤差。

应用誤差傳播定理于(X.3)式，則上述的最后一中誤差可以用观测高度的中誤差表示之：

$$m_t^2 = m_z^2 \frac{\sec^2 \varphi}{\sin^2 a} = \left(m_4^2 + \frac{1}{N} m_5^2 \quad\right) \frac{\sec^2 \varphi}{\sin^2 a}$$

式中：

m_4＝讀取天頂距的中誤差，

m_5＝垂直瞄准星体的中誤差，

N＝水平横絲的数目。

將此代入（X.6）式，并令 $a=90°$ 或 $270°$（星体在卯酉圈上），然后乘以 $\cos^2\varphi$，最后便得：

$$M_{\lambda}^{2}\cos\varphi=\frac{1}{2n}m_{T}^{2}\cos^{2}\varphi+\frac{1}{2n}\left(m_{4}^{2}+\frac{1}{N}m_{5}^{2}\right)+(q_{m}^{2}+q_{m}'^{2})\cos^{2}\varphi\, m_{\Delta T_0}^{2}$$

下表系用第七章中所給出的数据計算的，并假設：

$n=8$（每顆星观測八次）

$N=1$（只有一根横絲）

$m_T=0.07^s=1''.0$（記时仪）

$q_m=q_m'=\frac{1}{2}$（在兩次收听时号之間的平均观測时間）

$m_{\Delta T_0}=0.03^s=0''.45$：

φ	A 型		B 型	
	$M_\lambda\cos\varphi$	M_λ	$M_\lambda\cos\varphi$	M_λ
0°	0''.9	0.06^s	0''.06	0.04^s
15	0.9	0.06	0.6	0.04
30	0.8	0.07	0.6	0.04
45	0.8	0.08	0.5	0.05
60	0.8	0.09	0.5	0.07

令：

$n=1$（瞄准星体仅一次）

$N=9$（九根横絲）

其他数据同上，則有：

φ	B 型	
	$M_\lambda\cos\varphi$	M_λ
0°	0''.9	0.06^s
15	0.9	0.06
30	0.8	0.06
45	0.7	0.07
60	0.6	0.08

第十一章　經度与緯度的測定

§ 11.1　概　　述

某一星体的天頂距，为該星的坐标、測站的坐标以及观測的格林威治时刻等的函数。因此，我們便有可能从观測兩顆以上星体的天頂距以及每次观測的相应格林威治时刻来求出測站的坐标（緯度与經度）。至于每次观測的相应格林威治时刻，可間接的从目測或用仪器記录观測錶面时以及用無綫电时号所确定的对于格林威治时刻的錶差来求得。

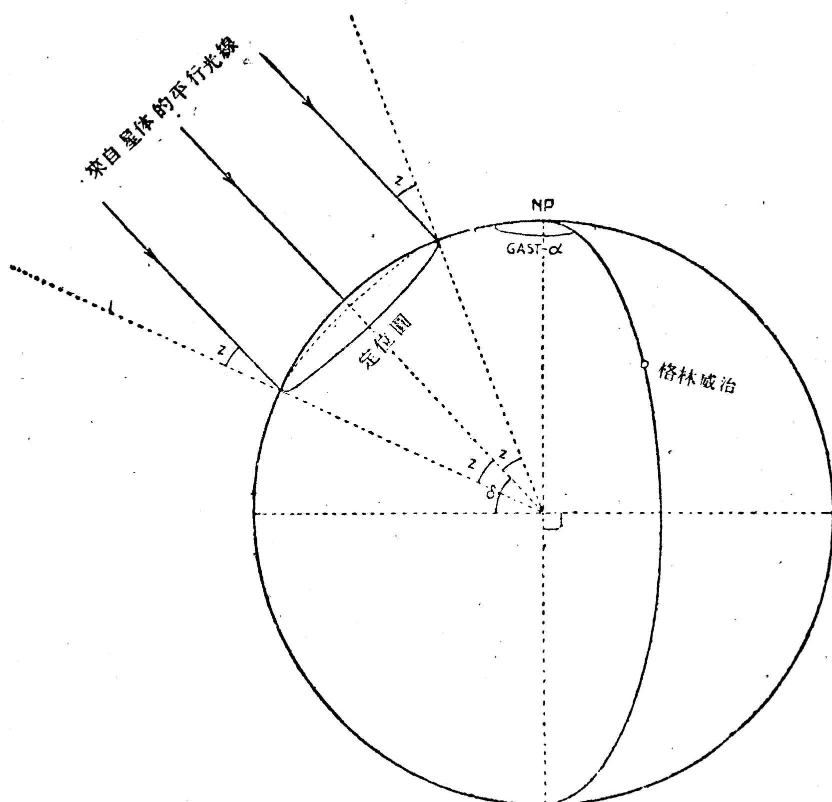


圖 58．經緯度的測定。定位圓

圖 58 說明这个問題。在某一特別时刻，某一顆星对于地面上任意一点具有某一定的天頂距，則这些在地面上的点子的軌跡为一小圓，名为定位圓。此圓心名为在地球上的星下点❶，也就是緯度等于該星的赤緯以及經度等于 G.A.S.T. 減去該星的赤經的点子。此圓的半徑等于該星的天頂距。

显然，兩顆星的定位圓便可确定天文观測站的位置，此測站必为兩圓交点之一。由于在

❶此系譯者按航海天文学上常用的名詞"Substellar point"附加上去的——譯者註。

实际計算中总是知道测站的近似坐标，而且所观测的星体也多于两顆，因此便沒有困难决定这两个交点中哪一个是所求的。

这个方法叫做多星天頂距测定經緯度法。

如果以相等的天頂距观测諸星（在此情形中，当每顆星到达某一固定天頂距时，观测者确定其相应的格林威治时刻）就無需知道准确的天頂距；我們可以把它看着是加入于問題中的一个附加的未知数，于是总共有三个未知数，因此必須至少观测三顆星。

这个方法为高斯所發明，并名为多星等高测定經緯度法，或测定經緯度的高斯方法。

这两种方法將分述于下列各节中。基本的公式为：

$$\cos z=\sin\varphi\sin\delta+\cos\varphi\cos\delta\cos t \qquad (\text{XI}.1)$$

$$t=\text{L.A.S.T.}-\alpha=\text{L.M.S.T.}+n-\alpha$$

或

$$t=t^G-\lambda \qquad (\text{XI}.2)$$

其中：

$$t^G=\text{G.M.S.T.}+n-\alpha=T+\Delta T+n-\alpha$$

T 为观测的錶面时，ΔT 为对于 G.M.S.T. 的錶差。

將(XI.2)式代替(XI.1)式中的 t，遂得：

$$\cos z=\sin\varphi\sin\delta+\cos\varphi\cos\delta\cos(t^G-\lambda)$$

§ 11.2 观测多星的天頂距同时测定經緯度法

11.2.1 观测值的化算

上节末的公式証实了 § 11.1 中所述的关于观测两顆星的天頂距是必要而充分的定理。因此就有了两个解得 φ 及 λ 的方程式。

如果观测了两顆以上的星，并且对于每顆星进行 N 次的观测（$N>1$），那末精度可以提高。詳細的方法已載于 § 10.2.3 中，今再重述如下：

（1）設望远鏡仅裝置一根横絲：將望远鏡对每顆星順次地照准几次，并于每次照准时讀取天頂距及錶面时。

（2）設望远鏡裝配有几根横絲：对于每顆星望远鏡仅照准一次，且亦仅讀一次天頂距，但是要观测星影經过每根横絲的各个相应时刻。如果需要，可重复此法，直至达到所需要的精度为止。

我們認为望远鏡不必倒轉，这样可以加速观测，也無需重新找星。在此情形中，豎盤指标差必須在观测前测定（最好在白天），然后在計算中加以改正。

（1）一根横絲

测站的位置，是从每顆星經 Δz_3 改正后的天頂距的平均值及錶面时的平均值計算出来；

$$\bar{z}'=\frac{1}{n}[z_k]+\Delta z_3 \quad \bar{T}=\frac{1}{n}[T_k] \quad (k=1\rightarrow n) \qquad (\text{XI}.3)$$

在 § 6.3 中我們导出 Δz_3 的公式：

$$\Delta z_3=C_3\frac{[m_k]}{n}$$

n＝观测星体的次数

$m_k=2\rho\sin^2\frac{1}{2}\tau_k$

$\tau_k=T'_k-\bar{T}$

$$C_3=\cos^2\varphi\cos\bar{a}\,(\tan\varphi-\cos\bar{a}\cot z)$$

設 $z=45°$，則因子 C_3 可以从列綫圖 9（第 176 頁）中讀取，因此，建議以采用此天頂距为方便。

（2）几根横絲

測站的位置可从經 Δz_1 及 Δz_2 改正后的各天頂距及其相应的錶面时平均值中算得：

$$\bar{z}'=z+\Delta z_1+\Delta z_2\quad \bar{T}=\frac{1}{N}[T_K]\quad (K=1\to N)$$

Δz_1 及 Δz_2 的公式已在 § 6.2.1 及 § 6.2.2 中导出：

$$\Delta z_1=C_1\frac{[\mathrm{d}z_K^2]}{2N\rho}\qquad \Delta z_2=QC_2\frac{[m_K]}{N}.$$

設 $z=45°$，則因子 C_1 及 C_2 可从列綫圖 7（174 頁）或列綫圖 8（175 頁）中讀取，于此我們再度建議按 45° 的天頂距观測星体。

必须注意到 $\frac{[\mathrm{d}z_K^2]}{2N\rho}$ 对于所用的仪器为一常数（第六章）。m_K 可以从附表 9 中查取（166，167 頁）。

如果观測的程序重复几次，如第一法所述。在此情形中，显然所有的三个改正数 Δz_1，Δz_2 及 Δz_3 都加入計算，同时：

$$\bar{T}=\frac{1}{nN}[T_{K,k}]\qquad (\text{XI}.4)$$

11.2.2 解析平差法（数值平差法）

参照上节所得的結果，（XI.1）式可写成下列形式：

$$\cos\bar{z}'=\sin\varphi\sin\delta+\cos\varphi\cos\delta\cos(\bar{t}^G-\lambda)$$

式中：

$$\bar{t}^G=\bar{T}+\Delta T+n-\alpha\qquad (\text{XI}.5)$$

由于直接解算不切实用，故上列方程式須化为直綫形式。今假設經緯度的近似值各为 (λ_0) 及 (φ_0)，該值可从地圖上讀取，或者用临时的天文或大地的观測来測定。

令；

$$\varphi=\varphi_0+\Delta\varphi$$
$$\lambda=\lambda_0+\Delta\lambda$$

$\Delta\varphi$ 及 $\Delta\lambda$ 可設想为問題中的新未知数。將此式代入上列公式中，將其展开为級数，并略去二次以上的各項，遂得：

$$\cos\bar{z}'=\cos z'+\Delta\varphi\sin z'\cos a'-\Delta\lambda\cos\varphi_0\sin z'\sin a'\qquad (\text{XI}.6)$$

上式中令：

$$\cos z'=\sin\varphi_0\sin\delta+\cos\varphi_0\cos\delta\cos(\bar{t}^G-\lambda_0)\qquad (\text{XI}.7)$$

$$\cos a'\sin z'=\cos\varphi_0\sin\delta-\sin\varphi_0\cos\delta\cos(\bar{t}^G-\lambda_0)$$
$$-\sin a'\sin z'=\cos\delta\sin(\bar{t}^G-\lambda_0)\qquad (\text{XI}.8)$$

显然 (z') 及 (a') 为球面三角形的元素，該三角形的兩边为 $(90°-\varphi_0)$ 及 $(90°-\delta)$，而此兩边的夾角便是 $(\bar{t}^G-\lambda_0)$。此三角形与該星平位置的三角形（圖 59）相差很小，因此差数：

$$z'-\bar{z}'=\Delta\bar{z}\qquad (\text{XI}.9)$$

为一微小之量，故可写出下式：

$$\cos\bar{z}'=\cos(z'-\Delta\bar{z})=\cos z'+\Delta\bar{z}\sin z'$$

將上式代入(Ⅺ.6)中，經簡化后得：

$$\Delta\varphi \cos a' - \Delta\lambda \cos \varphi_0 \sin a' = \Delta\bar{z}$$

$\Delta\varphi$ 及 $\Delta\lambda$ 可以从两个这样的方程式中解出，每个方程式相当于观测一顆星。

实际上，常是观测两顆以上的星体($s>2$)以資校核，提高成果的精度，并消除某些系統誤差。在这种情况下，$\Delta\bar{z}$ 必須視为**虛拟的观测值**应用最小二乘法进行平差。令 v 为这些虛拟观测值的改正数，对以下指数 $i=1\rightarrow s$ 以表示所观测的每顆星，則有：

$$\Delta\varphi \cos a_i' - \Delta\lambda \cos \varphi_0 \sin a_i' = \Delta\bar{z}_i + v_i \quad (\text{Ⅺ}.10)$$

上述虛拟观测值的权可导出如下。今考慮最普遍的情形：$N>1$，$n>1$，若令 N 或 n 为 1，則所得的公式可应用于其他情形。

將誤差傳播定律应用于（Ⅺ.9及7）同(Ⅺ.3)諸式中，則得：

$$m_{\Delta\bar{z}}^2 = m_{\bar{z}'}^2 + m_{z'}^2$$

$$m_{\bar{z}'}^2 = m_{t^G}^2 \cos^2 \varphi_0 \sin^2 a'$$

圖 59. 經緯度的測定。近似經緯度

$$m_{z'}^2 = \frac{1}{n} m_z^2$$

因此：

$$m_{\Delta\bar{z}}^2 = m_{t^G}^2 \cos^2 \varphi_0 \sin^2 a' + \frac{1}{n} m_z^2 \quad (\text{Ⅺ}.11)$$

將誤差傳播定律应用于(Ⅺ.5及4)两式中，并按§5.1.4略去ΔT，則得：

$$m_{t^G}^2 = m_T^2 = \frac{1}{nN} m_T^2 .$$

此外另有：

$$m_z^2 = m_4^2 + \frac{1}{N} m_5^2 = m_4^2 + \frac{4900}{Nv^2}$$

上式中： m_4 = 讀天頂距的中誤差，包括竪盤水准泡居中的誤差。

m_5 = 垂直对准❶星体的中誤差。

v = 望远鏡的放大倍数。

今引进一个数量 v'，名为**虛拟放大率**，其理由將述于后。令

$$m_z^2 = m_4^2 + \frac{4900}{Nv^2} = \frac{4900}{Nv'^2} \quad (\text{Ⅺ}.12)$$

將这些結果代入(Ⅺ.11)式中，令 $m_T = 0.07^s = 1''.05$，并附加下指数 i，遂得：

$$m_{\Delta\bar{z}_i}^2 = \frac{1}{nN}\left(1.10 \cos^2 \varphi_0 \sin^2 a_i' + \frac{4900}{v'^2}\right)$$

因此 $\Delta\bar{z}_i$ 的权为：

---

❶垂直对准是指上下方向的对准——譯者註。

$$g_i=\frac{m^2\, n\, N}{1.10\cos^2\varphi_0\sin^2 a_i'+\frac{4900}{v'^2}}$$

上式中 m^2 为一自由因子，权是与中誤差的平方成反比的。若用 v' 代替 v，便不难自列綫圖 13（180 頁）讀出該权之值。如果虛拟放大率之值之，則各权之間的差别显然也变小，在很多的情形中，可以允許近似地应用等权($g_i=1$)。

列綫圖是按 $m^2=\frac{10}{nN}$ 而繪的。

从(Ⅺ.12)式可导出：

$$v'^2=\frac{4900\ v^2}{4900+N_4^2 v^2}$$

对于 A 型($m_4=1''.8$，$v=28$)或 B 型($m_4=0''.4$，$v=40$)的仪器，虛拟放大率(v')按各种 N 值計算出来，并列于右表：

类 型	A.	B				
N	1	1	3	5	7	9
v'	23	39	37	36	34	33

从改正方程式(Ⅺ.10)导出法方程式：

$$A\Delta\varphi-B\,\Delta\lambda\cos\varphi_0=G$$
$$-B\Delta\varphi+C\,\Delta\lambda\cos\varphi_0=-H$$

上式中：

$A=[g_i\cos^2 a_i']$　　$G=[g_i\,\Delta\bar{z}_i\cos a_i']$

$B=[g_i\cos a_i'\sin a_i']$　　$H=[g_i\,\Delta\bar{z}_i\sin a_i']$

$C=[g_i\sin^2 a_i']$

解上列法方程式則得：

$$\Delta\varphi=\frac{CG-BH}{AC-B^2};\quad \Delta\lambda\cos\varphi_0=\frac{BG-AH}{AC-B^2}\qquad(\text{Ⅺ}.13)$$

最后：

$$\varphi=\varphi_0+\Delta\varphi\ \text{及}\ \lambda\cos\varphi_0=\lambda_0\cos\varphi_0+\Delta\lambda\cos\varphi_0$$

在上列諸方程式中的方位角(a_i')可按(Ⅺ.8)式計算：

$$-\sin a_i'=\frac{\cos\delta_i\sin(\bar{t}^G-\lambda_0)}{\sin z_i'}$$

本書末附有实际算例($Nr.$ 11)。

11.2.3 精度計算

在求出 $\Delta\varphi$ 与 $\Delta\lambda$ 之后，按(Ⅺ.10)式計算 v_i。从而計算單位权虛拟观測值的中誤差的平方：

$$m^2=\frac{[g_i v_i^2]}{n-2}$$

緯度 φ 中誤差的平方与 $\lambda\cos\varphi_0$ 的內中誤差的平方为：

$$m_\varphi^2=m^2 Q_{11};\ m_{\lambda\cos\varphi_0}^2=m^2 Q_{22}$$

在这些公式中的权数，可以下列的权方程式中解出：

$$AQ_{11}-BQ_{12}=1\qquad AQ_{12}-BQ_{22}=0$$
$$-BQ_{11}+CQ_{12}=0\qquad -BQ_{12}+CQ_{22}=1$$

其解答为：

$$Q_{11}=\frac{C}{AC-B^2};\qquad Q_{12}=\frac{B}{AC-B^2};\qquad Q_{22}=\frac{A}{AC-B^2}.$$

根据§ 5.1.4. $\lambda\cos\varphi_0$ 的外中誤差的平方为：

$$M^2_{\lambda\cos\varphi_0}=m^2_{\lambda\cos\varphi_0}+(q_m^2+q_m'^2\cos^2_{\varphi_0})\cdot m^2_{\Delta T_0}.$$

11.2.4 圖解平差法（定位綫法）

設令：

$$\Delta\varphi=\frac{y_c}{\mu}\text{ 及 }\Delta\lambda\cos\varphi_0=-\frac{x_c}{\mu}\qquad(\text{XI}.14)$$

上式中 μ 为一参量，(XI.10)式可写为：

$$x_c\sin a_i'+y_c\cos a_i'=\mu\,(\Delta\bar{z}_i+v_i)$$

將此式与下式相比較：

$$x\sin a_i'+y\cos a_i'=\mu\Delta\bar{z}_i$$

若 x 与 y 为直角坐标，則此方程式在解析几何学中代表一条直綫。因此共有 s 条綫，每条綫相当于所观测的一顆星。在計算了 a_i' 与 $\Delta\bar{z}_i$，并选擇了一对坐标軸之后，便可（最好在方格綫上）繪上这些綫。❶

从上列公式可知，若观測無誤差，則坐标为 x_c 及 y_c 的 C 点必位于每条綫上：理論上說，C 必为所有这些綫的交点。但实际上观測誤差不会为零($v_i\neq0$)，因此这些綫不会相交在一个点子上。所以 C 点必須用目估法在这些綫之間来找出。按此法确定 C 点位置之后，其坐标 x_c 与 y_c 可讀出，并按(XI.14)式計算 $\Delta\varphi$ 与 $\Delta\lambda$。

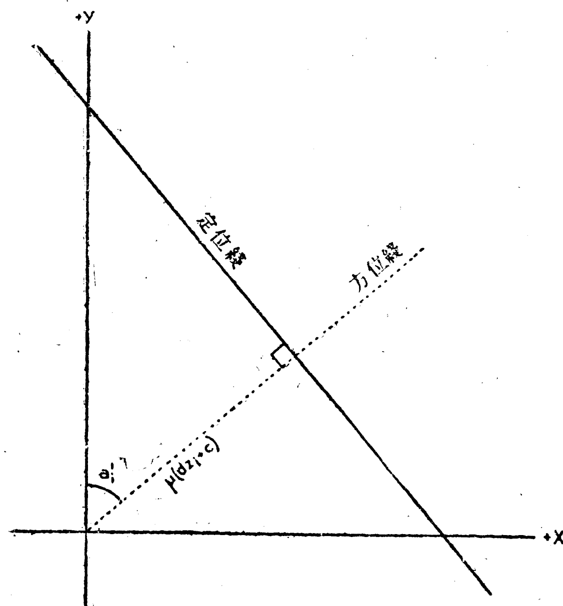


圖 60. 經緯度的測定。方位綫与定位綫

为便利起見，在所有 $\Delta\bar{z}_i$ 上加一自由常数 c；此值須选得够大，以便所有 $(\Delta\bar{z}_i+c)$ 之值为正。

显然，这些綫（定位綫）：

$$x\sin a_i'+y\cos a_i'=\mu(\Delta\bar{z}_i+c)$$

將平行于原定位綫，并与其相距 c。它們也大約与一圓相切，此圓的半徑为 c，圓心在 C 处。当这些定位綫繪上之后，便不难用目估法确定該圓的位置。

簡易的方法，便是在另一張的透明紙上繪一圓，其半徑为 c，然后將此透明紙放在繪有定位綫的圖紙上移动，直至所有的定位綫尽量与此圓相切为止。

如果覚得此圓对于所有的定位綫均不适合，嫌大或嫌小，这便說明有天頂

❶可以看出这些綫原来就是 § 11.1 中所述的定位圓的微小弧段，这些弧段的曲率被忽視。

距的常差。然而，平常天頂距的誤差不会过大，所以仍然可以用該圓来定位，否則必須改变圓的大小。

在繪上一对坐标軸之后（圖 60），画一条細的虛綫与 y 軸夾成 a_i' 角（所謂**方位綫**），在每根方位綫上截取相应的長度 $\mu(\triangle\bar{z}_i+c)$，$\mu$ 数值的选擇，以能使作圖的比例尺方便为宜，例如 $\mu=1\,\mathrm{mm}/1''$ 或 $\mu=2\,\mathrm{mm}/1''$。在截取的長度端点上做一根定位綫垂直于方位綫。

本書末附有实际算例（$Nr.12$）。

圖解法的精度当然受着不可避免的作圖誤差的影响，根据大量观測成果比較之后，我們得出結論認为：由于圖解誤差而获得的經緯度（λ，φ）的中誤差，等于由观測誤差而得到的經緯度的中誤差（作圖比例尺 1 $\mathrm{mm}/1''$）。

11.2.5 星的选擇。精度估算

关于用等高观測确定經緯度的选星理論，詳述于 § 11.3.6 中，可資参考。这个理論也可以适用于任意天頂距測定經緯度法，只要將 v 代以 v'，將 N 代以 nN（参考 149 頁上的脚註）。从这个理論得到一个特殊的应用，兹扼要叙述如下：

§ 11.3.6 中規定选星时应每組选四顆，每組中的星体又須与子午圈及卯酉圈成对称。因此，一組中应在子午圈和卯酉圈之間每象限包含一顆星。其方位角各为：

$$a_1,\ 180°-a_1,\ 180°+a_1,\ 360°-a_1$$

a_1 为第一象限內（北与东之間）星体的方位角，名之为一組的**方位幅**。

关于所需要观測的星体数目的估算方法以及寻找出滿足上述情况的星体的方法，亦將述于 § 11.3.6 中。

如果用任意天頂距法測定經緯度，則問題較为簡單，在許多情形中，观測一組（包括四顆星）也就够了，因为在理論上可以对每顆星进行很多次数的观測。

下表列載每一單独观測組的**方位幅限度**，这是根据上述理論来計算的，m_p 为測站位置的允許誤差。

表 12a

單独一組的方位幅限度

A 型			$m_p=1.0''$
φ_0	N	n	a'
0°	1	6	46°± 3°
60			45 ± 5
B 型			$m_p=1.0''$
0	1	3	45 ± 10
60			45 ± 13
0	3	1	45 ± 8
60			45 ± 11

表 12b

單独一組的方位幅限度

B 型			$m_p=0.5''$		
φ_0	N	n	a'	n	a'
0°	3	4	52°± 2°	5	50°± 8°
60			46 ± 10		45 ± 15
0	5	2		3	50 ± 6
37			49 ± 0		
60			46 ± 4		46 ± 13
0	7	2	51 ± 2	3	49 ± 12
60			46 ± 10		46 ± 17
0	9	2	50 ± 7		
60			46 ± 14		

例：

設測站的近似緯度 $\varphi_0=52°$，应用 B 型仪器，水平絲的数目 $N=5$，測站精度要求为

$m_p=0.5''$。

由表查得每顆星的观测数目为 $n=2$ 或 $n=3$。

当 $n=2$ 时： 若 $\varphi_0=37°$，則 $a'=49°\pm0°$

若 $\varphi_0=60°$，則 $a'=46°\pm4°$

因此按內插法，若 $\varphi_0=52°$，則 $a'=47°\pm3°$。

当 $n=3$ 时： 若 $\varphi_0=0°$，則 $a'==50°\pm6°$

若 $\varphi_0=60°$，則 $a'=46°\pm13°$

因此按內插法，若 $\varphi_0=52°$，則 $a'=47°\pm12°$。

显然，在第二种情况中，方位幅限度的間隔（24°）比第一种情况大(6°)；也就是說便于选星。

11.2.6 系統誤差

系統誤差的主要来源是：

(a)由于異常的折光而引起的天頂距系統誤差 $\mathrm{d}z$。

因为 $\mathrm{d}z$ 与 z 之間的关系通常是不知道的，最好的方法就是观測大約等高的星体；此时天頂距的系統誤差將固定不变。

(b)由于人差等等而引起的錶面时的常差 $\mathrm{d}T'$。

不难算出这些誤差对于 Δz_i 的影响 $\mathrm{d}\Delta z_i$。

由于：
$$\Delta z_i=z_i'-z_i$$

遂有：
$$\mathrm{d}\Delta z_i=\mathrm{d}z_i'-\mathrm{d}z$$

將(Ⅺ.7及5)式加以微分，并改化后得：
$$\mathrm{d}z_i'=-\mathrm{d}T'\cos\varphi_0\sin a_i'$$

將此式代入上式，遂得：
$$\mathrm{d}\Delta z_i=-\mathrm{d}T'\cos\varphi_0\sin a_i'-\mathrm{d}z \qquad (\text{Ⅺ}.15)$$

如果根据 §11.2.4 进行选星，則可近似地得：
$$B=[g_i\cos a_i'\sin a_i']=0$$
$$[g_i\sin a_i']=[g_i\cos a_i']=0$$

將前一式代入(Ⅺ.13)中，并將其結果加以微分；参看前式，遂得：
$$\mathrm{d}\Delta\varphi=\frac{[g_i\mathrm{d}\Delta z_i\cos a_i']}{[g_i\cos^2 a_i']}$$
$$\mathrm{d}\Delta\lambda\cos\varphi_0=\frac{[g_i\mathrm{d}\Delta z_i\sin a_i']}{[g_i\sin^2 a_i']}$$

將(Ⅺ.15)式代入，最后得：
$$\mathrm{d}\varphi=\mathrm{d}\Delta\varphi=0$$
$$\mathrm{d}\lambda\cos\varphi_0=\mathrm{d}\Delta\lambda\cos\varphi_0=-\mathrm{d}T'\cos\varphi_0$$

因此遂有：

(1)天頂距的系統誤差既不影响緯度，也不影响經度。

(2)記时的常差全部影响到經度上去，但对于緯度則無影响。

§ 11.3 多星等高法测定經緯度（高斯方法）

11.3.1 解析平差法

高斯曾設計一个不同于上节所述的方法；他不观测各星体的天頂距及其相应的錶面时，而观测当所选擇的各星体到达了某一固定但屬未知的天頂距的瞬刻，讀記其相应的錶面时，这个天頂距便当做一个未知数加入到計算的程序中。因此共有三个未知数：测站的經度、緯度和天頂距；所以最少必須观测三顆恒星。

高斯方法的实际应用需要一架配备有某一固定天頂距的仪器。显然，一架附有竪盤的普通經緯仪也适合于这个目的；我們可以把它安置在任何我們所需要的天頂距上。然而如果应用一架特殊的仪器，例如一架 30° 或 45° 天頂距的等高仪，可能更加方便些。

我們从公式（Ⅺ.9）开始：

$$\Delta \bar{z} = z' - \bar{z}'$$

其中：

$$\bar{z}' = \bar{z} + \Delta z_1$$

因此：

$$\Delta \bar{z} = z' - \bar{z} - \Delta z_1 \quad (\text{Ⅺ}.16)$$

z' 为相当于所設的經緯度 λ_0 及 φ_0 的天頂距：

$$\cos z' = \sin \varphi_0 \sin \delta + \cos \varphi_0 \cos \delta \cos(\bar{t}^G - \lambda_0) \quad (\text{Ⅺ}.17)$$

上式中：

$$\bar{t}^G = \bar{T} + \Delta T + n - \alpha \quad (\text{Ⅺ}.18)$$

$$\bar{T} = \frac{1}{N}[T_K] \quad (K = 1 \to N) \quad (\text{Ⅺ}.19)$$

$\bar{z}$ 为等高仪的标准天頂距，而 Δz_1 为加于标准天頂距上的改正值，使其相当于 $\bar{T}$。

在 § 6.2.1 中載有 Δz_1 的公式：

$$\Delta z_1 = C_1 \frac{[dz_K^2]}{2N\rho}$$

式中：　N = 每顆星的观测数目。

dz_K = 标准天頂距与恒星在某一观测瞬刻的天頂距之差（$K = 1 \to N$）。

$\rho = 206265''$

$C_1 = \cot a(\tan \varphi \operatorname{cosec} \bar{a} - \cot \bar{a} \cot \bar{z})$

C_1 可以从下列的列綫圖中讀取：

对于擺式等高仪可用列綫圖 6（第 173 頁），

对于 45° 等高仪可用列綫圖 7（第 174 頁），

量 $\frac{[dz_K^2]}{2N\rho}$ 对于所用的仪器为一常数，对于擺式等高仪其値为 0″.22，对于稜鏡等高仪則为 0″.23，精确的数値附載于上述的仪器中。

本节的概述中曾提到將 $\bar{z}$ 視为一未知数。但若假設天頂距为 z_0，它与 $\bar{z}$ 仅略有一些不同，則（Ⅺ.16）式可以写为：

$$\Delta \bar{z} = \Delta z' + \Delta z$$

式中：

$$\Delta z' = (z' - z_0) - \Delta z_1, \quad (\text{Ⅺ}.20)$$

$$\Delta z = z_0 - \bar{z}$$

將上式引进（Ⅺ.10）式中，則得：

$$\Delta\varphi \cos a_i' - \Delta\lambda \cos \varphi_0 \sin a_i' - \Delta z = \Delta z_i' + v_i \qquad (\text{Ⅺ}.21)$$

$\Delta z_i'$ 視为虚拟观测值，按最小二乘法原理，v_i 为其改正值。

为要确定这些虚拟观测值的权，则必須先考虑那一个是真实的观测量：很显然，这就是仪器所表示的天顶距与恒星的天顶距之間的零差(dz)❶。相应于零差的时角，

$$dt = \frac{1}{\cos \varphi_0 \sin a'} dz.$$

將此零差加到(Ⅺ.17)式中的時角，則得：

$$\cos z' = \sin \varphi_0 \sin \delta + \cos \varphi_0 \cos \delta \cos (\bar{t}^G + dt - \lambda_0)$$

从这些公式，我們应用了誤差傳播定律后，便导得：

$$m_{dt}^2 = \frac{1}{\cos^2 \varphi_0 \sin^2 a'} m_{dz}^2$$

$$m_{z'}^2 = (m_{\bar{t}G}^2 + m_{dt}^2) \cos^2 \varphi_0 \sin^2 a'$$

因而：

$$m_{z'}^2 = m_{\bar{t}G}^2 \cos^2 \varphi_0 \sin^2 a' + m_{dz}^2.$$

从(Ⅺ.18及19)及(Ⅺ.20)諸式，我們求得：

$$m_{\bar{t}G}^2 = \frac{1}{N} m_T^2 \text{ 及 } m_{\Delta z'}^2 = m_{z'}^2,$$

將上式代入前式，并令

$$m_{dz}^2 = \frac{1}{N} m_5^2 = \frac{1}{N}\left(\frac{70''}{v}\right)^2$$

$$m_T = 0.07^s = 1''\ 05$$

遂得(附加下指数 $i = 1 \to s$)：

$$m_{\Delta z_i'}^2 = \frac{1}{N}\left(1.10 \cos^2 \varphi_0 \sin^2 a_i' + \frac{4900}{v^2}\right)$$

故($\Delta z_i'$)的权为：

$$g_i = \frac{m^2}{m_{\Delta z_i'}^2} = \frac{m^2 N}{1.10 \cos^2 \varphi_0 \sin^2 a_i' + \frac{4900}{v^2}} \qquad (\text{Ⅺ}.22)$$

式中 m 为一自由常数，而权則与中誤差的平方成反比。

若 $g_i = 1$ 則有：$m^2 = m_{\Delta z_i}^2$

这就証明了 m 可以作为單位权虚拟观测值的中誤差。

这些权的数值可以从列綫圖13(第180頁)中直接讀出，該列綫圖系根据 $m^2 = \frac{10}{N}$ 而繪制的。

令 $\varphi_0 = 0°$，$a_i' = 90°$ 及 $0°$ 为例，則得：

当 $v = 28$ 时：$g_i = 1.34$ 及 1.58

当 $v = 80$ 时：$g_i = 5.3$ 及 12.9

---

❶設观測某二量之差，若其值为零，則此特殊的数值名为零差。零差仅近似为零，因为它受观測誤差的影响——譯者註。

由此可知，如果放大率小时，可以采用等权（通常实用上 $g_i=1$），但若望远镜的放大率很大时，則必須应用不同的权了。

法方程式为：

$$\begin{aligned} A\Delta\varphi-B\Delta\lambda\cos\varphi_0-D\Delta z&=\quad G\\ -B\Delta\varphi+C\Delta\lambda\cos\varphi_0+E\Delta z&=-H\\ -D\Delta\varphi+E\Delta\lambda\cos\varphi_0+F\Delta z&=-K \end{aligned}$$

上式中：

$$\left.\begin{matrix} A=[g_i\cos^2 a_i'] & D=[g_i\cos a_i'] & G=[g_i\,\Delta\,z_i'\cos a_i'] \\ B=[g_i\cos^2 a_i'\sin a_i'] & E=[g_i\sin a_i'] & H=[g_i\,\Delta\,z_i'\sin a_i'] \\ C=[g_i\sin^2 a_i'] & F=[g_i] & K=[g_i\,\Delta\,z_i'] \end{matrix}\right\}\qquad (\text{XI}.24)$$

消去 Δz 后我們便得到所謂**約化方程式**：

$$\begin{aligned} A'\Delta\varphi-B'\Delta\lambda\cos\varphi_0&=G'\\ -B'\Delta\varphi+C'\Delta\lambda\cos\varphi_0&=-H' \end{aligned}$$

式中：

$$A'=A-\frac{D^2}{F}\qquad G'=G-\frac{DK}{F}$$

$$B'=B-\frac{DF}{F}\qquad H'=H-\frac{EK}{F}$$

$$C'=C-\frac{E^2}{F}.$$

从上式可以看出，**約化**法方程式的系数可以由下法**自动**地写出：

(1)略去(XI.21)改正方程式中的$(-\Delta z)$項，并

(2)在这些改正方程式上附加下列方程式：

$$\Delta\varphi\ D-\Delta\lambda\cos\varphi_0\,E=K$$

并給以一个虛拟的权 $-\frac{1}{F}$。

解約化法方程式得：

$$\Delta\varphi=\frac{C'G'-B'H'}{A'C'-B'^2};\quad \Delta\lambda\cos\varphi_0=\frac{B'G'-A'H'}{A'C'-B'^2}.$$

总結：

計算：从观测的錶面时計算 T；

假設：近似值 φ_0、λ_0 及 z_0；

解算：$\bar{t}_i^G=T_i+\Delta T+n-\alpha_i$

$$\cos z_i'=\sin\varphi_0\sin\delta_i+\cos\varphi_0\cos\delta_i\cos(\bar{t}_i^G-\lambda_0)$$

$$\Delta z_i'=z_i'-z_0-\Delta z_1$$

$$\sin a_i'=-\frac{\cos\delta_i}{\sin\bar{z}}\sin(\bar{t}_i^G-\lambda_0).$$

另一方面，方位角 a_i' 可从列綫圖 14 ($\bar{z}=30°$) 或列綫圖 15 ($\bar{z}=45°$) (第 181 頁或 182 頁) 上讀取；

組成：約化法方程式，并从約化法方程式

解出：$\Delta\varphi$ 及 $\Delta\lambda$；

最后：$\varphi=\varphi_0+\Delta\varphi$，$\lambda=\lambda_0+\Delta\lambda$。

如果所設的数值 φ_0 及 λ_0 不大可靠（例如地圖質量不佳，因而所讀得的近似値也不精确），那末最好先从所观測的一組四顆星（最好方位幅为 45° 的一組）初步算出 $\Delta\varphi$ 及 $\Delta\lambda$，以增进 φ_0 及 λ_0 的精度，然后用此修正値进行整个的平差計算。

本書末附有实际算例（$Nr.13$）。

11.3.2 精度計算

从約化法方程式解出 $\Delta\varphi$ 及 $\Delta\lambda$ 之后，計算：

$$\Delta\varphi\cos a_i'-\Delta\lambda\cos\varphi_0\sin a_i'-\Delta z_i'=v_i+\Delta z\equiv v_i'$$

上列公式基本上与(Ⅺ.21)式相同。將所求得的 v_i' 各乘以 g_i，然后相加，便得：

$$[g_i v_i']=[g_i(v_i+\Delta z)]$$

又由于 $[g_i v_i]=0$：

$$[g_i v_i']=[g_i]\Delta z \quad 故 \quad \Delta z=\frac{[g_i v_i']}{[g_i]}.$$

按上式求出 Δz 之后，再計算：$v_i=v_i'-\Delta z$。

于是虛拟观測値的單位权中誤差的平方为：$m^2=\dfrac{[g_i v_i^2]}{n-3}$

緯度 φ 的中誤差的平方，$\lambda\cos\varphi_0$ 的內中誤差的平方，以及 φ 与 $\lambda\cos\varphi_0$ 之間的关联量为：

$$m_\varphi^2=m^2Q_{11},\ m_{\lambda\cos\varphi_0}^2=m^2Q_{22},\ m_{\varphi,\lambda\cos\varphi_0}=m^2Q_{12}$$

权系数 Q_{11} 及 Q_{22} 可从約化权方程式中解出：

$$A'Q_{11}-B'Q_{12}=1 \qquad A'Q_{12}-B'Q_{22}=0$$
$$-B'Q_{11}-C'Q_{12}=0 \qquad -B'Q_{21}+C'Q_{22}=1$$

于是：$$Q_{11}=\frac{C'}{A'C'-B'^2};\quad Q_{12}=\frac{B'}{A'C'-B'^2};\quad Q_{22}=\frac{A'}{A'C'-B'^2}$$

至于 $\lambda\cos\varphi_0$ 的外中誤差的平方則按 § 5.1.4 为：

$$M_{\lambda\cos\varphi_0}^2=m_{\lambda\cos\varphi_0}^2+(q_m^2+q_m'^2)\cos^2\varphi_0 m_{\Delta T_0}^2$$

11.3.3 圖解平差法（定位綫法）

按 § 11.2.4 之理，令：

$$\Delta\varphi=\frac{y_c}{\mu},\qquad \Delta\lambda\cos\varphi_0=-\frac{x_c}{\mu}. \tag{Ⅺ.25}$$

式中 μ 为一任意的量，改正方程式(Ⅺ.21)变为：

$$x_c\sin a_i'+y_c\cos a_i'=\mu(\Delta z_i'+\Delta z+v_i).$$

此式可与下列的按解析几何原理表示的直綫方程式($i=1\to n$)相比較：

$$x\sin a_i'+y\cos a_i'=\mu\Delta z_i'.$$

如果我們画出这些定位綫，那末它們必定与一点 $C(x_c,y_c)$ 相距 $\mu(\Delta z+v_i)$。如果观測無誤差($v_i=0$)，那末所有的定位綫均与 C 点相距 $\mu\Delta z$。在这种情况下可以作一个圓与所有的定位綫相切，該圓的圓心便是所求的 C 点。

由于观測在实际上不能沒有誤差，因此所画的定位綫也不能完全恰好相切于一圓。所以我們只能用目估的方法在这些定位綫之間画一个平均的圓以求 C 点。如果我們預先在許多

張透明紙上画了各种不同大小的圓，便可利用以加速平均圓的确定。

在选擇了一張最适合的圓之后，然后把它放在繪有定位綫的圖紙上，并移动透明紙，使該圓尽量与所有的定位綫都能恰当而平均的相切。用此法确定了 C 点之后，便可讀出坐标，然后按（XI.25）式計算 $\Delta\varphi$ 与 $\Delta\lambda$。

μ 的数值确定圖紙的比例尺，通常令 $\mu=1$ mm/1″ 或 2 mm/1″。在 § 11.2.4 末段已經提到 φ 与 λ 的圖解中誤差大約与观測的中誤差相等。

本書末附有实际算例（Nr 14）。

11.3.4 系統誤差

主要的系統誤差就是由于記时仪的机件迟滯、人差等等所引起的錶面时的常差 $\mathrm{d}T$。在 § 11.2.6 中已指出：

$$\mathrm{d}\,\Delta z_i' = -\mathrm{d}T\cos\varphi_0\sin a_i'$$

欲求此誤差对于 $\Delta\varphi$ 及 $\Delta\lambda$ 的影响，可以微分（XI.24）式中的相应式子，然后將 $\mathrm{d}\Delta z_i'$ 代以上式，遂得：

$$\begin{aligned} \mathrm{d}G &= (g_i\,\mathrm{d}\Delta z_i'\cos a_i') = -B\,\mathrm{d}T\cos\varphi_0 \\ \mathrm{d}H &= (g_i\,\mathrm{d}\Delta z_i'\sin a_i') = -C\,\mathrm{d}T\cos\varphi_0 \\ \mathrm{d}K &= (g_i\,\mathrm{d}\Delta z_i') \qquad\quad = -E\,\mathrm{d}T\cos\varphi_0 \end{aligned}$$

因此

$$\mathrm{d}G' = \mathrm{d}G - \frac{D}{F}\mathrm{d}K = -B'\mathrm{d}T\cos\varphi_0$$

$$\mathrm{d}H' = \mathrm{d}H - \frac{E}{F}\mathrm{d}K = -C'\mathrm{d}T\cos\varphi_0$$

最后

$$\mathrm{d}\varphi = \mathrm{d}\Delta\varphi = \frac{C'\mathrm{d}G' - B'\mathrm{d}H'}{A'C' - B'^2} = 0$$

$$\mathrm{d}\lambda = \mathrm{d}\Delta\lambda = \frac{B'\mathrm{d}G' - A'\mathrm{d}H'}{A'C' - B'^2}\sec\varphi_0 = -\mathrm{d}T$$

結論：記时的常差 $\mathrm{d}T$ 对于緯度沒有影响；而对于經度則不管如何选擇星体，均有全部影响。

其他系統誤差的来源可能是气溫与气压的变化；这就引起了折光的变化，因此便不是固定的天頂距了。这些誤差是可以消除的，只要在观測之中讀几次气压与气溫，然后从这些观測值 Δp 或 $\Delta p'$ 以及 Δt 或 $\Delta t'$ 按 § 4.2 的公式来計算相应的折光变化。

$$\Delta r_1 = +0.075\,\Delta p\tan z \text{ 或 } \Delta r_1 = +1.90\,\Delta p'\tan z$$

$$\Delta r_2 = -0.200\,\Delta t\tan z \text{ 或 } \Delta r_2 = -0.111\,\Delta t'\tan z$$

Δp 以公厘为單位，Δt 以攝氏度为單位；$\Delta p'$ 以吋为單位，$\Delta t'$ 以华氏度为單位；Δr_1 及 Δr_2 則以角秒为單位。这些公式又可化簡为：

当 $z=30°$ 时：

$$\Delta r_1 = +0.04\,\Delta p \text{ 或 } \Delta r_1 = +1.1\,\Delta p'$$

$$\Delta r_2 = -0.12\,\Delta t \text{ 或 } \Delta r_2 = -0.06\,\Delta t'$$

当 $z=45°$ 时：

$$\Delta r_1 = +0.08\,\Delta p \text{ 或 } \Delta r_1 = +1.9\,\Delta p'$$

$$\Delta r_2 = -0.20\,\Delta t \text{ 或 } \Delta r_2 = -0.11\,\Delta t'$$

將这些改正数加到 $\Delta z_i'$ 上去时应注意到正負号。

仪器的系統誤差来源以后將于第十二章中討論。

11.3.5 星的初步选擇

用于高斯的观测方法中的选星工作，如果沒有現成的特殊工具（如星表，列綫圖或其他类似的工具），就非常的繁重。

最簡易的工具就是一本适当的星表。現在我們从一本大家所知道的星表中的一貝，提要摘录一段作为例証：

“60°等高观测定位法星表”（本星表从北緯60°到南緯60°，每隔一度列載着恒星过60°高度圈时的近似地方恒星时及方位角）

（美国哈佛大学地理勘察研究所）。

从本書名称就說明了这些星表是作为观测30°天頂距的星体之用。

星表各行依次列載：

方位角，精确到0.25°；

地方恒星时(L.S.T.)，精确到1^m；

星等；

星号与星座；

赤經到1^m；

备考（A＝美国年历；B＝英国航海年历；C＝法国年历——事实上，所有星表上的星都可以在英国出版的基本星的視位置表FK 3中找到；参考§2.81）。

由于方位角，地方恒星时以及时角均从1925年的平均天文坐标計算出来，因此这些数据仅是近似的，除掉南北緯20°以內的星体外，这些数値与实际数値之差是不大的。

今举一准备观测程序的例子，以說明这种星表的用途。

观测者通常希望在某一个标准时开始观测，哪怕这个标准时是近似到如何程度。在算得相应的地方恒星时之后，首先找一顆星（**控制星**）用作安置仪器的水平度盤，以便讀出眞确的方位角。

为此，在观测程序表上首先塡上测站的近似緯度（湊整到1°），并大約根据所計算的地方恒星时选擇一顆最明亮的星（星等<3为最佳），从这顆控制星的地方恒星时算出最后确定的、开始观测的标准时，也就是算出相应的錶面时。由于亮的星并不太多，因此有时需要將程序表上的观测时間比原来拟定的时候提前或推延一些时候（可能半小时或更多些）。

例。設测站的近似緯度为＋52°。从拟定的开始观测的标准时算得近似地方恒星时为$6^h 20^m$。从星表中找到一顆亮星(α Persei 星等为1.9)將于$6^h 33^m$的地方恒星时經过30°的天頂距，因此我們决定采用此星作为控制星。

現在便可从这顆控制星起，根据§11.3.6所規定的原則选擇所要观测的星。

如果沒有現成的星表，可以按下述步驟进行。今再假設观测者希望在某一特別的标准时开始观测，例如我們假設相应的L.A.S.T.为14^h，而观测者希望在兩小时內完成他的工作，也就是說在L.A.S.T.＝16^h以前完成工作。观测者需要做一張圖表，在此圖上繪出在观测程序首末兩个30°（或45°）天頂距的高度圈在天球上的位置，此兩圓間的面积显然就包含有适合于本目的的一切星体。

設想：

北 緯 53°

方位角	L.S.T.	星等	星	座	赤經	备考
°					H M	
	6					
319½	08	4.8	ι	Cas	2 23	A
56	09	3.9	υ	U Ma	9 46	A
136½	10	1.2	β	Gem	7 41	ABC
142	11	4.2	ν	Gem	7 32	C
330½	11	5.3	36H	Cas	2 32	A
289¾	12	4.1	τ	Per	2 50	A C
248	14	4.1	ξ	Per	3 55	A
28	15	6 0	109B	U Ma	9 52	A
296¼	16	3.9	η	Per	2 46	A
189½	18	4.3	1	Gem	6 00	AB
291½	24	3 1	γ	Per	3 00	AB
341	26	5.5	48H	Cep	3 12	A
103	27	4 7	3097B	A.C.	9 02	C
43¾	29	5.7	32	U Ma	10 13	A
142½	29	5.0	φ	Gem	7 49	A
137½	31	5.0	χ	Gem	8 00	ABC
266½	31	3.9	ν	Per	3 41	A
260	33	3.0	ε	Per	3 53	AB
279¼	34	4.6	σ	Per	3 26	C
283½	34	1.9	α	Per	3 20	ABC
42¾	35	4.9	30H	U Ma	10 19	A
279	46	3.1	δ	Per	3 38	ABC
156¼	49	3.7	κ	Gem	7 40	A
150	51	5.9	ω¹	Cnc	7 57	A
140¼	52	5.2	χ	Cnc	8 16	C
62	55	4.8	36	U Ma	10 26	A
224¾	56	1 8	β	Tau	5 22	ABC
240½	58	2.9	ι	Aur	4 53	ABC
126¾	59	5.6	σ²	Cnc	8 50	A
	7					
114½	02	3.3	40	Lyn	9 17	ABC
304¾	02	4.4	2H	Cam	3 24	A
4	04	6.2	1391	Gro	8 12	C
108½	05	4.6	10	L Mi	9 30	A
133½	05	4.2	ι	Cnc	8 43	A
22¼	06	5.0	9H	Dra	10 30	A
349¾	06	5.3	856	Gro	4 48	C
96	08	5.2	19	L Mi	9 54	A
278¾	12	4.0	c	Per	4 04	A
284¾	18	4.3	λ	Per	4 02	C
50½	19	2.0	α	U Ma	11 00	ABC
91¼	20	3.5	λ	U Ma	10 13	A C
267¾	21	6.1	m	Per	4 29	A
327¾	25	4.7	5H	Cam	3 43	A
61¼	26	2.4	β	U Ma	10 58	ABC
8½	27	4.6	1H	Dra	9 28	A
237½	28	4.9	χ	Aur	5 28	A
95	30	3.2	μ	U Ma	10 18	AB
307¼	31	5.3	9H	Cam	3 51	A
207¾	41	3.2	ε	Gem	6 40	AB
256	42	4.8	μ	Aur	5 09	A C
263	42	3.9	ζ	Aur	4 58	A
35	44	4.1	λ	Dra	11 28	ABC
17½	47	6.3	1508	Bra	10 55	A
263½	47	3.3	η	Aur	5 02	AB
269¾	52	3.7	ε	Aur	4 57	AB
40¼	54	5.5	3	Dra	11 39	A C
260½	55	4.9	λ	Aur	5 14	A C
107¾	57	4.4	31	L Mi	10 24	A

52°

方位角	L.S.T.	星等	星	座	赤經	备考
°					H M	
	6					
136¾	03	4.2	ν	Gem	7 32	C
342½	06	5.5	48H	Cep	3 12	A
70	10	3.3	θ	U Ma	9 29	ABC
291	10	4 1	τ	Per	2 50	A C
54¾	13	3.9	υ	U Ma	9 46	A
297½	13	3.9	η	Per	2 46	A
250½	17	4.1	ξ	Per	3 55	A
137¼	21	5.0	φ	Gem	7 49	A
292¾	22	3.1	γ	Per	3 00	AB
352¾	22	5.3	856	Gro	4 48	C
133	23	5.0	χ	Gem	8 00	ABC
101	26	4.7	3097B	A.C.	9 02	C
26¾	28	6.0	109B	U Ma	9 52	A
268½	31	3.9	ν	Per	3 41	A
285	33	1.9	α	Per	3 20	ABC
262	34	3.0	ε	Per	3 53	AB
280¾	34	4.6	σ	Per	3 26	C
42½	36	5.7	32	U Ma	10 13	A
150	36	3.7	κ	Gem	7 40	A
193	39	3.8	η	Gem	6 11	ABC
41½	42	4.9	30H	U Ma	10 19	A
144¼	42	5.9	ω¹	Cnc	7 57	A
135¼	44	5.2	χ	Cnc	8 16	C
200¾	45	4.3	1	Gem	6 00	AB
280½	46	3.1	δ	Per	3 38	ABC
193½	48	3.2	μ	Gem	6 19	ABC
122¾	53	5.6	σ²	Cnc	8 50	A
61	57	4.8	36	U Ma	10 26	A
306	57	4.4	2H	Cam	3 24	A
129	58	4.2	ι	Cnc	8 43	A
112	59	3.3	40	Lyn	9 17	ABC
	7					
106½	03	4.6	10	LMi	9 30	A
243¾	03	2.9	ι	Aur	4 53	ABC
229¼	04	1.8	β	Tau	5 22	ABC
174½	05	3.5	δ	Gem	7 16	ABC
94	07	5.2	19	L Mi	9 54	A
280¼	11	4.0	c	Per	4 04	A
328¾	15	4.7	5H	Cam	3 43	A
286	16	4.3	λ	Per	4 02	C
89½	20	3.5	λ	U Ma	10 13	A C
269¾	21	6.1	m	Per	4 29	A
20½	23	5.0	9H	Dra	10 30	A
49	24	2.0	α	U Ma	11 00	ABC
308½	26	5.3	9H	Cam	3 51	A
185½	27	3.5	δ	Gem	7 16	ABC
60¼	28	2.4	β	U Ma	10 58	ABC
93	30	3.2	μ	U Ma	10 18	AB
241	33	4.9	χ	Aur	5 28	A
265	43	3.9	ζ	Aur	4 58	A
346¼	43	5.2	19H	Cam	5 11	A
258	44	4.8	μ	Aur	5 09	A C
265¼	47	3.3	η	Aur	5 02	AB
339	49	6.0	35B	Cam	4 40	A
213¾	51	3.2	ε	Gem	6 40	AB
271¾	52	3.7	ε	Aur	4 57	AB
34	54	4.1	λ	Dra	11 28	ABC
105½	55	4.4	31	L Mi	10 24	A
262½	56	4.9	λ	Aur	5 14	A C

本表摘录自60°等高观测星表，并經地理調查研究所的許可。

$$\alpha = \text{L.A.S.T.} - t$$

（其中 t 可正可負），显然，在 L.A.S.T.$=14^h$ 的瞬刻，60°等高圈上一切点的赤經將为：

$$\alpha = 14^h \pm |t|$$

$|t|$ 表示 t 的絕对值，它与测站的緯度及赤緯有关，可以从列綫圖 16（在 $z=30°$ 时）或列綫圖 17（在 $z=45°$）中讀出 $|t|$（第 183 頁及 184 頁）。

取 $\varphi=+24°$ 为例可得：

δ	$\|t\|$	$14^h-\|t\|$	$14^h+\|t\|$
$-6°$	$0^h.00^m$	$14^h.00^m$	$14^h.00^m$
0	1 .14	12 .46	15 .14
+10	1 .52	12 .08	15 .52
+20	2 .09	11 .51	16 .09
+30	2 .12	12 .48	16 .12
+40	2 .00	12 .00	16 .00
+50	1 .17	12 .43	15 .17
+54	0 .00	14 .00	14 .00

如果將这些 α 值和赤緯做縱橫坐标来作圖則得一曲綫，此曲綫表示在 L.A.S.T.$=14^h$ 时，60° 等高圈的位置（圖 61），向右兩小时作出 L.A.S.T.$=16^h$ 的同样曲綫。任何一顆星，如果它的赤經、赤緯剛好等于此圖中非陰影部分某一点的坐标，那末这顆星在观测时間內必到达 30° 天頂距。

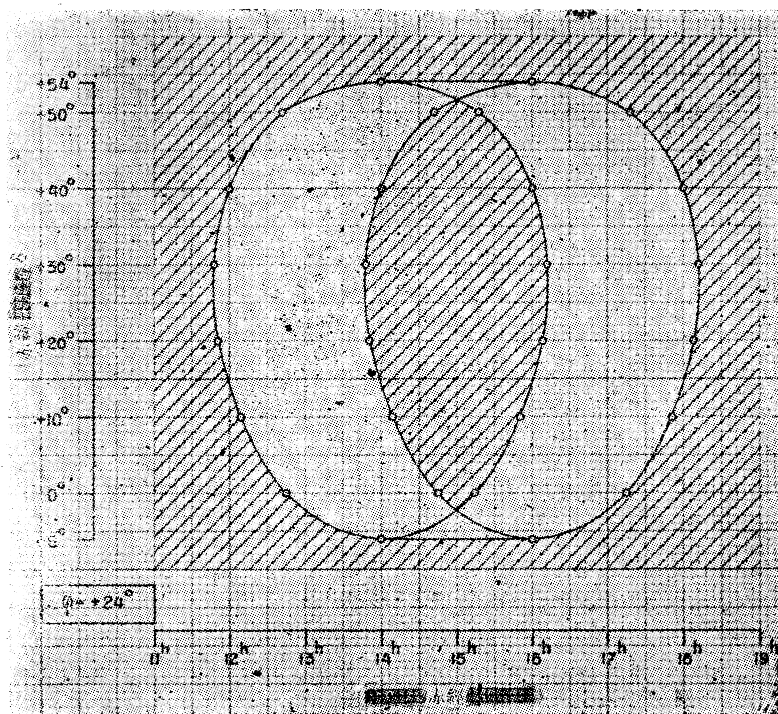


圖 61. 等高法測定經緯度。預先选星

現在很容易找出这些星；拿一本天文年历或“基本星視表”，从所計算的最低的赤緯开始，也就是說从 $11^h\,48^m$ 开始，然后一直选到赤經为 $18^h\,12^m$ 的星。一看便可知道，那一顆星是不适合于圖 61 所示的圖解的。記录下所有适合的星，对于每顆星均可从列綫圖 16 或17（183 頁或 184 頁）讀取其时角，然后預先算出观测时刻；同平常方法一样，从这些时角中导出錶面时。此外，星体的方位角也可以从列綫圖14（$z=30°$）或列綫

圖 15($z=45^\circ$)上讀取，并列入选星表中。

得到这个星表后，就可以根据下节进行最后的选擇。

11.3.6 星的最后选擇

我們的目的是要在所有的方向上以等精度确定測站的位置，也就是說中誤差的曲綫須为圓形，其半徑为 m_p（名为測站的点位中誤差）。要滿足这个目的，必須 φ 与 $\lambda\cos\varphi_0$ 間沒有关联，而且它們的中誤差均为 m_p:

$$m_{\varphi,\lambda\cos\varphi_0}=m^2 Q_{12}=0;\quad m_\varphi^2=m^2Q_{11}=m_p^2$$

$$M^2_{\lambda\cos\varphi_0}=m^2 Q_{22}+(q_m^2+q_m'^2)\cos^2\varphi_0\, m^2_{\Delta T_0}=m_p^2$$

m 为單位权的虛拟观測的中誤差；按（XI.23）式：

$$m^2=\frac{10}{N}.$$

今將其代入上兩式中，并令：

$q_m=q_m'=½$（在兩个时号間的平均观測时刻）

$$m_{\Delta T_0}=0.03^s=0''.45$$

遂得：

$$\frac{10}{N}Q_{12}=0;\quad \frac{10}{N}Q_{11}=\frac{10}{N}Q_{22}+0.1\cos^2\varphi_0=m_p^2 \qquad (\text{XI}.26)$$

从上式我們可按 § 11.3.2 化簡得：

$$B=0 \qquad (\text{XI}.27)$$

为了簡化問題，我們假設能适当地选星，使得：

$$D=E=0 \qquad (\text{XI}.28)$$

則：
$$A'=A,\ C'=C,\ B'=B(=0) \qquad (\text{XI}.29)$$

条件（XI.27—28）可以有几个方法使其滿足。最容易的方法，是选擇四顆星作为一組，而且每組中的星均与子午圈和卯酉圈成对称。于是每組在子午圈与卯酉圈之間的每一象限各包含一顆星，它們的方位角为：

$$a_1,\ 180^\circ-a_1,\ 180^\circ-a_1,\ 360^\circ-a_1 \qquad (\text{XI}.30)$$

因此，按（XI.22）式遂有：

$$g_1=g_2=g_3=g_4$$

下指数 1→4 表示每顆星，而 a_1 为星在第一象限的方位角，叫做**每組的方位幅**（The set's amplitude)。請讀者自己証明条件（XI.27—28）实际上已經滿足。每一組当然并不一定要用同一的方位幅

現在尚須决定的是：

1.需要观測的星的数目或組数；

2.每組星的方位幅。

1.**需要观測的星数**

参考 § 11.3.2 我們可以从(XI.29)式得到：

---

❶这个方法使人联想到与用任意天頂距測定經緯度方法中相类似的法方程式(§ 11.2.2)。因此，若將 N 与 v 代以 nN 与 v'，那末这里的选星步驟也可以应用于那个方法，隨后將再加以解釋。

$$\frac{1}{Q_{11}}=A=[g_i\cos^2\alpha_i'],\quad \frac{1}{Q_{22}}=C=[g_i\sin^2\alpha_i']$$

而

$$g_i=\frac{m^2N}{m_T^2\cos^2\varphi_0\sin^2\alpha_i'+\frac{4900}{v^2}}$$

或更簡單地写出：

$$g_i=\frac{1}{P\sin^2\alpha_i'+R}\qquad (i=1\to s)$$

今以 g_0 及 g_{90} 表示相当于 $\alpha_i'=0°$ 或 90° 时之权，則有：

$$g_0=\frac{1}{R}\ 及\ g_{90}=\frac{1}{P+R}$$

从上面兩式則有：

$$\frac{1}{g_0Q_{11}}=\left[\frac{R\cos^2\alpha_i'}{P\sin^2\alpha_i'+R}\right],\quad \frac{1}{g_{90}Q_{22}}=\left[\frac{(P+Q)\sin^2\alpha_i'}{P\sin^2\alpha_i'+R}\right]$$

因此：

$$\frac{1}{g_0Q_{11}}+\frac{1}{g_{90}Q_{22}}=[1]=s \qquad (\text{XI}.31)$$

或以(XI.26)式中之 Q_{11} 及 Q_{22} 代入上式：

$$Ns=\frac{10}{g_0m_p^2}+\frac{10}{g_{90}(m_p^2-0.1\cos^2\varphi_0)} \qquad (\text{XI}.32)$$

式中：

N＝每顆星的观测数目，

s＝观测的星的数目，

故 $\frac{1}{4}s$ 每四顆星的組数。

公式(XI.32)可用以計算所观测的星的数目(s)，以达到所需要的精度(m_p)。(Ns)之值已按某些 m_p、φ_0（测站的近似緯度）及 v（放大率）之値加以計算，其相应的 g_0 及 g_{90} 值則取自列綫圖 13。其結果列于下表 13 中。

表 13

Ns 表

v	φ_0 \ m_p	0″.5	0″.6	0″.7	0″.8	0″.9	1″.0
28	0°	75	47	33	24	19	15
	30	67	43	31	23	18	15
	60	55	38	28	21	17	14
40	0°	41	25	18	13	10	8
	30	36	23	17	12	10	8
	60	28	19	14	11	9	7
60	0°	23	14	10	7	6	5
	30	18	12	9	6	5	4
	60	13	9	7	5	4	4
80	0°	16	10	7	5	4	3
	30	13	8	6	5	4	3
	60	8	6	4	3	3	2

从13表中可以看出，如果所需要的精度增加，則观測的星数也就迅速增加。同样的也可以看出，一架放大率高的經緯仪远較一架放大率低的經緯仪为經济，因为前者仅需要少量的观測便可。

如果 $N=1$（就是說每顆星仅观測一次），則表中所載的数值即为观測的星数 s，但是我們必須把 s 增加到最接近的4的倍数 s'，以便每組均由四顆星所組成。如果 N 不等于一（也就是說如果每顆星不只观測一次），則表中所列的星数(s)的数值必須再除以 N，然后增加成最接近的4的倍数(s)。

例：

(Ⅰ) $v=28$，$\varphi_0=45°$，$m_p=1''$，$N=1$。

自表中查得：$Ns=14$，因此 $s=14$，湊成16。

故观測的星数为：$s'=16$，也就是四組的四顆星。

(Ⅱ) $v=80$，$\varphi_0=0°$，$m_p=0''.5$，$N=3$。

自表中查得：$Ns=16$，故 $s=5.3$。

于是 $s'=8$，也就是兩組的四顆星。

2. 每組星的方位幅

用上节（Ⅺ.32）式所計算的，或从上表中所讀出的星数(s)，都必須湊成到最接近的4的倍数(s')（除非它本身可被4除尽）。这就意味着实际上所观測的星数(s')总是比理論上的極小値(s)略大，因此便使誤差圓的半徑較 m_p 为小。

另外一种可能性便是放棄測站誤差圓曲綫，而滿足于主軸小于(m_p)的橢圓曲綫。今設想橢圓的軸是南-北与东-西方向（緯度与經度不相关联），后者的条件可以下式表示之❶：

$$m_{\varphi}'^2=\frac{10}{N}Q'_{11}\leqslant m_p^2 \text{ 及 } M'^2_{\lambda\cos\varphi_0}=\frac{10}{N}Q'_{22}+0.1\cos^2\varphi_0\leqslant m_p^2$$

其条件是等式的符号不同时發現，Q'_{11} 与 Q'_{22} 的关系类似于(Ⅺ.31)式，可按下列公式表示之：

$$\frac{1}{g_0Q'_{11}}+\frac{1}{g_{90}Q'_{22}}=s' \qquad (Ⅺ.33)$$

上式也可以化簡为：

$$\frac{1}{Q'_{11}}\geqslant\frac{10}{Nm_p^2} \qquad (Ⅺ.34)$$

和

$$\frac{1}{Q'_{22}}\geqslant\frac{10}{N(m_p^2-0.1\cos^2\varphi_0)}$$

从(Ⅺ.33)式中解出 Q'_{22}，从(Ⅺ.32)式中解出 $(m_p^2-0.1\cos^2\varphi_0)$，并代入上式中，經化簡后遂得：

$$\frac{1}{Q'_{11}}\leqslant\frac{10}{Nm_p^2}+g_0(s'-s)$$

將上式与(Ⅺ.34)相加，并代以：

❶ m、M 及 Q 諸量上附加符号（'），以別于以前所用过的这些量。

$$\frac{1}{Q_{11}}=[g_i\cos^2\alpha_i']=4\sum g_i\cos^2\alpha_i'$$

（上式中$\sum$表示和的符号，它仅是表示自北到东的單独一象限中的各星）

最后得：

$$\frac{10}{4Nm_p^2}\leqslant\sum g_i\cos^2\alpha_i'\leqslant\frac{10}{4Nm_p^2}+\frac{1}{4}g_0(s'-s).\qquad(\text{XI}.35)$$

按（XI.30）式，上式中（α_i'）可視为每組星的方位幅。下表按某些 m_p 及 N 之値列出 $\frac{10}{4Nm_p^2}$。

表 14

$\frac{10}{4Nm_p^2}$						
N \ m_p	0″.5	0″.6	0″.7	0″.8	0″.9	1″.0
1	10.0	7.0	5.1	3.9	3.1	2.5
3	3.3	2.2	1.7	1.3	1.0	0.8
5	2.0	1.4	1.0	0.8	0.6	0.5

現在述叙一个方法，以求每組中的四星，使其滿足上述条件（XI.35）。用上节所述的方法之一进行初步选星，并按其地方恒星时与方位角繪一圖表如圖 62 所示。第一及第三象限星的方位角自左至右，而第二及第四象限的方位角則自右至左。用不同的符号来表示各象限的星（例如圓形或三角形；实的或虛的），这些符号正对着圖 62 下端的每一方位角比例尺。

很明显，構成一組的星的符号必在一垂直綫上，因此，我們只要在一条垂直綫上寻找四个不同符号的星便可編成一組。但实际上并不能像这样的容易办到，因此有时必須放寬一些，甚至可以有 5° 差别的方位角。如果在上表沿着眉头上每隔 10° 的方位角写下（$g\cos^2\alpha_i'$）的値，那末便很容易选擇星組，使其滿足（XI.35）条件，这些（$g\cos^2\alpha_i'$）的数値可从列綫圖 13（第 180 頁）中讀取。

为了說明圖表的用法，我們再度利用上节中的例子；假設观測程序必須在兩小时內結束，观測的各星必須接着控制星（α Persi）之后，在兩小时之中去选擇，也就是在地方恒星时 6^h33^m 与 8^h33^m 之間。在圖表的左边緣上按适当的比例尺加以划分，从星表中（参考 147 頁）緯度为 +52° 的一頁內讀出 L. S. T. 及方位角，然后將表中所列之星均按其相应的記号繪到圖上。例如，可設 $v=28$ 倍，从列綫圖 13（第 180 頁）中讀取（$g_i\cos^2\alpha_i'$），然后繪制圖表的眉头上的分划。

假設測站的点位中誤差需要达到 1″，我們从 150 頁的表上讀得 $Ns=14$，設每顆星仅观測一次（$N=1$），則 $s=14$ 而 $s'=16$。因此所需的組数为 4。

从 152 頁的表中得：

$$\frac{10}{4Nm_p^2}=2.5.$$

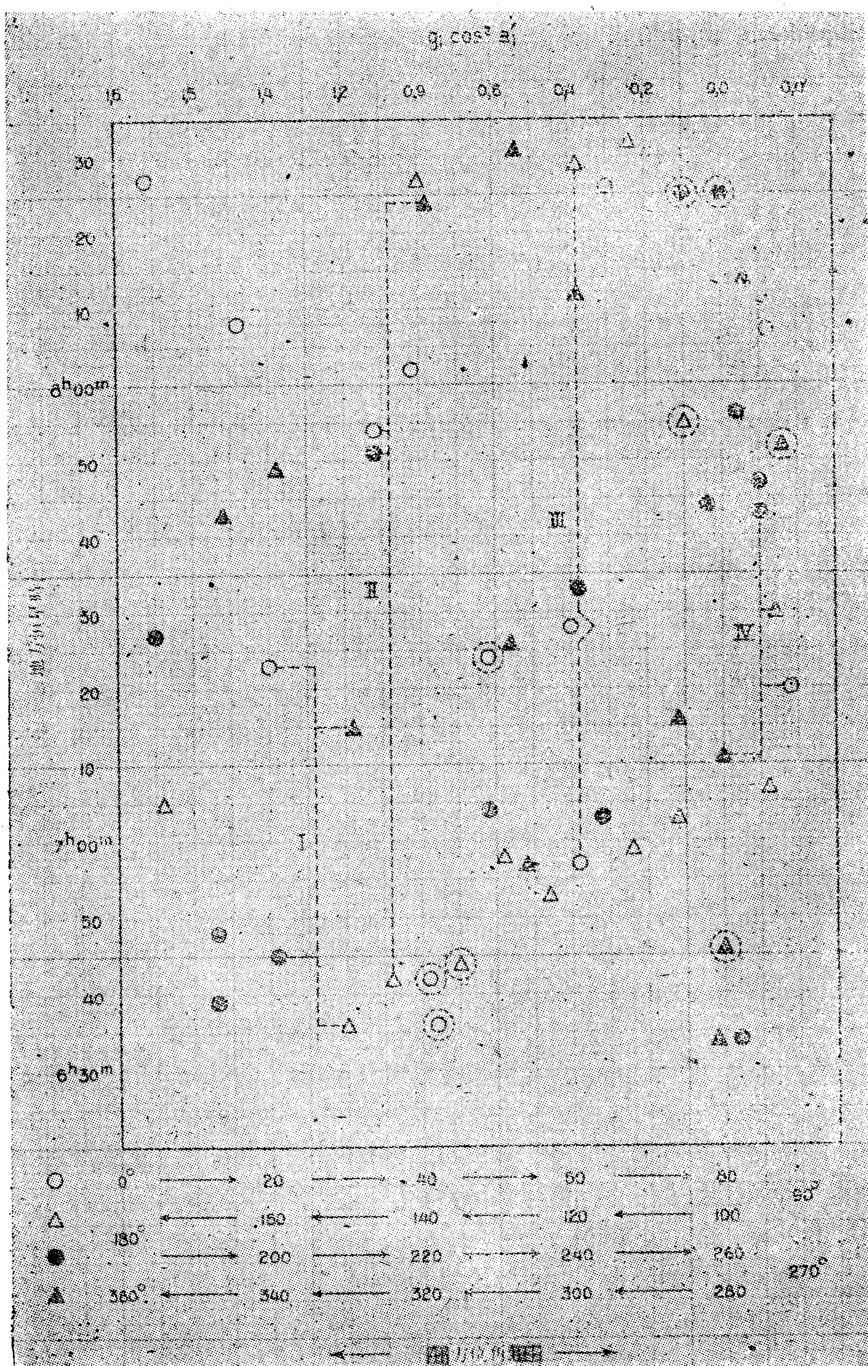


圖 62. 星的最后选擇

$g_0=1.58$（綫圖 13）及 $(s'-s)=2$，則条件（Ⅺ.35）为：

$$2.5\leqslant\sum g_i\cos^2 a_i'\leqslant 3.3 \qquad (Ⅺ.36)$$

然后我們再回到圖表上去，找滿足上述条件的四組星。其結果以联接每組星的虛綫表示之。

在眉头上讀出其分划数：

第一組 $g\cos^2 a'=1.3$

第二組 $g\cos^2 a'=1.0$

第三組 $g\cos^2 a'=0.4$

第四組 $g\cos^2 a'=0.0$

$$\therefore\sum g_i\cos^2 a_i'=2.7$$

在星表中找出所选得的 16 顆星的数据，并从 L. S. T.（設对于地方恒星时的錶差为 3^h22^m）計算其近似的錶面时，遂制成下列的观測程序表：

錶面时		a_i'	地方恒星时	星等	星座		附註
观測的	近似的						
	$3^h.14^m$	150°	$6^h.36^m$	3.7	κ	双子座	
	20	$144\frac{1}{4}$	42	5.9	ω′	巨蟹座	
	23	$200\frac{3}{4}$	45	4.3	1	双子座	
	35	61	57	4.8	36	大熊座	
	49	$230\frac{1}{4}$	$7^h.11^m$	4.0	c	英仙座	
	53	$328\frac{3}{4}$	15	4.7	5H	鹿豹座	
	58	$89\frac{1}{2}$	20	3.5	λ	大熊座	
	$4^h.01^m$	$20\frac{1}{2}$	23	5.0	9H	天龙座	
	08	93	30	3.2	μ	大熊座	
	11	241	33	4.9	χ	御夫座	
	21	265	43	3.9	ξ	御夫座	
	29	$213\frac{3}{4}$	51	3.2	Σ	双子座	
	32	34	54	4.1	λ	天龙座	
	50	$299\frac{1}{2}$	$8^h.12^m$	5.4	4	鹿豹座	
	$5^h.02^m$	$319\frac{1}{4}$	24	4.4	9	鹿豹座	
	07	$118\frac{1}{4}$	29	4.8	37	小獅座	

上表也可以用来記录观測的成果，只要再加兩行，一行記載观測时刻，另一行作为附註。如果应用記时仪，那末第一行便可作为登記以后从記录上所讀取的錶面时。

讓我們現在再看一看（Ⅺ.36）的条件。間隔(2.5→3.3)是偶然由于这一事实产生的，就是从 150 頁表中所讀得的星数 (s) 必須增加到最接近的四的倍数 (s')。如果所产生的間隔太小，最好还是特地把 (s) 放大到次一个接近的倍数（許可增加观測的数目），有时用較大的間隔易于选星。

有时（当采用一架高放大率的望远鏡）只要一組的四顆星 $(s=4)$ 便够了。在此情形下（Ⅺ.35）的条件便簡化为：

$$\frac{10}{4Nm_p^2}\leqslant g\cos^2 a'\leqslant\frac{10}{4Nm_p^2}+\frac{1}{4}g_0(4-s).$$

按上式所求出的(a')的極限值，便是單独一組的極限方位幅。

对于某些情形，如§12.2.5及§12.3中所設应用放大率$v=80$的仪器时，計算这些極限方位幅，其結果載于下表中。

表 15

單独一組的方位幅限度

$v=80$	$m_p=1''.0$		$m_p=0''.5$			
φ	N	a'	N	a'	N	a'
0°	5	43°±10°			5	48°± 8°
31			3	49°± 0°		
60		44 ±16		45 ±11		44 ±19

本章最后指出一些从圖62的圖表中进行选星的方法。

1.由于30°天頂距的东西两部分的星多于南北两部分，在圖表中星的分佈的密度通常自左到右增加，因此我們建議按下列次序选擇星組。

联接所选擇的星的联綫（即62圖中的虛綫）必須用鉛笔来画，以便在以后需要时可用橡皮擦去。

2.两个相連接着的观測之間必須有充足的間隔，通常以2—3分鐘为适宜。因此，选擇每一顆星时便可同时决定消去其他的星。在圖表中可以在所有去掉的星上画一圓圈以表示之。

在62圖中这个圓圈是用虛綫画的；但实际上則用鉛笔来画。

3.亮的星（低星等）較弱的星容易观測（高星等）但观測太亮的星(星等<1)則不易精确，这是由于在望远鏡的視野中所看到的星影不是一个清晰的几何点子而是一个圓圈。

4.所选擇的星，必須为天文年历中所現有的；否則需要冗長的計算从平坐标导出視赤經与視赤緯。在子午圈两旁20°的星应刪而不用。

按上法选星只需要少許經驗，而且費时不多。但是在勘探測量中可能沒有选星的机会，在此情形下，建議观測大量的星（例如40—50）均匀地分佈于各方位角上。以后再用上述的方法从这些观測中选擇出足够的星数。

第十二章　恒星等高測定經緯度的特殊仪器

§ 12.1　概　　述

一架裝有豎盤的普通經緯仪虽然在理論上可以应用于高斯方法，但仍然有一些特殊的仪器設計出来，用其他的裝配代替豎盤，以便于观測，并提高精度。不过这些仪器有一个缺点，就是它們不能用于其他的天文或大地工作。

这些特殊仪器包括有附加稜鏡的普通經緯仪；它們有着上述的方便与不方便之間的折衷优点。

假設有大量的測站，其位置必須用高斯方法来測定或者某些測站的位置必須精密的測定，那末以应用特殊的仪器为宜。假設測站的数目不多，精度也不需要太高，則采用附有等高稜鏡的經緯仪也就够了。

下面数节中將叙述兩种类型的仪器：稜鏡等高仪（作为一架仪器或是一种附件）及摆式等高仪。

§ 12.2　30°稜鏡等高仪

12.2.1　概　述

稜鏡等高仪約在1900年为兩位法国的科学家克劳(Claude)及德延谷(Driencourt)所發明，他們当时还不知道瑞士天文学家貝克（Beck）在1892年早已發現这种仪器的原理。等高仪的名称导源于裝在望远鏡物鏡前面的一种等边稜鏡。在叙述等高仪之前，先研究一下等边稜鏡的特性，此处假設讀者已熟識折射与反射的原理。

12.2.2　等边稜鏡

PQR（圖63）为稜鏡的剖面圖。圖中表示兩支光束的綫路，在稜面PQ与RP上以某一定的投射角射入稜鏡，使其透过稜鏡后都变成平行光綫，即

$$\gamma_3=\gamma_4.$$

光綫1及2各在RP及PQ面上，R与P及P与Q中間的S与T点上反射出去；由于这些光綫与稜鏡的剖面相对称，显然可知：

$$\gamma_1=\gamma_3 \text{ 及 } \gamma_2=\gamma_4$$

再根据前面的式子便得：

$$\gamma_1=\gamma_2$$

此式說明着光綫1与2以相等的角度射入PQ与RP兩稜面。由于这兩个稜面的夾角（即P点的外角）是120°，故此兩条光綫間的夾角亦必为120°。对于兩支光束亦同样眞确，因为每束的所有光綫原是假設其相互平行的。

結論：等边稜鏡可作为量測由兩束光綫所夾的120°的角度，只須观測光束透过稜鏡后是否平行。

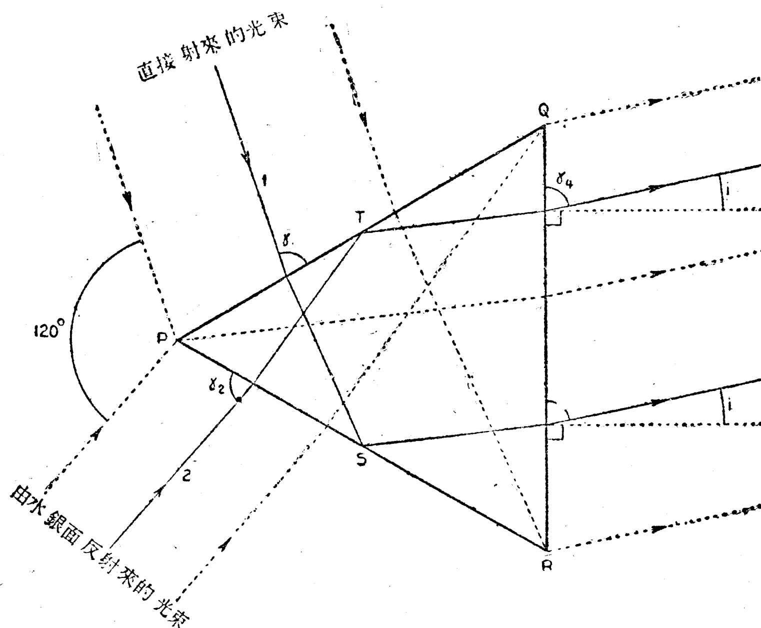


圖 63. 透过等边稜鏡的兩支光束的綫路

12.2.3 用于經緯仪上的附加稜鏡

圖 64 表示一个附加稜鏡裝到經緯仪上。等边稜鏡 a 裝在一个可套在物鏡上的軸环 b 內，此稜鏡的一面对着物鏡的透鏡。一个汞和了的水銀盤子 c 与軸环連接一起，并适位于稜鏡的前稜之下。在水銀盤上可以加上一个平行平面的玻璃盖或金屬罩以防風与灰塵。

操作过程如下：

1.按着通常的方法將經緯仪置平。

2.將望远鏡对准某一顆明亮的星調置焦距，嗣后即不許再动焦距；

3.讀豎盤以使望远鏡水平。

4.將附加稜鏡裝到望远鏡上，并旋轉軸环，直至圓匣水准器 d 的气泡居中。然后旋紧止动螺旋 e。

5.調节螺旋 f，g 及 h，使稜鏡的后稜面垂直于望远鏡的視綫。此法將叙述于 § 12.2.4中。

6.再讀一讀豎盤，以檢查望远鏡是否水平。

7.將水銀佈滿于水銀盤中。

8.欲使水銀面清潔，可用一根玻璃棒扫过水銀面，同时將棒子繞着縱軸旋轉，其方向与扫过水銀面的方向相反。这样玻璃棒便可收集浮渣和灰塵。然后用一塊麂皮將棒擦干淨，再重复几次，直至水銀面完全成为鏡面为止。

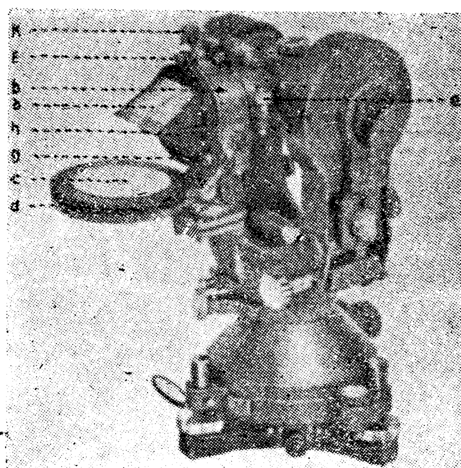


圖 64. 配在一架 T2 經緯仪上的稜鏡附件

9.如果需要，可盖上一个風罩或玻璃盖。

10.开始观測。

光綫的路程表示于圖 65 中。从某一顆星来的一支光束射进稜鏡的上稜面，而另一支从同一顆星来的光束則經过水銀面反射后，射下稜面。每一支光束在望远鏡的十字絲平面（焦面）上产生一个星影；圖中以一圓圈表示某一星影，而以圓点表示另一个星影。

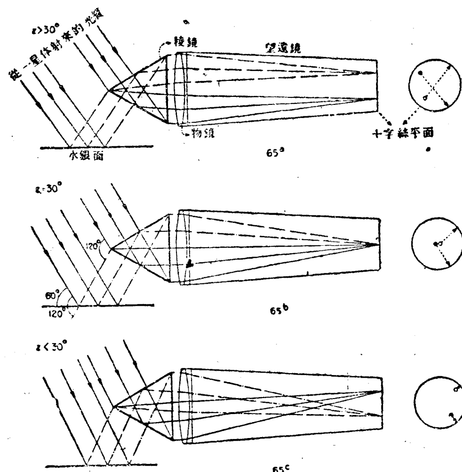


圖 65. 稜鏡等高仪的光学系統

65a，b 及 c 三个圖表示星影的順序位置，其天頂距从大于 30° 减少到小于 30°。从光学定理可知，当兩支光束透出稜鏡的后稜面之后，平行的射进物鏡，則此兩顆星必相重合。这种情形以中間的一圖（65b）表示之，但必須認識到星形并不完全恰好重合，而是非常接近地交錯而过。我們可以这样調节螺旋k（圖64），使稜鏡繞望远鏡的光軸輕微地旋轉，使得星形尽量互相靠近，以增加观測的精度。

按§12.2.2，进入稜鏡上、下兩个稜面的光綫構成120°。因此，光綫与水銀面之間的夾角是 60°（見圖 65b），亦即星的高度到达 60°（天頂距为 30°）。

因此观測者所需要做的，仅是当兩个星影如圖 65b 中所示那样接近的相互交叉而过的瞬刻記下錶面时，这一瞬刻便是星体到达 30° 天頂距的时刻。

12.2.4 稜鏡的校正

在§12.2.2中我們曾經假定：

1.稜鏡的P角恰好是 60°；

2.光綫必須在稜鏡的垂直剖面內，或者換句話說，这个剖面与所观測的星体的垂直面相重合。

但在实际工作中，沒有一个假定可以滿足。根据克劳与德延谷的研究，如果：

（1）稜鏡的后稜面与望远鏡的視綫相垂直；

（2）望远鏡大致水平；

（3）視綫的方位适宜，能使兩个星影的重合最大不得离开豎絲2′.5。

則对天頂距的影响將小于 0″.1，因此可以略而不顧。

利用自动准直的作用校正稜鏡，使滿足上述的第一个条件。拿掉平常的目鏡，裝上自动准直的目鏡。这个目鏡配有电灯以照明十字絲，因此可以直接看到十字絲，也可以看到从稜鏡后稜面反射的十字絲影像。利用螺旋 f，g 及 h（圖 64）移动稜鏡便可进行校正，使得直接看到的十字絲与其反射影相重合。如果反射影不够清楚，便可將望远鏡傾斜 30°之后，在稜鏡的上稜面放一面小小的反光鏡。

校正之后，可將自动准直目鏡移去，再將平常的目鏡裝上。

12.2.5 稜鏡等高仪

在圖 66 中所示的稜鏡等高仪是一种适用于高斯方法的特殊仪器。它有兩个目鏡。上面的一只是 30 倍的寻星目鏡；其視場为 1°36′。下面的一只为观測目鏡；其放大倍数为

80，其視場为26′。一个小稜鏡用一根槓桿来开动，使得只有一个目鏡可以应用：將星影置于寻星目鏡視場中央之后，拉回槓桿，使得只能經过下面的一只观测目鏡以观测星体。由于仪器裝有电灯以照明十字絲平面(reticule)，所以稜鏡的改正是容易的，并可迅速檢查，無需特殊的自动准直（auto-collimation)目鏡。

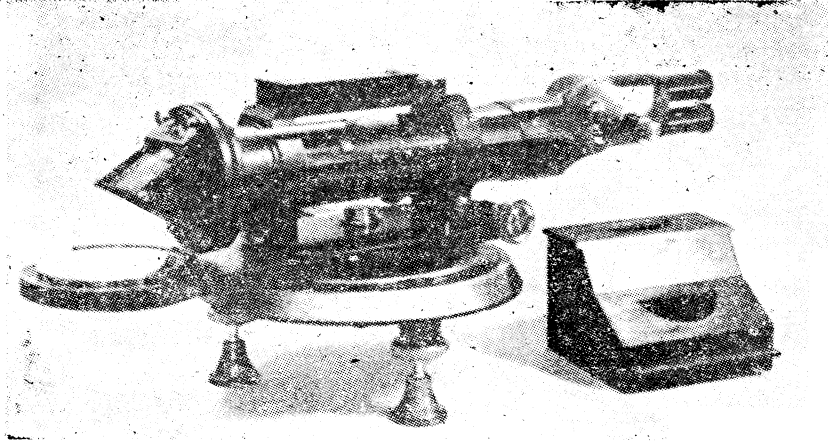


圖 66. 稜鏡等高仪（法国巴黎，精密光学机械厂出品）

§ 12.3 擺式等高仪

12.3.1 構造原理

擺式等高仪（圖 67）为美国天文家威里斯(Willis)所發明。这种仪器不像稜鏡等高仪那样用水銀面，而用一面平的悬擺式的金屬鏡来表示水平面，仪器也就因此得名。望远鏡仅構成一个星影，也沒有任何稜鏡。

光綫的路程表示于圖 68 中。孔徑为 53mm 的物鏡接受天頂距約为 30° 的星体所放射来的光束，被一面悬掛鏡反射后，經过一个“巴尔楼(Barlow)”透鏡，[1] 焦聚在一面刻着十字絲的玻璃上，最后透过目鏡到达观测者的眼中。照明系統的裝配，是使得目鏡对准焦距之后，曲綫与星影显現在黑暗的背景上。在观测开始之后，即不可改动此焦距。望远鏡的放大率为 80 倍。

十字絲玻璃片上刻有五根各代表着固定天頂距的曲綫。根据所需要的精度，观测星影經过一根、三根或五根曲綫而記下各相当的时刻。如果观测多于一根时，則在計算中应用平均时刻。

支持着反光鏡的架框是用彈簧来悬掛起。用悬掛在固定于仪器底盤上的兩个不动的标翼之間而牢接于擺台底的十字标翼，以阻尼空气。[2]

在观测望远鏡左側裝有一个寬視場的、放大倍数为十一的寻星望远鏡，以寻找星体，特別在观测剛开始而水平度盤的方位尚未完全校正好的时候。

此仪器裝有一只罗盤，如果已知地方的磁偏角，便可用以定水平度盤的方向。

---

[1] 巴尔楼透鏡由兩个透鏡所組成，具有負的焦距——譯者註。

[2] 在擺式等高仪的悬擺部分有兩个互相垂直形成十字的标翼以抵抗空气，因此可使擺动的物体趋于靜止。另外在仪器的底盤上也有兩个不动的标翼——譯者註。

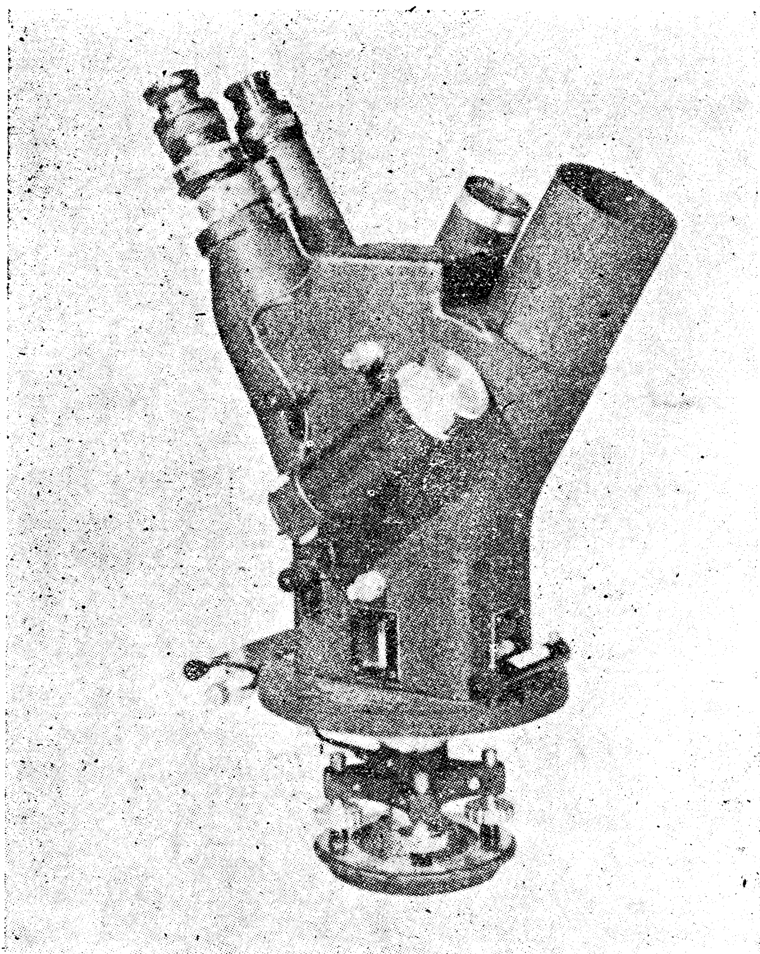


圖 67. 摆式等高仪（美国 David White Company, Milwaukee. Wisc. 出品）

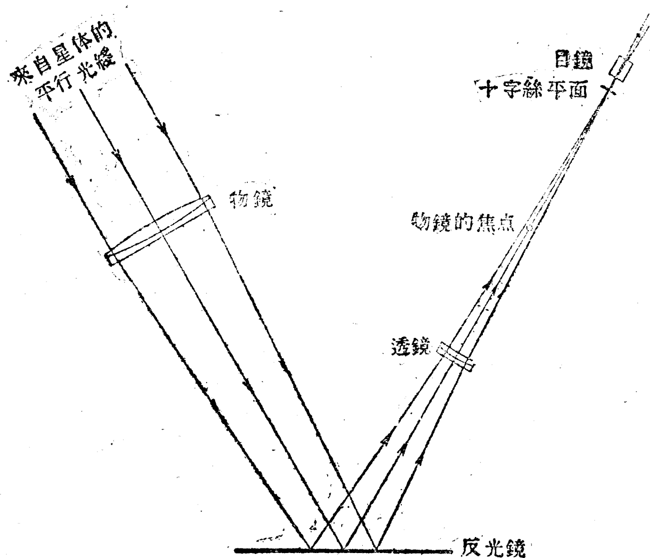


圖 68. 摆式等高仪的光学系統

12.3.2 自动改正的特性

巴尔楼透鏡在物鏡的焦面上構成了十字綫的虛像。連接物鏡中心与"虛十字綫"任意点的反射影的直綫就是視綫。

圖69表示仪器傾斜时視綫的移动。O 为物鏡中心的位置，L 为虛綫十字綫上一点的位置，且 L' 为其反射影。因此 OL' 为一視綫。下指数 1 与 2 表示傾斜的兩种情况。

为了簡化草圖，傾斜的中心假設即为 C 点，机械地在 O 与 L 之間，其与反光鏡的距离仍为常数；这种假定当然沒有任何限制的意义。

可以看出視綫的高度角大約为一常数，如果仪器裝有灵敏度为每格 1′ 的兩个管狀水准器，而仪器的置平又精确到一格，則天頂距的稳定性約为 0″.1。

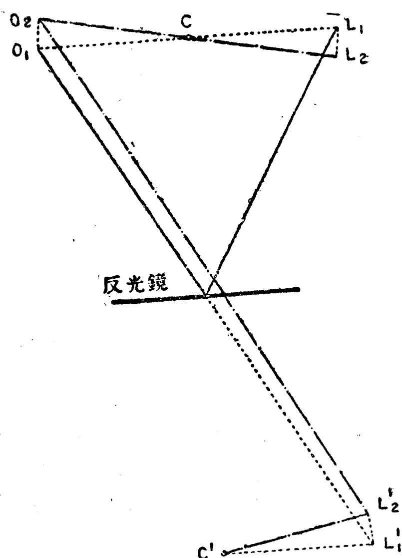


圖 69. 摆式高等仪的自动改正性質

§ 12.4 45° 稜鏡等高仪

12.4.1 概 述

45° 稜鏡等高仪（圖 70）系 1930 年英国海軍貝克(Baker)上校所設計。此仪器与上述的等高仪主要不同之点，在于所观測星体的天頂距是 45°。其便利之处就是可观測的星体較多，因为星体过 45° 等高圈的数目較之过 30° 等高圈者为多。这就是說，因为可观測的星易于选擇，也較有效，因此观測程序一般也就縮短。但是另一方面，在叢林地区則必須砍伐較多的树木。

12.4.2 構造原理

在望远鏡物鏡前面放一个五边形的稜鏡，在此稜鏡上粘貼一个三角形(楔形)稜鏡，使得五边形稜鏡的兩个面互相平行（圖71）。五边形稜鏡的兩个反射面鍍上薄銀，但在兩个稜鏡間的内面上有一塊面积約为物鏡直徑的 $\frac{2}{3}$ 的圓形面积去掉銀面。在稜鏡前下方安置一个水銀盤。

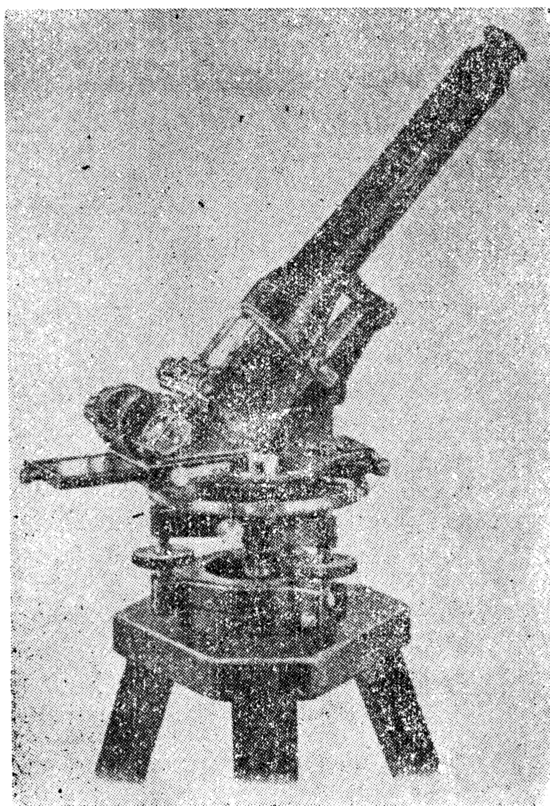


圖 70. 45° 稜鏡等高仪（英国倫敦 Cooke, Troughton and Simms 厂出品）

从 45° 天頂距的星体所發出的光綫可以从兩条綫路进入望远鏡中：（1）經过五边形稜鏡的鍍銀面兩次反射之后；（2）經水銀平面反射之后，透过稜鏡塊沒有鍍銀的圓孔部分。前一束光綫受到兩次的反射，后一束光綫仅反射一次。由于恒星的上升或下降，此兩支透入的光束便在相反的方向上移动。当这兩支光束在竪絲上重合时，立即讀下或記下錶面时。

一个簡單的光学附件，可供准确观測星影的重合。插进一个微偏光稜鏡，遮盖着前一支光束的半个口徑，因此有一半的光束向旁側偏移，使得一星变为双影。进行观測时，使得由水銀面反射的星影在双星影之間通过，于是当三个星影适在一直綫上时記取时刻。記录这种“接触”的精度較之观測兩星影为高。

另有一种附件可供对一顆星进行多次的观測。这种附件包含有一組三个稜鏡，其偏差

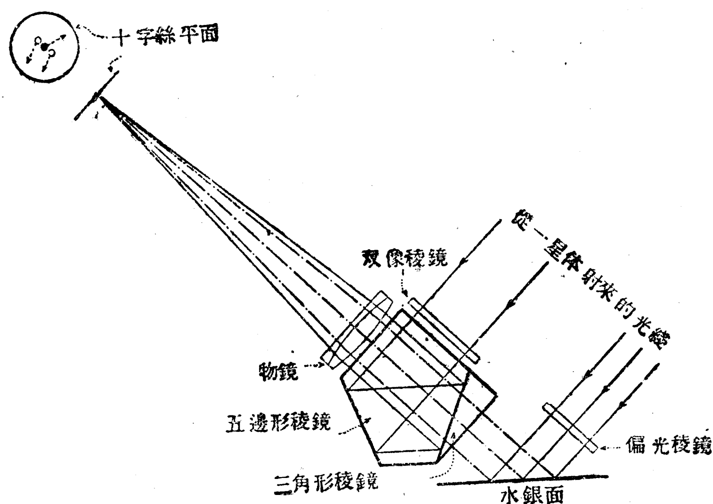


圖 71. 45°等高仪的光学系統

角（Deviation）各为 3′、9′ 及 15′。这些稜鏡安置在水銀盤上前方的第二束光綫的綫路上（圖71）。这三个稜鏡并排地裝在一个可滑动的框架上，可以水平地把它們依次推进到水銀面的上前方，使得其中的任意一个偏光稜鏡可以恰好挡着第二束光綫。这个滑动框架还可以翻轉过来以产生相反的偏光作用。因此每顆星可以观测六次，也就是各在标准天頂距上下各 1′.5、4′.5 及 7′.5 的天頂距上观測。在观測每顆星的过程中必須用水平微动螺旋慢慢轉动仪身的方位，使得六次的观測均在豎絲兩旁各 5′ 的范圍內。

望远鏡的放大倍率为 25，孔徑为 35mm。仪器附有每度刻划的水平度盤，沒有螺旋，而是借摩擦力来固定或轉动仪器的。借助于磁針仪，可以安置仪器以讀取方位角。

缺 页

折 光 系 数 R 表

表 2

$r=\frac{p}{270+t}R$ (§ 4.2)　　　p 以 mm 为單位　　　t 以攝氏一度为單位

h	R	每 1′ 之差 10^{-4}	h	R	每 1′ 之差 10^{-4}	h	R	每 1′ 之差 (10^{-4})
15°	78.35		41°	24.52		67°	9.06	
		—828			—140			— 73
16	73.38		42	23.68		68	8.62	
		—740			—137			— 72
17	68.94		43	22.86		69	8.19	
		—662			—130			— 70
18	64.97		44	22.03		70	7.77	
		—598			—125			— 70
19	61.38		45	21 33		71	7.35	
		—542			—122			— 68
20	58.13		46	20.60		72	6.94	
		—493			—118			— 68
21	55.17		47	19.89		73	6.53	
		—452			—113			— 68
22	52.46		48	19.21		74	6.12	
		—415			—112			— 67
23	49.97		49	18.54		75	5.72	
		—383			—107			— 67
24	47.67		50	17.90		76	5.32	
		—355			—105			— 65
25	45 54		51	17.28		77	4.93	
		—330			—102			— 65
26	43.56		52	16.67		78	4.54	
		—308			— 98			— 65
27	41.71		53	16.08		79	4.15	
		—287			— 97			— 65
28	39 99		54	15.50		80	3.76	
		—270			— 93			— 63
29	38.37		55	14.94		81	3.38	
		—253			— 92			— 63
30	36.85		56	14.39		82	3.00	
		—238			— 88			— 63
31	35.42		57	13.86		83	2.62	
		—227			— 87			— 63
32	34 06		58	13.34		84	2.24	
		—213			— 87			— 62
33	32.78		59	12.82		85	1.87	
		—202			— 83			— 63
34	31.57		60	12.32		86	1.49	
		—192			— 82			— 60
35	30.42		61	11.83		86.5	1.31	
		—183			— 80			— 63
36	29.32		62	11.35		87	1.12	
		—175			— 78			— 63
37	28.27		63	10.88		87.5	0.93	
		—167			— 78			— 60
38	27.27		64	10.41		88	0.75	
		—158			— 77			— 63
39	26.32		65	9.95		88.5	0.56	
		—153			— 75			— 63
40	25.40		66	9.50		89	0.37	
		—147			— 73			— 60
41	24.52		67	9.06		89.5	0.19	

例:

$h=46°11'$　　　　$R=20.47$

$p=754.3$ mm

$t=+17°.6$ C.

$r=\frac{754.3}{287.6}\times 20.47=53''.7$

折 光 系 数 R' 表

表 3

$r=\frac{p'}{454+t'}R'$ (§ 4.2)　　　p' 以吋为單位　　　t' 以华氏一度为單位

h	R'	每 1′ 之差 10^{-2}	h	R'	每 1′ 之差 10^{-2}	h	R'	每 1′ 之差 (10^{-2})
15°	3582	—378	41°	1121	—63	67°	414	—33
16	3355	—338	42	1083	—63	68	394	—33
17	3152	—302	43	1045	—58	69	374	—32
18	2971	—275	44	1010	—58	70	355	—32
19	2806	—247	45	975	—55	71	336	—32
20	2658	—227	46	942	—55	72	317	—30
21	2522	—205	47	909	—52	73	299	—32
22	2399	—190	48	878	—50	74	280	—30
23	2285	—175	49	848	—50	75	262	—32
24	2180	—163	50	818	—47	76	243	—30
25	2082	—150	51	790	—47	77	225	—28
26	1992	—142	52	762	—45	78	208	—30
27	1907	—132	53	735	—43	79	190	—30
28	1828	—123	54	709	—43	80	172	—30
29	1754	—115	55	683	—42	81	154	—38
30	1685	—108	56	658	—40	82	137	—28
31	1620	—105	57	634	—40	83	120	—30
32	1557	— 97	58	610	—40	84	102	—27
33	1499	— 93	59	586	—38	85	86	—30
34	1443	— 87	60	563	—37	86	68	—27
35	1391	— 83	61	541	—37	86.5	60	—30
36	1341	— 80	62	519	—35	87	51	—30
37	1293	— 77	63	498	—37	87.5	42	—27
38	1247	— 73	64	476	—35	88	34	—27
39	1203	— 70	65	455	—33	88.5	26	—30
40	1161	— 67	66	434	—33	89	17	—27
41	1121		67	414		89.5	9	

例:

$h=46°11'$　　　　$R'=936$

$p'=29''.70$

$t'=63°.7F.$

$r=\frac{29.70}{517.7}\times 936=53''.7$

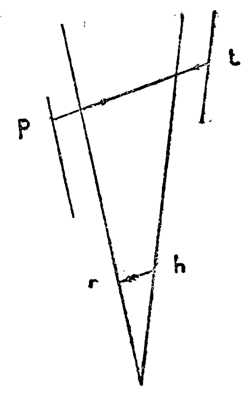
表 9

$m=2\ \rho \sin^2 \frac{1}{2}\tau$

τ	0m	1m	2m	3m	4m	5m	6m	7m	8m	9m	10m
s	″	″	″	″	″	″	″	″	″	″	″
0	0.00	1.96	7.85	17.67	31.42	49.09	70.68	96.20	125.65	159.02	196.32
1	0.00	2.03	7.98	17.87	31.68	49.41	71.07	96.66	126.17	159.61	196.97
2	0.00	2.10	8.12	18.07	31.94	49.74	71.47	97.12	126.70	160.20	197.63
3	0.00	2.16	8.25	18.27	32.20	50.07	71.86	97.58	127.22	160.80	198.28
4	0.01	2.23	8.39	18.47	32.47	50.40	72.26	98.04	127.75	161.39	198.94
5	0.01	2.31	8.52	18.67	32.74	50.73	72.66	98.50	128.28	161.98	199.60
6	0.02	2.38	8.66	18.87	33.01	51.07	73.06	98.97	128.81	162.58	200.26
7	0.02	2.45	8.80	19.07	33.27	51.40	73.46	99.43	129.34	163.17	200.92
8	0.03	2.52	8.94	19.28	33.54	51.74	73.86	99.90	129.87	163.77	201.59
9	0.04	2.60	9.08	19.48	33.81	52.07	74.26	100.37	130.40	164.37	202.25
10	0.05	2.67	9.22	19.69	34.09	52.41	74.66	100.84	130.94	164.97	202.92
11	0.06	2.75	9.36	19.90	34.36	52.75	75.06	101.31	131.47	165.57	203.58
12	0.08	2.83	9.50	20.11	34.64	53.09	75.47	101.78	132.01	166.17	204.25
13	0.09	2.91	9.64	20.32	34.91	53.43	75.88	102.25	132.55	166.77	204.92
14	0.11	2.99	9.79	20.53	35.19	53.77	76.29	102.72	133.09	167.37	205.59
15	0.12	3.07	9.94	20.74	35.46	54.11	76.69	103.20	133.63	167.97	206.26
16	0.14	3.15	10.09	20.95	35.74	54.46	77.10	103.67	134.17	168.58	206.93
17	0.16	3.23	10.24	21.16	36.02	54.80	77.51	104.15	134.71	169.19	207.60
18	0.18	3.32	10.39	21.38	36.30	55.15	77.93	104.63	135.25	169.80	208.27
19	0.20	3.40	10.54	21.60	36.58	55.50	78.34	105.10	135.80	170.41	208.94
20	0.22	3.49	10.69	21.82	36.87	55.84	78.75	105.58	136.34	171.02	209.62
21	0.24	3.58	10.84	22.03	37.15	56.19	79.16	106.06	136.88	171.63	210.30
22	0.26	3.67	11.00	22.25	37.44	56.55	79.58	106.55	137.43	172.24	210.98
23	0.28	3.76	11.15	22.47	37.72	56.90	80.00	107.03	137.98	172.85	211.66
24	0.31	3.85	11.31	22.70	38.01	57.25	80.42	107.51	138.53	173.47	212.34
25	0.34	3.94	11.47	22.92	38.30	57.60	80.84	107.99	139.08	174.08	213.02
26	0.37	4.03	11.63	23.14	38.59	57.96	81.26	108.48	139.63	174.70	213.70
27	0.40	4.12	11.79	23.37	38.88	58.32	81.68	108.97	140.18	175.32	214.38
28	0.43	4.22	11.95	23.60	39.17	58.68	82.10	109.46	140.74	175.94	215.07
29	0.46	4.32	12.11	23.82	39.46	59.03	82.52	109.95	141.29	176.56	215.75
30	0.49	4.42	12.27	24.05	39.76	59.40	82.95	110.44	141.85	177.18	216.44
31	0.52	4.52	12.43	24.28	40.05	59.75	83.38	110.93	142.40	177.80	217.12
32	0.56	4.62	12.60	24.51	40.35	60.11	83.81	111.43	142.96	178.43	217.81
33	0.59	4.72	12.76	24.74	40.65	60.47	84.23	111.92	143.52	179.05	218.50
34	0.63	4.82	12.93	24.98	40.95	60.84	84.66	112.41	144.08	179.68	219.19
35	0.67	4.92	13.10	25.21	41.25	61.20	85.09	112.90	144.64	180.30	219.88
36	0.71	5.03	13.27	25.45	41.55	61.57	85.52	113.40	145.20	180.93	220.58
37	0.75	5.13	13.44	25.68	41.85	61.94	85.95	113.90	145.76	181.56	221.27
38	0.79	5.24	13.62	25.92	42.15	62.31	86.39	114.40	146.33	182.19	221.97
39	0.83	5.34	13.79	26.16	42.45	62.68	86.82	114.90	146.89	182.82	222.66
40	0.87	5.45	13.96	26.40	42.76	63.05	87.26	115.40	147.46	183.46	223.36
41	0.91	5.56	14.13	26.64	43.06	63.42	87.70	115.90	148.03	184.09	224.06
42	0.96	5.67	14.31	26.88	43.37	63.79	88.14	116.40	148.60	184.72	224.76
43	1.01	5.78	14.49	27.12	43.68	64.16	88.57	116.90	149.17	185.35	225.46
44	1.06	5.90	14.67	27.37	43.99	64.54	89.01	117.41	149.74	185.99	226.16
45	1.10	6.01	14.85	27.61	44.30	64.91	89.45	117.92	150.31	186.63	226.86
46	1.15	6.13	15.03	27.86	44.61	65.29	89.89	118.43	150.88	187.27	227.57
47	1.20	6.24	15.21	28.10	44.92	65.67	90.33	118.94	151.45	187.91	228.27
48	1.26	6.36	15.39	28.35	45.24	66.05	90.78	119.45	152.03	188.55	228.98
49	1.31	6.48	15.57	28.60	45.55	66.43	91.23	119.96	152.61	189.19	229.68
50	1.36	6.60	15.76	28.85	45.87	66.81	91.68	120.47	153.19	189.83	230.39
51	1.42	6.72	15.95	29.10	46.18	67.19	92.12	120.98	153.77	190.47	231.10
52	1.48	6.84	16.14	29.36	46.50	67.58	92.57	121.49	154.35	191.12	231.81
53	1.53	6.96	16.32	29.61	46.82	67.96	93.02	122.01	154.93	191.76	232.52
54	1.59	7.09	16.51	29.86	47.14	68.35	93.47	122.53	155.51	192.41	233.24
55	1.65	7.21	16.70	30.12	47.46	68.73	93.92	123.05	156.09	193.06	233.95
56	1.71	7.34	16.89	30.38	47.79	69.12	94.38	123.57	156.67	193.71	234.67
57	1.77	7.46	17.08	30.64	48.11	69.51	94.83	124.09	157.25	194.36	235.38
58	1.83	7.60	17.28	30.90	48.43	69.90	95.29	124.61	157.84	195.01	236.10
59	1.89	7.72	17.47	31.16	48.76	70.29	95.74	125.13	158.43	195.66	236.82

續表 9

τ	11m	12m	13m	14m	15m	16m	17m	18m	19m	20m
	$m=2\mu\sin^2\frac{1}{2}\tau$									
s	″	″	″	″	″	″	″	″	″	″
0	237.54	282.68	331.74	384.74	441.63	502.46	567.2	635.9	708.4	784.9
1	238.26	283.47	332.59	385.65	442.62	503.50	568.3	637.0	709.7	786.2
2	238.98	284.26	333.44	386.56	443.60	504.55	569.4	638.2	710.9	787.5
3	239.70	285.04	334.29	387.48	444.58	505.60	570.5	639.4	712.1	788.8
4	240.42	285.83	335.15	388.40	445.56	506.65	571.6	640.6	713.4	790.1
5	241.14	286.62	336.00	389.32	446.55	507.70	572.8	641.7	714.6	791.4
6	241.87	287.41	336.86	390.24	447.54	508.76	573.9	642.9	715.9	792.7
7	242.60	288.20	337.72	391.16	448.53	509.81	575.0	644.1	717.1	794.0
8	243.33	289.00	338.58	392.09	449.51	510.86	576.1	645.3	718.4	795.4
9	244.06	289.79	339.44	393.01	450.50	511.92	577.2	646.5	719.6	796.7
10	244.79	290.58	340.30	393.94	451.50	512.98	578.4	647.7	720.9	798.0
11	245.52	291.38	341.16	394.86	452.49	514.03	579.5	648.9	722.1	799.3
12	246.25	292.18	342.02	395.79	453.48	515.09	580.6	650.0	723.4	800.7
13	246.98	292.98	342.88	396.72	454.48	516.15	581.7	651.2	724.6	802.0
14	247.72	293.78	343.75	397.65	455.47	517.21	582.9	652.4	725.9	803.3
15	248.45	294.58	344.62	398.58	456.47	518.27	584.0	653.6	727.2	804.6
16	249.19	295.38	345.49	399.52	457.47	519.34	585.1	654.8	728.4	806.0
17	249.93	296.18	346.36	400.45	458.47	520.40	586.2	656.0	729.7	807.3
18	250.67	296.99	347.23	401.38	459.47	521.47	587.4	657.2	730.9	808.6
19	251.41	297.79	348.10	402.32	460.47	522.53	588.5	658.4	732.2	809.9
20	252.15	298.60	348.97	403.26	461.47	523.60	589.6	659.6	733.5	811.3
21	252.89	299.40	349.84	404.20	462.48	524.67	590.8	660.8	734.7	812.6
22	253.63	300.21	350.71	405.14	463.48	525.74	591.9	662.0	736.0	813.9
23	254.37	301.02	351.58	406.08	464.48	526.81	593.0	663.2	737.3	815.2
24	255.12	301.83	352.46	407.02	465.49	527.89	594.2	664.4	738.5	816.6
25	255.87	302.64	353.34	407.96	466.50	528.96	595.3	665.6	739.8	817.9
26	256.62	303.46	354.22	408.90	467.51	530.03	596.5	666.8	741.1	819.2
27	257.37	304.27	355.10	409.84	468.52	531.11	597.6	668.0	742.3	820.5
28	258.12	305.09	355.98	410.79	469.53	532.18	598.7	669.2	743.6	821.9
29	258.87	305.90	356.86	411.73	470.54	533.26	599.9	670.4	744.9	823.2
30	259.62	306.72	357.74	412.68	471.55	534.33	601.0	671.6	746.2	824.6
31	260.37	307.54	358.62	413.63	472.57	535.41	602.2	672.8	747.4	825.9
32	261.12	308.36	359.51	414.59	473.58	536.50	603.3	674.1	748.7	827.3
33	261.88	309.18	360.39	415.54	474.60	537.58	604.5	675.3	750.0	828.6
34	262.64	310.00	361.28	416.49	475.62	538.67	605.6	676.5	751.3	829.9
35	263.39	310.82	362.17	417.44	476.64	539.75	606.8	677.7	752.6	831.2
36	264.15	311.65	363.07	418.40	477.65	540.83	607.9	678.9	753.8	832.6
37	264.91	312.47	363.96	419.35	478.67	541.91	609.1	680.1	755.1	833.9
38	265.68	313.30	364.85	420.31	479.70	543.00	610.2	681.3	756.4	835.3
39	266.44	314.12	365.75	421.27	480.72	544.09	611.4	682.6	757.7	836.6
40	267.20	314.95	366.64	422.23	481.74	545.18	612.5	683.8	759.0	838.0
41	267.96	315.78	367.53	423.19	482.77	546.27	613.7	685.0	760.2	839.3
42	268.73	316.61	368.42	424.15	483.79	547.36	614.8	686.2	761.5	840.7
43	269.49	317.44	369.31	425.11	484.82	548.45	616.0	687.4	762.8	842.0
44	270.26	318.27	370.21	426.07	485.85	549.55	617.2	688.7	764.1	843.4
45	271.02	319.10	371.11	427.04	486.88	550.64	618.3	689.9	765.4	844.7
46	271.79	319.94	372.01	428.01	487.91	551.73	619.5	691.1	766.7	846.1
47	272.56	320.78	372.91	428.97	488.94	552.83	620.6	692.4	768.0	847.5
48	273.34	321.62	373.82	429.93	489.97	553.93	621.8	693.6	769.3	848.9
49	274.11	322.45	374.72	430.90	491.01	555.03	623.0	694.8	770.6	850.2
50	274.88	323.29	375.62	431.87	492.05	556.13	624.1	696.0	771.9	851.6
51	275.65	324.13	376.52	432.84	493.08	557.24	625.3	697.3	773.1	852.9
52	276.43	324.97	377.43	433.82	494.12	558.34	626.5	698.5	774.5	854.3
53	277.20	325.81	378.34	434.79	495.15	559.44	627.6	699.7	775.7	855.7
54	277.98	326.66	379.26	435.76	496.19	560.55	628.8	701.0	777.1	857.1
55	278.76	327.50	380.17	436.73	497.23	561.65	630.0	702.2	778.4	858.4
56	279.55	328.35	381.08	437.71	498.28	562.76	631.2	703.5	779.7	859.8
57	280.33	329.19	381.99	438.69	499.32	563.87	632.3	704.7	781.0	861.1
58	281.12	330.04	382.90	439.67	500.37	564.98	633.5	705.9	782.3	862.5
59	281.90	330.89	382.82	440.65	501.41	566.08	634.7	707.1	783.6	863.9

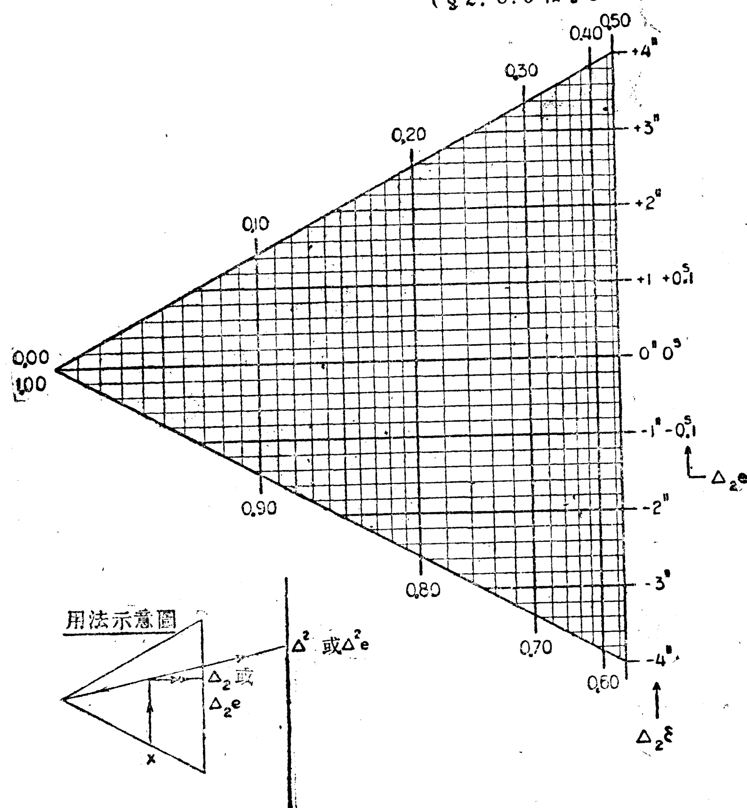


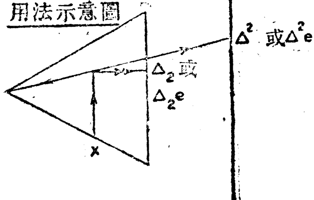
折光改正

（§ 4.2）

列綫圖 1

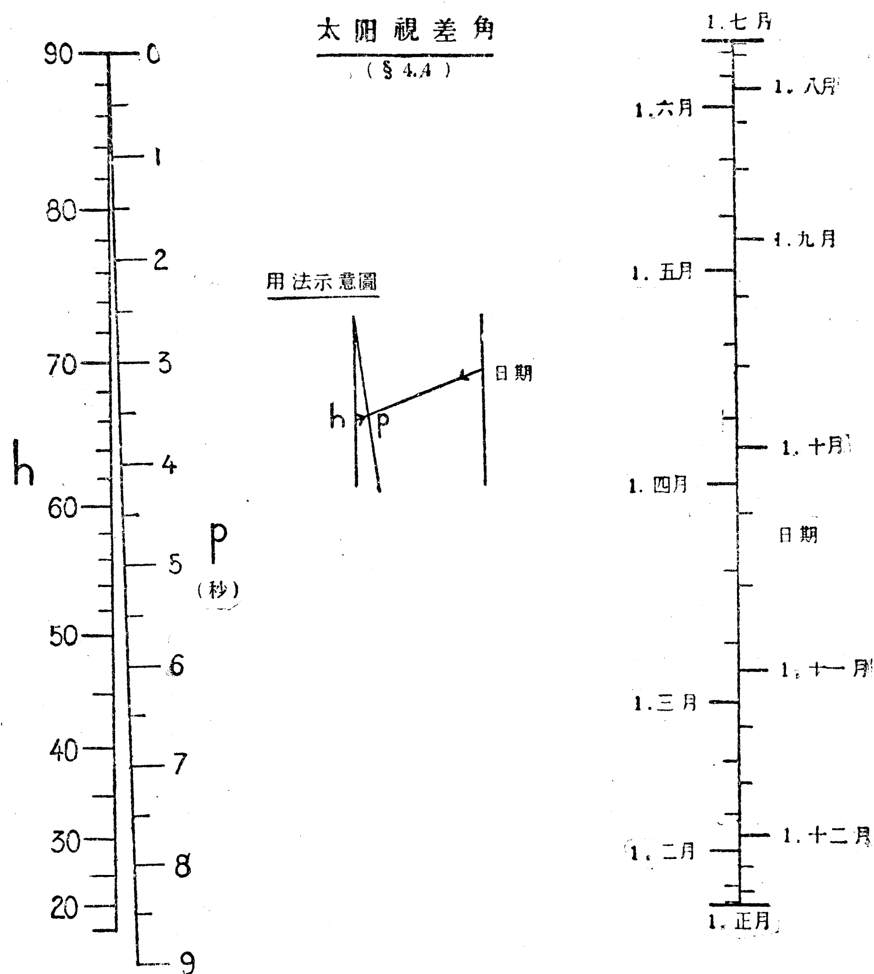
时差与太阳的赤緯
內插的第二項
(§2.8.6和§3.3)



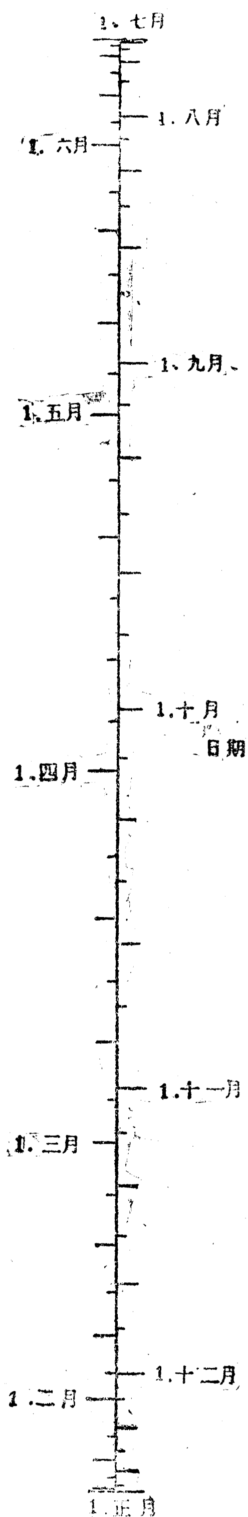


-30"
-20"
-10"
-0ˢ.8
-0ˢ.5
Δ²e
Δ²δ
0ˢ
0"
+0ˢ.5
+0ˢ.8
+10"
+20"
+30"

列綫圖 2


太陽視差角
（§ 4.4）
用法示意圖
h
p
日期
90
80
70
60
50
40
30
20
h
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
p
（秒）
1.七月
1.八月
1.六月
1.九月
1.五月
1.十月
1.四月
日期
1.十一月
1.三月
1.十二月
1.二月
1.正月

列綫圖 3



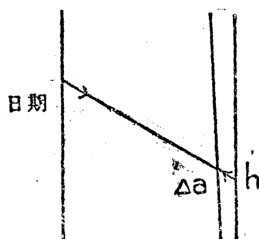
方位角測定

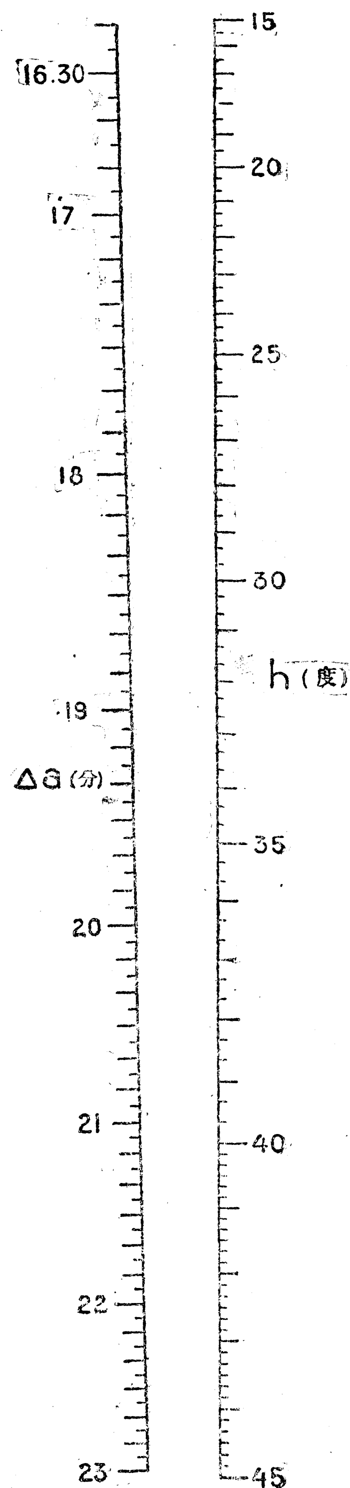
太阳半徑的改正

$$\Delta a = \frac{1}{2} d \sec h$$

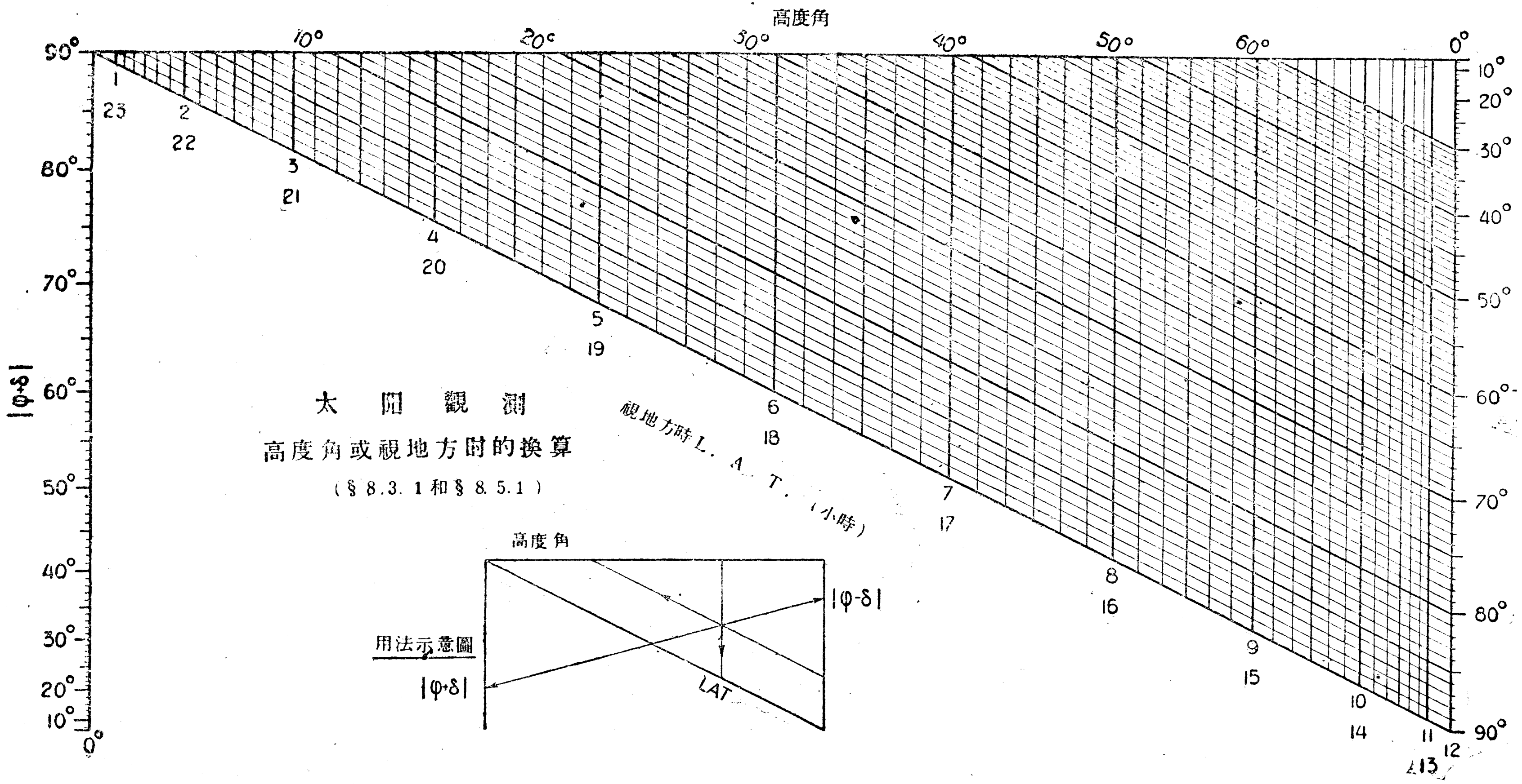
(§ 4.5)

用法示意圖



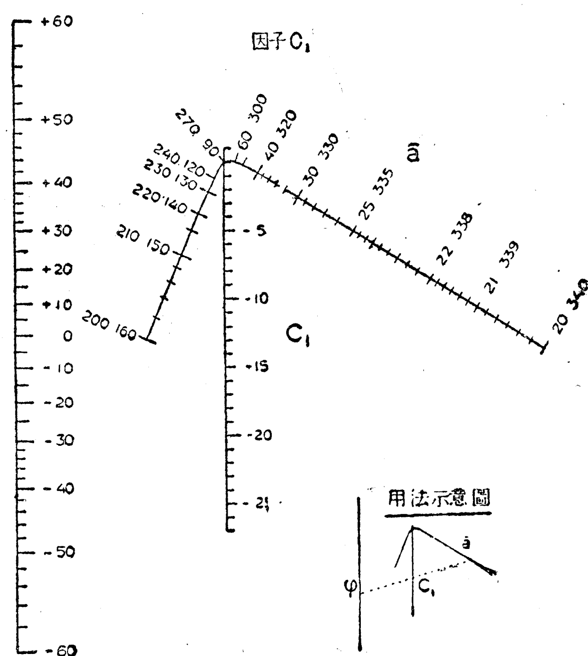


列綫圖 4

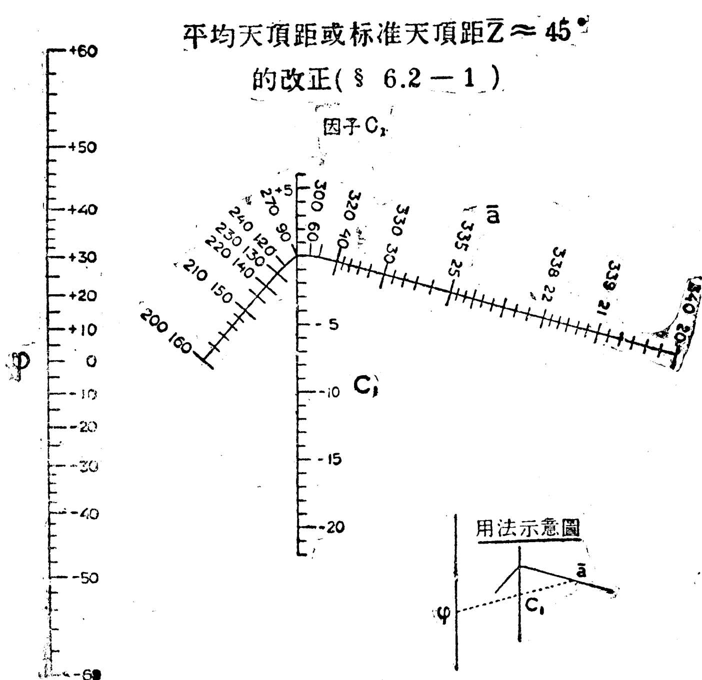

高度角
10°
20°
30°
40°
50°
60°
0°
90°
80°
70°
60°
50°
40°
30°
20°
10°
0°
|φ+δ|
1
23
2
22
3
21
4
20
5
19
6
18
7
17
8
16
9
15
10
14
11
12
13
太 陽 觀 測
高度角或視地方時的換算
(§ 8.3.1 和 § 8.5.1)
視地方時 L. A. T. (小時)
高度角
|φ-δ|
用法示意圖
|φ+δ|
LAT

列綫圖 5

平均天頂距或标准天頂距$\bar{Z} \approx 30°$
的改正(§6.2－1)



列綫圖 6

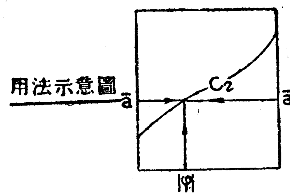


列綫圖 7

平均天頂距的改正($\bar{Z}\approx45°$)

因子C_2(永为正數)

(§ 6.2－1)



N.D.H.

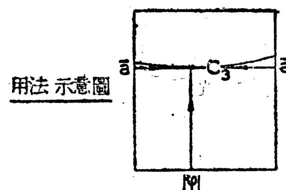
列綫圖 8

平均天頂距的改正($\bar{Z}\approx 45°$)

因子 C_3

(§ 6.3)

用法示意圖



340 20 — 160 200

1.0

0.9

0.8

320 40 — 140 220

0.7

0.6

0.5

300 60 — 120 240

0.4

0.3

0.2

280 80 — 100 260

0.1

270 90 — 90 270

0

250 100 — 80 280

-0.05

0

240 120 — 60 300

-0.10

-0.1

-0.2

-0.3

220 140 — 40 320

-0.15

-0.4

-0.5

-0.6

-0.7

-0.8

200 160 — 20 340

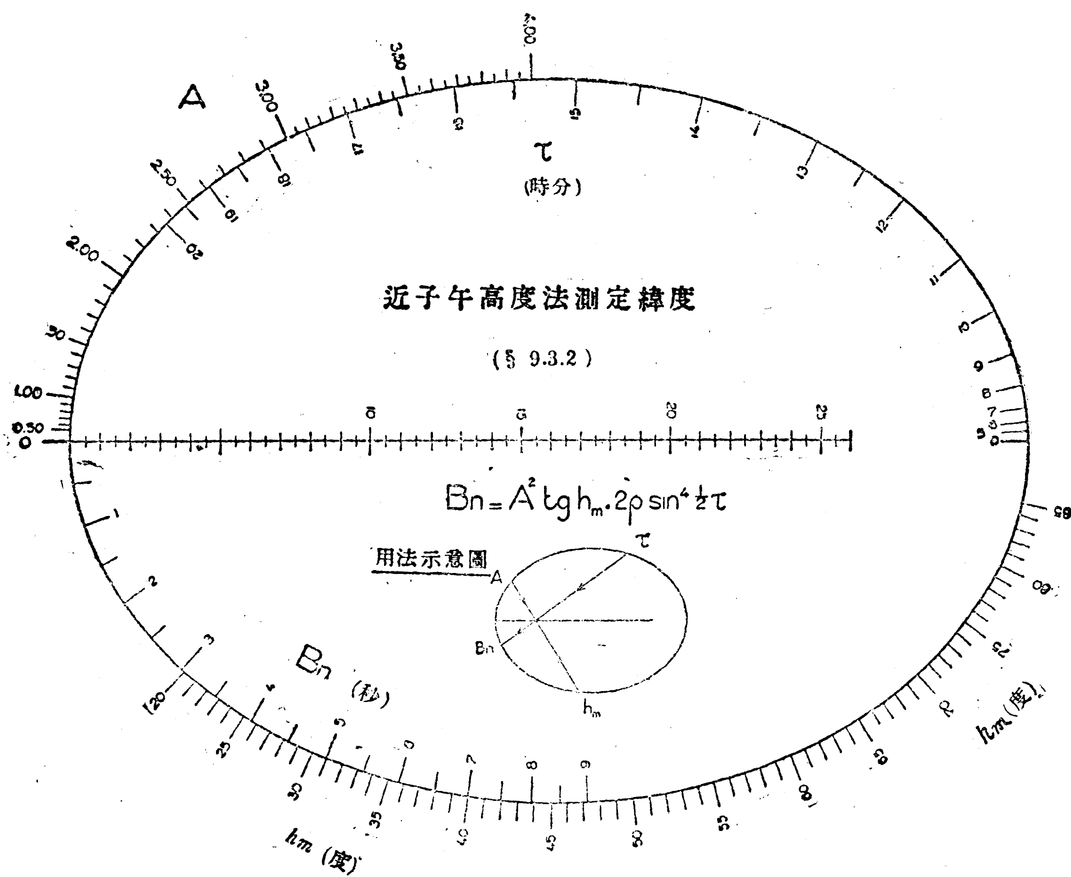
a(設 φ > 0)(度)

$\bar{a}$(設 φ > 0)

60 50 40 30 20 10 0

|φ| (度)

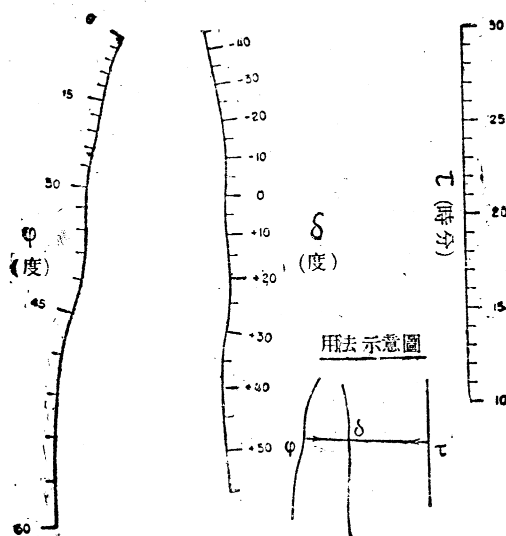
列線圖 9



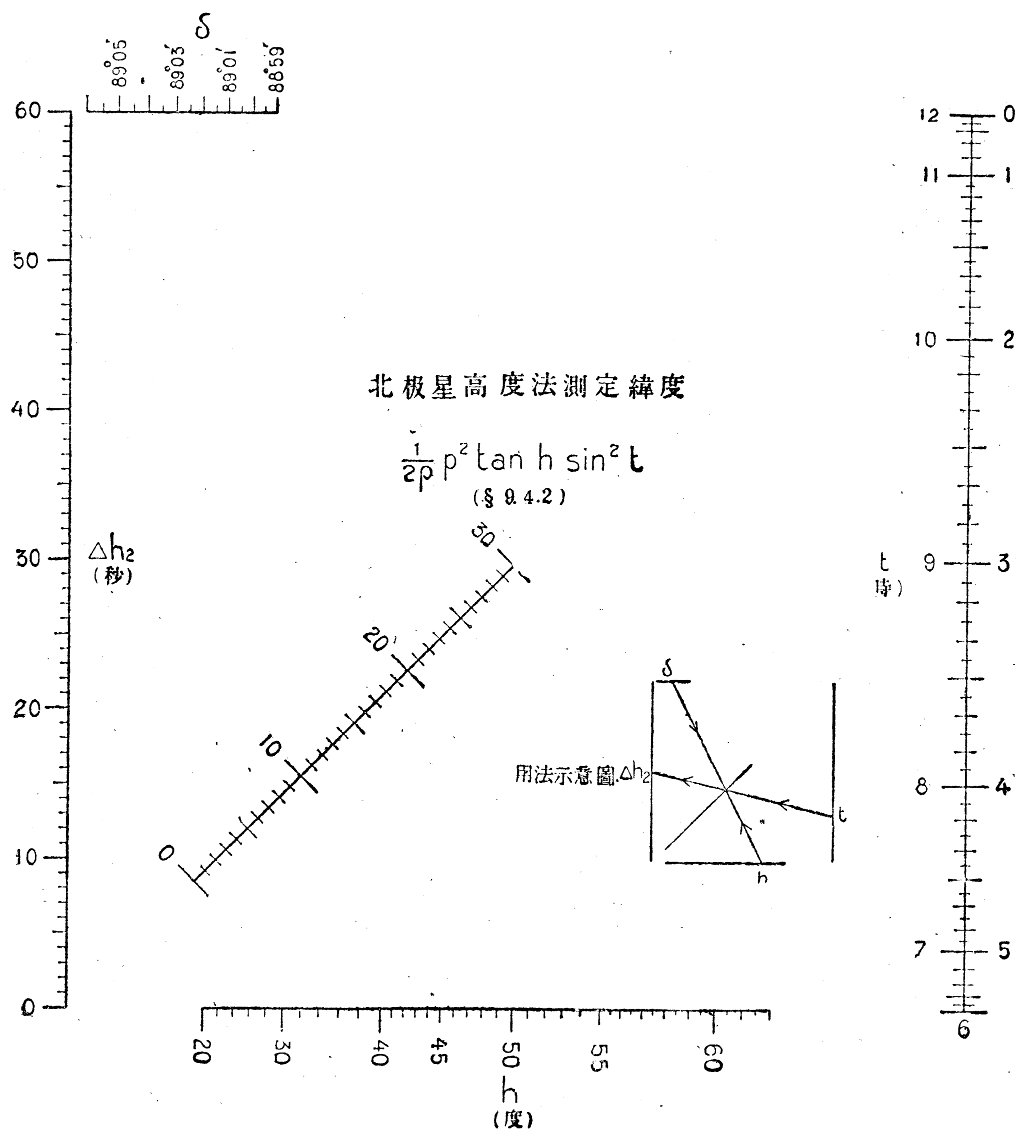
A
τ
(時分)
近子午高度法測定緯度
(§ 9.3.2)
$Bn = A^2 tg h_m . 2\rho \sin^4 \frac{1}{2}\tau$
用法示意圖
Bn (秒)
hm (度)
hm (度)

列綫圖 10

近子午高度法測定緯度



最大的允許時段 t

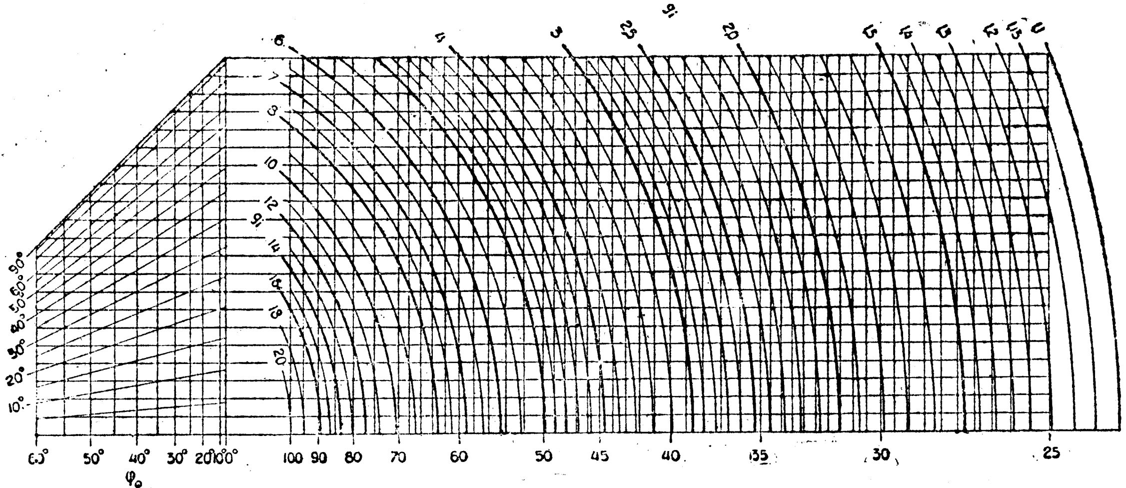

北极星高度法测定緯度
$\frac{1}{2\rho} p^2 \tan h \sin^2 t$
(§ 9.4.2)
δ
89°05′
89°03′
89°01′
88°59′
△h₂
(秒)
t
(時)
h
(度)
用法示意圖
△h₂
δ
t
h

列綫圖 12

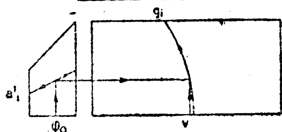
多星高度(等高)法測定經緯度

g_i 及 $g_i \cos^2 a'_i$

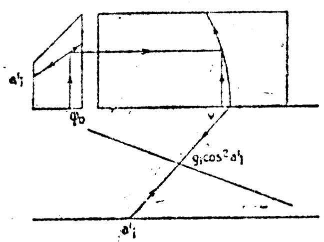
(§11.2.2;11.3.1及11.3.6)



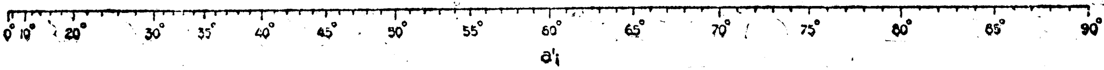
用法示意圖(g_i 的計算)



用法示意圖(g_i COS² a'_i的計算)



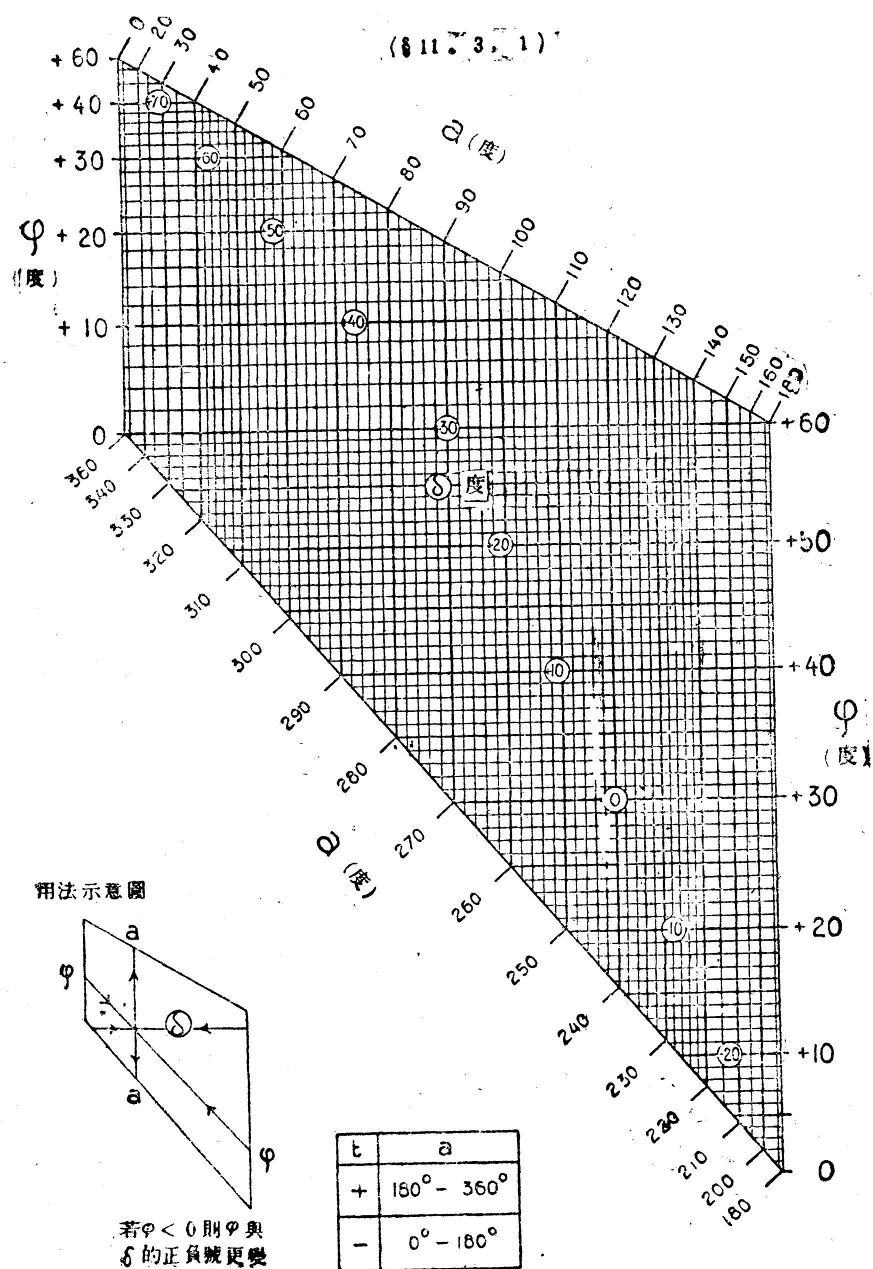
$g_i \cos^2 a'_i$



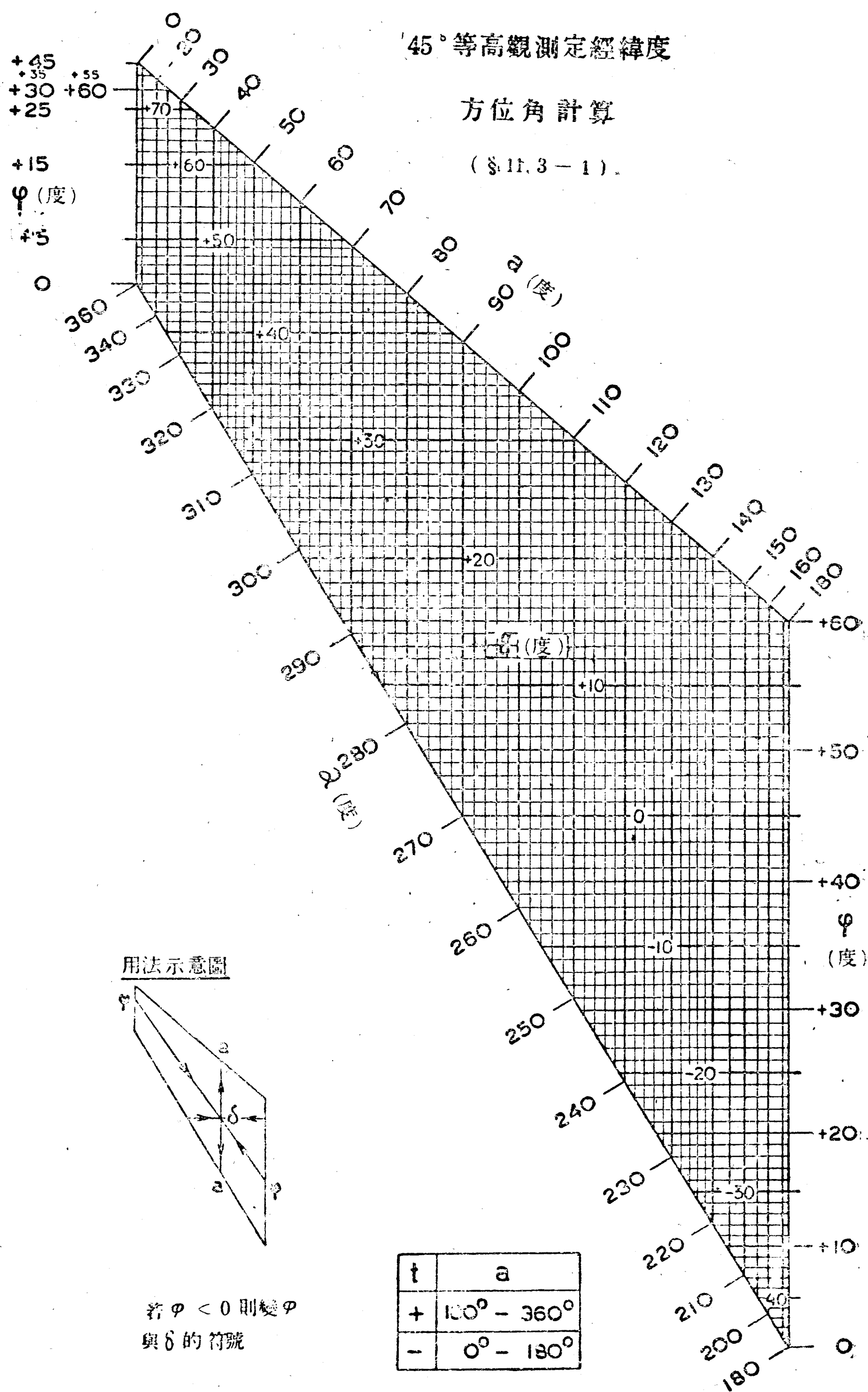
60°等高觀測定經緯度

方位角計算

(§11.3.1)

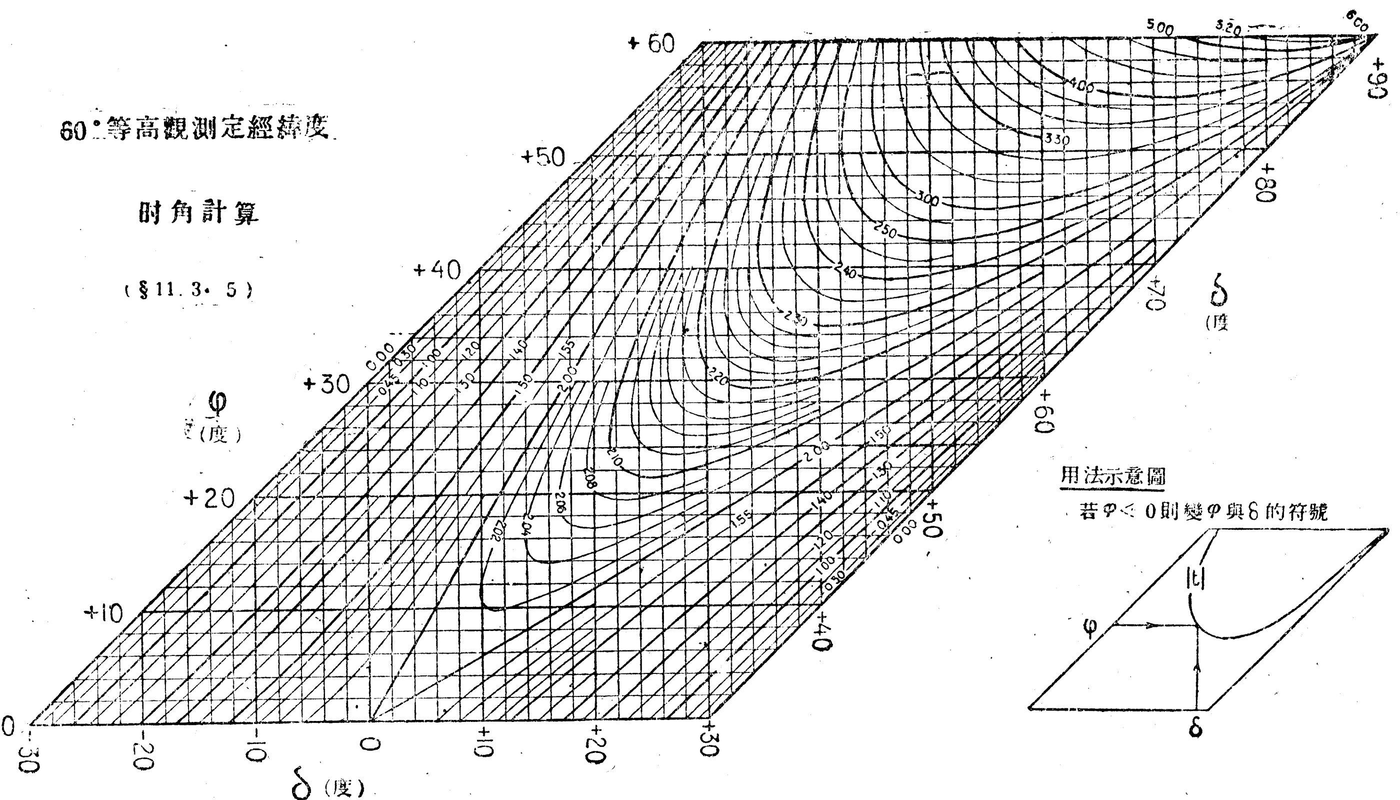


t	a
+	180° - 360°
-	0° - 180°

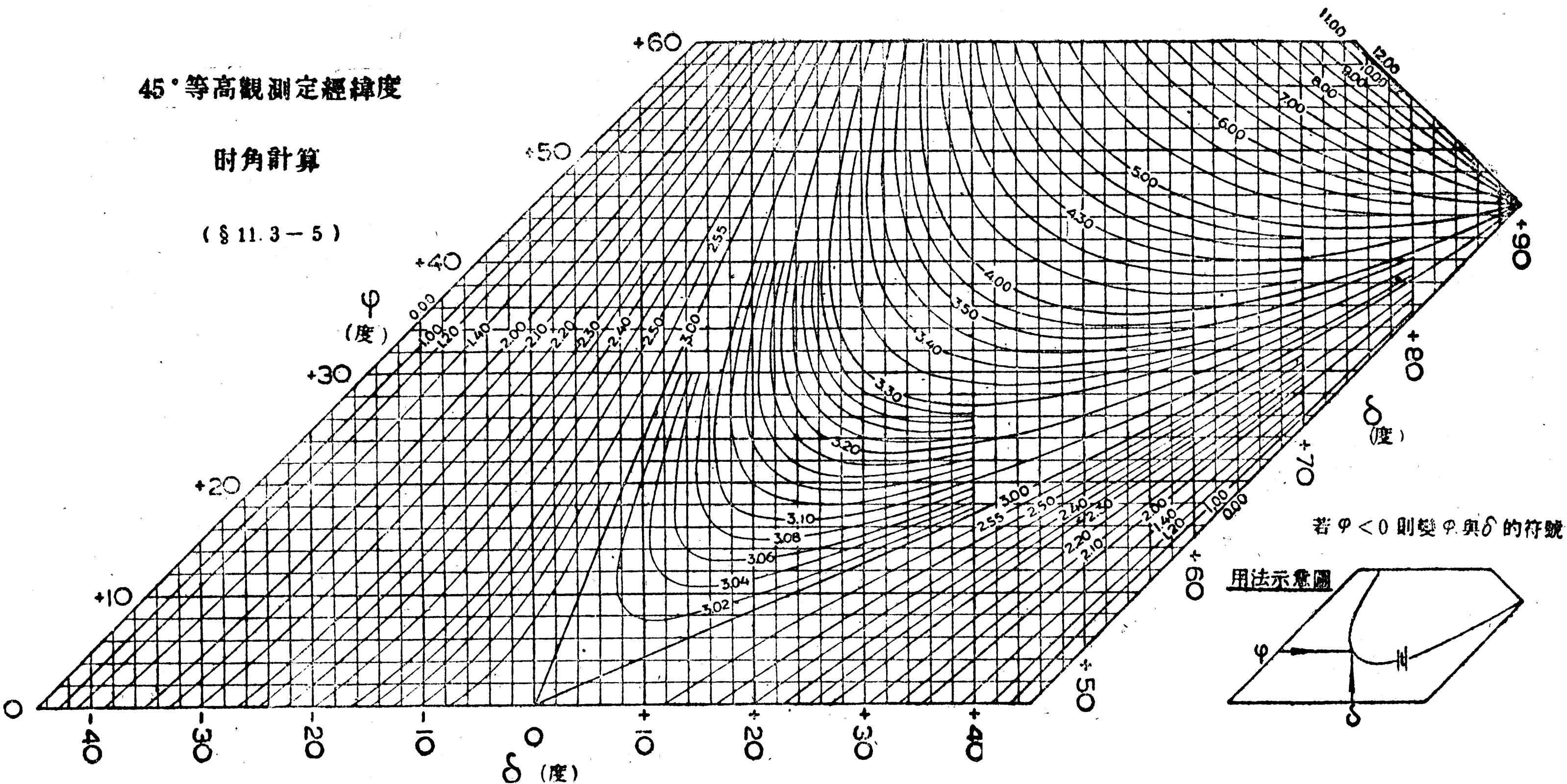


45°等高觀測定經緯度
方位角計算
(§11.3－1)
a (度)
φ (度)
δ (度)
Ω (度)
用法示意圖
若 φ < 0 則變 φ
與 δ 的符號
t
a
+
100° – 360°
–
0° – 180°

列綫圖 15


60°等高觀測定經緯度
时角計算
(§11.3·5)
φ
(度)
δ
(度)
用法示意圖
若φ< 0則變φ與δ的符號
+60
+50
+40
+30
+20
+10
0
-30
-20
-10
0
+10
+20
+30
+40
+50
+60
+70
+80
+90

列綫圖 16


45°等高觀測定經緯度
时角計算
（§11.3－5）
φ
（度）
δ
（度）
δ（度）
若 φ＜0 則變 φ 與 δ 的符號
用法示意圖
0
+10
+20
+30
+40
+50
+60
+70
+80
+90
-40
-30
-20
-10
0
+10
+20
+30
+40
+50
+60

列綫圖 17

缺　页

近子午圈恒星时角法测定方位

§8.2

計 算

測站：Para. I.

φ：$+5°49'26''$

λ：$+3^h40^m36.6^s$

星	γ 小熊座(北)　$\delta=+72°00'57.4''$　$\tan\delta=+3.080600$			
望远鏡位置	盤左	盤左	盤右	盤右
T	$1^h\ 06^m\ 02.2^s$	$1^h\ 07^m\ 59.8^s$	$1^h\ 20^m\ 18.9^s$	$1^h\ 22^m\ 20.1^s$
ΔT	− 01 49.96	− 01 49.96	− 01 49.94	− 01 49.94
G.M.T.	1 04 12.24	1 06 09.84	1 18 28.96	1 20 30.16
相当的恒星时段	1 04 22.79	1 06 20.71	1 18 41.85	1 20 43.38
当日格林威治平子正視恒星时	17 51 29.43	17 51 29.43	17 51 29.43	17 51 29.43
G.A.S.T.	18 55 52.22	18 57 50.14	19 10 11.28	19 12 12.81
λ	+ 3 40 36.6	+ 3 40 36.6	+ 3 40 36.6	+ 3 40 36.6
L.A.S.T.	15 15 15.62	15 17 13.54	15 29 34.68	15 31 36.21
α	15 20 51.94	15 20 51.94	15 20 51.94	15 20 51.94
t	$-\ 0^h\ 05^m\ 36.3^s$	$-\ 0^h\ 03^m\ 38.4^s$	$+\ 0^h\ 08^m\ 42.7^s$	$+\ 0^h\ 10^m\ 44.3^s$
$\cos t$	+ 0.999701	+ 0.999874	+ 0.999278	+ 0.998902
$\sin\varphi\cos t$	+ 0.101441	+ 0.101458	+ 0.101398	+ 0.101360
$\cos\varphi\tan\delta$	+ 3.064698	+ 3.064698	+ 3.064698	+ 3.064698
I	− 2.963257	− 2.963240	− 2.963300	− 2.963338
$\sin t$	− 0.024454	− 0.015882	+ 0.038003	+ 0.046838
$(\sin t/\mathrm{I})=\tan a$	+ 0.008252	+ 0.005360	− 0.012825	− 0.015806
a	0° 28′ 22″	+0° 18′ 26″	359° 15′ 55″	359° 05′ 40″
ψ	359 28 28	359 38 25	0 41 46	0 52 00
A	359 56 50	359 56 51	359 57 41	359 57 40
A_L, A_R	359 56 50.5	50.5	359 57 40.5	40.5
v	+ 0.5	−0.5	−0.5	+ 0.5
A_L	359° 56′ 50.5″	$m^2=\frac{[v^2]}{n-2}=\frac{1.00}{2}=0.50$		
A_R	359° 57′ 40.5″			
$\bar{A}_1$　$\bar{A}_2$	359° 57′ 15.5″	$m^2_{\bar{A}_1}=\frac{m^2}{n}=\frac{0.50}{4}=0.13$		$m_{\bar{A}_1}=0.4''$
$\bar{A}=\frac{1}{2}(\bar{A}_1+\bar{A}_2)$	**359° 57′ 13″**	$m^2_{\bar{A}}=\frac{1}{4}(m^2_{\bar{A}_1}+m^2_{\bar{A}_2})=\frac{1}{4}(0.13+0.06)=0.05$		

时角法测定方位角

(§ 8.2)

方位标：X

$\sin\varphi$：+0.101471

$\cos\varphi$：+0.994838

日　期：1949.6.19（星期日）

观測者：P. de With

时　計：U· Nardin 122734（平太陽时）

仪　器：Wild T 2

α南三角座(南)　　$\delta=-68°56'28.8''$　　$\tan\delta=-2.597137$

盤左	盤左	盤右	盤右
$2^h 24^m 59.2^s$	$2^h 26^m 37.8^s$	$2^h 35^m 30.9^s$	$2^h 36^m 55.0^s$
− 01 49.84	− 01 49.84	− 01 49.82	− 01 49.82
2 23 09.36	2 24 47.96	2 33 41.08	2 35 05.18
2 23 32.88	2 25 11.75	2 34 06.33	2 35 30.66
17 51 29.43	17 51 29.43	17 51 29.43	17 51 29.43
20 15 02.31	20 16 41.18	20 25 35.76	20 27 00.09
+ 3 40 36.6	+ 3 40 36.6	+ 3 40 36.6	+ 3 40 36.6
16 34 25.71	16 36 04.58	16 44 59.16	16 46 23.49
16 43 20.01	16 43 20.01	16 43 20.01	16 43 20.01
$-0^h 08^m 54.3^s$	$-0^h 07^m 15.4^s$	$+0^h 01^m 39.2^s$	$+0^h 03^m 03.5^s$
+ 0.999245	+ 0.999499	+ 0.999974	+ 0.999911
+ 0.101394	+ 0.101420	+ 0.101468	+ 0.101462
− 2.583731	− 2.583731	− 2.583731	− 2.583731
+ 2.685125	+ 2.685151	+ 2.685199	+ 2.685193
− 0.038846	− 0.031658	+ 0.007214	+ 0.013344
− 0.014467	− 0.011790	+ 0.002687	+ 0.004969
179° 10′ 16″	179° 19′ 28″	180° 09′ 14″	180° 17′ 05″
180 46 43	180 37 31	179 48 09	179 40 17
359 56 59	359 56 59	359 57 23	359 57 22
359 56 59.0	59.0	359 57 22.5	22.5
0.0	0.0	−0.5	+ 0.5

359° 56′ 59.0″

359° 57′ 22.5″

359° 57′ 10.8″

$$m^2=\frac{[v^2]}{n-2}=\frac{0.50}{2}=0.25$$

$$m^2_{\bar{A}_2}=\frac{m^2}{n}=\frac{0.25}{4}=0.06 \qquad m_{\bar{A}_2}=0.2''$$

$m_{\bar{A}}=0.2''$　　　計算者：J.罗尔夫

近大距恒星时角法测定方位角

§ 8.2

計算

测站: Para. I

φ: $+5°49'26''$

λ: $3^h40^m36.6^s$

星	α 蛇夫座(东) $\delta=+12°35'35.9''$ $\tan\delta=+0.223404$			
望远鏡位置	盤左	盤左	盤右	盤右
T	$23^h\ 05^m\ 04.1^s$	$23^h\ 09^m\ 17.6^s$	$23^h\ 16^m\ 49.3^s$	$23^h\ 19^m\ 40.7^s$
ΔT	− 01 50.14	− 01 50.14	− 01 50.13	− 01 50.12
G.M.T.	23 03 13.96	23 07 27.46	23 14 59.17	23 17 50.58
相当的恒星时段	23 07 01.19	23 11 15.38	23 18 43.33	23 21 40.21
当日格林威治平子正視恒星时	17 47 32.88	17 47 32.88	17 47 32.88	17 47 32.88
G.A.S.T.	16 54 34.07	16 58 48.26	17 06 21.21	17 09 13.09
λ	+ 3 40 36.6	+ 3 40 36.6	+ 3 40 36.6	+ 3 40 36.6
L.A.S.T.	13 13 57.47	13 18 11.66	13 25 44.61	13 28 36.49
α	17 32 36.26	17 32 36.26	17 32 36.26	17 32 36.26
t	$-\ 4^h\ 18^m\ 38.8^s$	$+\ 4^h\ 14^m\ 24.6^s$	$-\ 4^h\ 06^m\ 51.6^s$	$-\ 4^h\ 03^m\ 59.8^s$
$\cos t$	+ 0.427963	+ 0.444596	+ 0.473858	+ 0.484822
$\sin\varphi\cos t$	+ 0.043426	+ 0.045114	+ 0.048083	+ 0.049195
$\cos\varphi\tan\delta$	+ 0.222251	+ 0.222251	+ 0.222251	+ 0.222251
I	− 0.178825	− 0.177137	− 0.174168	− 0.173056
$\sin t$	− 0.903796	− 0.895731	− 0.880602	− 0.874613
$(\mathrm{I}/\sin t)=\cot a$	+ 0.197860	+ 0.197757	+ 0.197783	+ 0.197866
a	78° 48′ 29″	78° 48′ 49″	78° 48′ 44″	78° 48′ 28″
ψ	281 08 22	281 08 05	281 08 53	281 09 11
A	359 56 51	359 56 54	359 57 37	359 57 39
$A_L,\ A_R$	359 56 52.5	52.5	359 57 38.0	38.0
v	+1.5	−1.5	+1.0	−1.0
A_L	359° 56′ 52.5″	$m^2=\frac{[v^2]}{n-2}=\frac{6.50}{2}=3.25$		
A_R	359° 57′ 38.0″			
$\overline{A}_1,\ \overline{A}_2$	359° 57′ 15.2″	$m^2_{\overline{A}_1}=\frac{m^2}{n}=\frac{3.25}{4}=0.81$		$m_{\overline{A}_1}=0.9''$
$\overline{A}=\frac{1}{2}(\overline{A}_1+\overline{A}_2)$	359° 57′ 09″	$m^2_{\overline{A}}=\frac{1}{4}(m^2_{\overline{A}_1}+m^2_{\overline{A}_2})=\frac{1}{4}(0.81+0.31)=0.28$		

方位标: X

sin φ: +0.101471

cos φ: +0.994838

日 期: 1949.6.19 (星期日)

观测者: P. de With

时 計: U. Nordin 122734 (平太陽时)

仪 器: Wild T 2

α 獅子座(西)	δ=+12°13′03.6″		tan δ=+0.216530
盤右	盤右	盤左	盤左
0h 08m 39.1s	0h 11m 13.4s	0h 16m 09.3s	0h 20m 21.3s
− 01 50.05	− 01 50.05	− 01 50.04	− 01 50.03
0 06 49.05	0 09 23.35	0 14 19.26	0 18 31.27
0 06 50.17	0 09 24.89	0 14 21.61	0 18 34.31
17 51 29.43	17 51 29.43	17 51 29.43	17 51 29.43
17 58 19.60	18 00 54.32	18 05 51.04	18 10 03.74
3 40 36.6	3 40 36.6	3 40 36.6	3 40 36.6
14 17 43.00	14 20 17.72	14 25 14.44	14 29 27.14
10 05 39.99	10 05 39.99	10 05 39.99	10 05 39.99
+ 4h 12m 03.0s	+ 4h 14m 37.7s	+ 4h 19m 34.4s	+ 4h 23m 47.2s
+ 0.453796	+ 0.443743	+ 0.424357	+ 0.407587
+ 0.046047	+ 0.045027	+ 0.043060	+ 0.041358
+ 0.215412	+ 0.215412	+ 0.215412	+ 0.215412
− 0.169365	− 0.170385	+ 0.172352	+ 0.174054
+ 0.891106	+ 0.896154	+ 0.905519	+ 0.913166
− 0.190062	− 0.190129	− 0.190335	− 0.190605
280° 45′ 41″	280° 45′ 54″	280° 46′ 35″	280° 47′ 29″
79 11 42	79 11 30	79 10 08	79 09 12
359 57 23	359 57 24	359 56 43	359 56 41
359 57 23.5	23.5	359 56 42.0	42.0
+ 0.5	− 0.5	− 1.0	+ 1.0

359° 56′ 42.0″

359° 57′ 23.5″

359° 57′ 02.8″

$$m^2=\frac{[v^2]}{n-2}=\frac{2.50}{2}=1.25$$

$$m^2_{A_2}=\frac{m^2}{n}=\frac{1.25}{4}=0.31 \qquad m_{A_2}=0.6''$$

$$m_{\bar{A}}=0.5''$$

計算者: J. 罗尔夫

太陽时角法測定方位角　　　　　測站: Para.Ⅱ

§ 8.3　　　　　φ: $+5°49'28''$

計算　　　　　λ: $+3^h40^m35.2^s$

望远鏡位置	盤　左	盤　左	盤　右	盤　右
T	$5^h\ 35^m\ 26.3^s$	$5^h\ 36^m\ 29.4^s$	$5^h\ 45^m\ 06.2^s$	$5^h\ 48^m\ 16.1^s$
ΔT	14 37 51.7	14 37 51.5	14 37 50.1	14 37 49.6
G.M.T.	20 13 18.0	20 14 20.9	20 22 56.3	20 26 05.7
$-\lambda$	− 3 40 35.2	− 3 40 35.2	− 3 40 35.2	− 3 40 35.2
L.MT.	16 32 42.8	16 33 45.7	16 42 21.2	16 45 30.5
e	− 13 04.3	− 13 04.3	− 13 04.3	− 13 04.3
t	$4^h\ 19^m\ 38.5^s$	$4^h\ 20^m\ 41.4^s$	$4^h\ 29^m$ [illegible]	$4^h\ 32^m\ 26.2^s$
$\delta(0^h$ G.M.T.)	− 9° 06′ 37.2″	− 9° 06′ 37.2″	− 9° 06′ 37.2″	− 9° 06′ 37.2″
$\Delta_1\delta$	+ 18 51.0	+ 18 51.9	+ 18 59.9	+ 19 02.9
$\Delta_2\delta$ (列綫圖 2)	− 0.6	− 0.6	− 0.6	− 0.6
δ	− 8° 47′ 47″	− 8° 47′ 46″	− 8° 47′ 38″	− 8° 47′ 35″
$\cos t$	+ 0.424035	+ 0.419888	+ 0.385584	+ 0.372839
$\tan\delta$	− 0.154744	− 0.154739	− 0.154699	− 0.154684
$\sin\varphi\cos t$	+ 0.043031	+ 0.042611	+ 0.039129	+ 0.037836
$-\cos\varphi\tan\delta$	+ 0.153945	+ 0.153940	+ 0.153900	+ 0.153886
I	+ 0.196976	+ 0.196551	+ 0.193029	+ 0.191722
$\sin t$	+ 0.905646	+ 0.907576	+ 0.922673	+ 0.927896
$(I/\sin t)=\cot(a)$	+ 0.217498	+ 0.216567	+ 0.209206	+ 0.206620
(a)	257° 43′ 45.8″	257° 46′ 49.2″	258° 11′ 01.7″	258° 19′ 33.0″
$\pm 11'\ 30''$ sec h	− 12 33.3	− 12 31.9	+ 12 20.7	+ 12 16.9
a	257 31 12	257 34 17	258 23 22	258 31 50
ψ	337 23 34	337 20 27	336 30 08	336 21 37
A	234 54 46	234 54 44	234 53 30	234 53 27
A_L, A_R	234 54 47.8	47.8	234 53 29.8	29.8
v	+ 1.8	+ 3.8	− 0.2	+ 2.8
A_L	234° 54′ 47.8″	$m^2=\frac{[v^2]}{n-2}=\frac{55.5}{6}=9.2$		
A_R	234° 53′ 29.8″			
$\bar{A}$	**234° 54′ 0)″**	$m=3.0''$		

測定方位角 (§8.2)

方位标: Y

sin γ: +0.101481

cos γ: +0.994838

日　期: 1947.2.26 (星期三)

观测者: P. de With

时　計: U. Nardin 122734

仪　器: Wild T 2 (附加太陽棱鏡)

盤　右	盤　右	盤　左	盤　左
$5^h 54^m 19.9^s$	$5^h 55^m 48.1^s$	$6^h 03^m 33.5^s$	$6^h 04^m 42.5^s$
14 37 48.6	14 37 48.4	14 37 47.1	14 37 46.9
20 32 08.5	20 33 36.5	20 41 20.6	20 42 29.4
− 3 40 35.2	− 3 40 35.2	− 3 40 35.2	− 3 40 35.2
16 51 33.3	16 53 01.3	17 00 45.4	17 01 54.2
− 13 04.3	− 13 04.2	− 13 04.2	− 13 04.2
$4^h 38^m 29.0^s$	$4^h 39^m 57.1^s$	$4^h 47^m 41.2^s$	$4^h 48^m 50.0^s$
− 9° 06′ 37.2″	− 9° 06′ 37.2″	− 9° 06′ 37.2″	− 9° 06′ 37.2″
+ 19 08.5	+ 19 09.9	+ 19 17.1	+ 19 18.2
− 0.6	− 0.6	− 0.6	− 0.6
− 8° 47′ 29″	− 8° 47′ 28″	− 8° 47′ 21″	− 8° 47′ 20″
+ 0.348231	+ 0.342218	+ 0.310317	+ 0.305557
− 0.154654	− 0.154649	− 0.154615	− 0.154610
+ 0.035339	+ 0.034729	+ 0.031491	+ 0.031008
+ 0.153856	+ 0.153851	+ 0.153817	+ 0.153812
+ 0.189195	+ 0.188580	+ 0.185308	+ 0.184820
+ 0.937409	+ 0.939620	+ 0.950633	+ 0.952174
+ 0.201828	+ 0.200698	+ 0.194931	+ 0.194103
258° 35′ 21.8″	258° 39′ 05.8″	258° 58′ 10.6″	259° 00′ 55.1″
+ 12 10.2	+ 12 08.6	− 12 00.9	− 11 59.8
258 47 32	258 51 14	258 46 10	258 48 55
336 05 59	336 02 17	336 08 43	336 05 53
334 53 31	234 53 31	234 54 53	234 54 48
29.8	29.8	234 54 47.8	47.8
− 1.2	− 1.2	− 5.2	− 0.2

$$m_A^2 = \frac{m^2}{n} = \frac{9.2}{8} = 1.15$$

m_A = **1.1″**

計算者: J.罗尔夫

近大距恒星高度法测方位角

§ 8.4

計 算

测站: Para. I.

φ: $+5°\ 49'\ 26''$

(λ): $+3^h\ 41^m$

星	α 蛇夫座（东） $\delta=+12°35'35.9''$			
望远镜位置	盤 左	盤 左	盤 右	盤 右
竪 盤	64° 04′ 48″	63° 02′ 46″	298° 55′ 14″	299° 37′ 07″
近似高度角	25 55 12	26 57 14	28 55 14	29 37 07
$-r$	— 01 52	— 01 47	— 01 39	— 01 36
h	25 53 20	26 55 27	28 53 35	29 35 31
R (表 2)	43.72	41.80	38.50	37.43
p (m.m.)	758.6	758.6	758.7	758.7
270 $+t$ °C	296.0	296.0	295.8	295.8
$\sin h$	+ 0.436627	+ 0.452811	+ 0.483176	+ 0.493820
$-\sin\varphi\sin h$	− 0.044305	− 0.045947	− 0.049028	− 0.050108
$\sin\delta$	+ 0.218029	+ 0.218029	+ 0.218029	+ 0.218029
I	+ 0.173724	+ 0.172082	+ 0.169001	+ 0.167921
$\cos h$	+ 0.899642	+ 0.891607	+ 0.875523	+ 0.869564
$\cos\varphi\cos h$=II	+ 0.894998	+ 0.887005	+ 0.871004	+ 0.865075
I/II=$\cos a$	+ 0.194105	+ 0.194003	+ 0.194030	+ 0.194111
a	78° 48′ 27″	78° 48′ 49″	78° 48′ 43″	78° 48′ 26″
ψ	281 08 22	281 08′ 05	281 08 53	281 09 11
A	359 56 49	359 56 54	359 57 36	359 57 37
A_L, A_R	359 56 51.5	51.5	359 57 36.5	36.5
	+ 2.5	− 2.5	+ 0.5	− 0.5
A_L A_R $\overline{A}_1$、$\overline{A}_2$	359° 56′ 51.5″ 359° 57′ 36.5″ 359° 57′ 14.0″	$m^2=\dfrac{[v^2]}{n-2}=\dfrac{13.00}{2}=6.50$ $m^2_{\overline{A}_1}=\dfrac{m^2}{n}=\dfrac{6.50}{4}=1.62$		$m_{\overline{A}_1}=1.3''$
$\overline{A}=\frac{1}{2}(\overline{A}_1+\overline{A}_2)$	359° 57′ 09″	$m^2_{\overline{A}}=\frac{1}{4}(m^2_{\overline{A}_1}+m^2_{\overline{A}_2})=\frac{1}{4}(1.62+0.62)=0.56$		

方位标: X

$\sin\varphi$: +0.101471

$\cos\varphi$: +0.994838

日 期: 1949.6.19 (星期日)

观测者: P. de With

仪 器: Wild T2

α. 獅子座(西) δ=+12° 13′ 03.6″			
盤 右	盤 右	盤 左	盤 左
297° 39′ 12″	297° 01′ 24″	64° 18′ 33″	65° 20′ 17″
27 39 12	27 01 24	25 41 27	24 39 43
— 01 44	— 01 47	— 01 54	— 01 59
27 37 28	26 59 37	25 39 33	24 37 44
40.59	41.68	44.19	46.25
759.2	759.2	759.3	759.4
295.4	295.4	295.3	295.3
+ 0.463674	+ 0.453891	+ 0.433017	+ 0.416739
− 0.047049	− 0.046057	− 0.043939	− 0.042287
+ 0.211626	+ 0.211626	+ 0.211626	+ 0.211626
+ 0.164577	+ 0.165569	+ 0.167687	+ 0.169339
+ 0.886006	+ 0.891057	+ 0.901386	+ 0.909026
+ 0.881432	+ 0.886457	+ 0.896733	+ 0.904334
+ 0.186715	+ 0.186776	+ 0.186998	+ 0.187253
280° 45′ 40″	280° 45′ 53″	280° 46′ 40″	280° 47′ 33″
79 11 42	79 11 30	79 10 08	79 09 12
359 57 22	359 57 23	359 56 48	359 56 45
359 57 22.5	22.5	359 56 46.5	46.5
+ 0.5	− 0.5	− 1.5	+ 1.5

359° 56′ 46.5″
359° 57′ 22.5″
359° 57′ 04.5″

$$m^2=\frac{[v^2]}{n-2}=\frac{5.00}{2}=2.50$$

$$m^2_{A_2}=\frac{m^2}{n}=\frac{2.50}{4}=0.62 \qquad m_{\bar{A}_2}=0.8''$$

$m_{\bar{A}}=0.7''$

計算者: J. 罗尔夫

太陽高度法測方位角

§ 8.5

計 算

測站: Para. Ⅱ

φ : $+5°\ 49'\ 28''$

(λ): $+3^h\ 41^m$

望远鏡位置	盤 左	盤 左	盤 右	盤 右
豎 盤	74° 15′ 01″	73° 40′ 44″	288° 30′ 28″	289° 05′ 24″
近似高度角	15 44 59	16 19 16	18 30 28	19 05 24
p (列綫圖 3)	+ 8.6	+ 8.6	+ 8.5	+ 8.4
± 11′ 30″	+ 11 30	+ 11 30	− 11 30	− 11 30
$-r$ (列綫圖 1)	− 3 14.0	− 3 7.0	− 2 44.0	− 2 38.4
h	15 53 24	16 27 48	18 16 22	18 51 24
p (m.m.)	764.4	764.4	764.6	764.6
$t°C$	24.0	24.1	24.7	24.8
L.A.T. (列綫圖 5)	$7^h\ 16^m$	$7^h\ 20^m$	$7^h\ 28^m$	$7^h\ 30^m$
λ	+ 3 41	+ 3 41	+ 3 41	+ 3 41
$-e$	+ 0 12	+ 0 12	+ 0 12	+ 0 12
G.M.T.	$11^h\ 09^m$	$11^h\ 13^m$	$11^h\ 21^m$	$11^h\ 23^m$
δ (0^hG.M.T.)	− 19° 41′ 22.3″	− 19° 41′ 22.3″	− 19° 41′ 22.3″	− 19° 41′ 22.3″
$\Delta_1\delta$	+ 06 27.7	+ 06 30.0	+ 06 34.6	+ 06 35.8
$\Delta_2\delta$ (列綫圖 2)	− 2.7	− 2.7	− 2.7	− 2.7
δ	− 19 34 57	− 19 34 55	− 19 34 50	− 19 34 49
$\sin h$	+ 0.273791	+ 0.283402	+ 0.313541	+ 0.323202
$-\sin\varphi\sin h$	− 0.027785	− 0.028760	− 0.031818	− 0.032799
$\sin\delta$	− 0.335164	− 0.335115	− 0.335132	− 0.335128
I	− 0.362949	− 0.363915	− 0.366950	− 0.367927
$\cos h$	+ 0.961789	+ 0.959001	+ 0.949575	+ 0.946330
$\cos\varphi\cos h$=II	+ 0.956824	+ 0.954051	+ 0.944573	+ 0.941445
(I/II)=cos(a)	− 0.379327	− 0.381442	− 0.388441	− 0.390811
(a)	112° 17′ 31.2″	112° 25′ 22.9″	112° 51′ 27.1″	113° 00′ 17.9″
± 11′ 30″ sec h	− 11 57.4	− 11 59.5	+ 12 06.0	+ 12 09.1
a	112 05 34	112 13 23	113 03 33	113 12 27
ψ	122 49 04	122 41 26	121 49 53	121 41 11
A	234 54 38	234 54 49	234 53 26	234 53 38
A_L, A_R	234 54 44.8	44.8	234 53 34.8	34.8
v	+ 6.8	− 4.2	+ 8.8	− 3.2
A_L	234° 54′ 44.8″		$m^2=\frac{[v^2]}{n-2}=\frac{181.5}{6}=30.2$	
A_R	234° 53′ 34.8″			
$\bar{A}$	234° 54′ 10″		m=5.5″	

方位标：Y
$\sin q$：+0.101481
$\cos q$：+0.994838
(δ)：−19°35′

日 期：1947.1.23（星期四）
观测者：P. de With
仪 器：Wild T 2（附加太陽棱鏡）

盤 右	盤 右	盤 左	盤 左
290° 17′ 14″	290° 47′ 15″	68° 21′ 28″	67° 32′ 13″
20 17 14	20 47 15	21 38 32	22 27 47
+ 8.4	+ 8.3	+ 8.3	+ 8.3
− 11 30	− 11 30	+ 11 30	+ 11 30
− 2 28.4	− 2 24.4	− 2 18.2	− 2 12.8
20 03 24	20 33 29	21 47 52	22 37 12
764.7	764.7	764.7	764.8
25.1	25.2	25.4	25.6
$7^h\ 35^m$	$7^h\ 37^m$	$7^h\ 42^m$	$7^h\ 46^m$
+ 3 41	+ 3 41	+ 3 41	+ 3 41
+ 0 12	+ 0 12	+ 0 12	+ 0 12
$11^h\ 28^m$	$11^h\ 30^m$	$11^h\ 35^m$	$11^h\ 39^m$
− 19° 41′ 22.3″	− 19° 41′ 22.3″	− 19° 41′ 22.3″	− 19° 41′ 22.3″
+ 06 38.7	+ 06 39.9	+ 06 42.8	+ 06 45.1
− 2.7	− 2.7	− 2.7	− 2.7
− 19 34 46	− 19 34 45	− 19 34 42	− 19 34 40
+ 0.342949	+ 0.351156	+ 0.371332	+ 0.384618
− 0.034803	− 0.035636	− 0.037683	− 0.039031
− 0.335114	− 0.335109	− 0.335095	− 0.335086
− 0.369917	− 0.370745	− 0.372778	− 0.374117
+ 0.939354	+ 0.936317	+ 0.928500	+ 0.923076
+ 0.934505	+ 0.931484	+ 0.923707	+ 0.918311
− 0.395843	− 0.398015	− 0.403567	− 0.407397
113° 19′ 06.8″	113° 27′ 14.9″	113° 48′ 04.9″	114° 02′ 29.1″
+ 12 14.5	+ 12 16.9	− 12 23.1	− 12 27.5
113 31 21	113 39 32	113 35 42	113 50 02
121 22 15	121 14 07	121 19 02	121 04 46
234 53 36	234 53 39	234 54 44	234 54 48
34.8	34.8	234 54 44.8	44.8
− 1.2	− 4.2	+ 0.8	+ 3.2

$$m_A^2 = \frac{m^2}{n} = \frac{30.2}{8} = 3.78$$

$$m_A = 1.9''$$

計算者：J. 罗尔夫

6. 恒 星 子 午 圈

恒星子午圈高度法測緯度

§ 9.2

計 算

測 站: 海牙

(φ): $+52°\ 03'$

(λ): $-\quad 17^{m}.17^{s}$

星 中天 北—南	ν 仙女座 上 南	ε 仙后座 上 北	43 仙后座 上 北	β 三角座 上 南
竪盤	10° 54′ 20″	11° 22′ 15″	15° 44′ 05″	17° 18′ 37″
近似高度角	79 05 40	78 37 45	74 15 55	72 41 23
$-r$	− 11.3	− 11.8	− 16.5	− 18.3
$\pm h$	− 79 05 28.7	+ 78 37 33.2	+ 74 15 38.5	− 72 41 04.7
$\pm \delta$	+ 41 09 15.2	+ 63 25 27.0	+ 67 47 25.5	+ 34 44 59.2
$\pm 90°$	+ 90	− 90	− 90	+ 90
φ_i	+ 52 03 46.5	+ 52 03 00.2	+ 52 03 04.0	+ 52 03 54.5
$\bar{\varphi}_i$	+ 52° 03′ 23.4″		+ 52° 03′ 29.2″	
R (表 2)	4.11	4.29	6.01	6.66
p(m.m.)	764.05	764.15	764.05	764.50
$270+t$°C	278.20	278.15	278.20	278.10

星 中天 北—南	12 三角座 上 南	36 H 仙后座 上 北	θ 英仙座 上 南	η 英仙座 上 南
竪盤	22° 36′ 48″	20° 32′ 45″	03° 02′ 42″	03° 38′ 21″
近似高度角	67 23 12	69 27 15	86 57 18	86 21 39
$-r$	− 24.5	− 22.0	− 03.1	− 03.7
$\pm h$	− 67 22 47.5	+ 69 26 53.0	− 86 57 14.9	+ 86 21 35.3
$\pm \delta$	+ 29 26 42.9	+ 72 36 04.9	+ 49 01 03.6	+ 55 41 20.8
$\pm 90°$	+ 90	− 90	+ 90	− 90
φ_i	+ 52 03 55.4	+ 52 02 57.9	+ 52 02 48.7	+ 52 02 56.1
$\bar{\varphi}_i$	+ 52° 03′ 26.6″		+ 52° 03′ 22.4″	
R (表 2)	8.89	8.00	1.14	1.36
p(m.m.)	764.75	764.85	764.95	765.00
$270+t$°C	278.00	278.00	278.00	278.00

高　度　法　測　緯　度

日　期：1948.12.15

仪　器：Wild T2

观測者：W. 朗格拉尔

对北/南半球：

上中天　南星　$\varphi=-h+\delta+90°$

上中天　北星　$\varphi=+h+\delta-90°$

下中天　　　　$\varphi=\pm h-\delta\pm 90°$

50 仙后座 上 北	γ 三角座 上 南	Bradley 299 上 南	γ 英仙座 上 北
20°07′31″	18°26′39″	01°13′47″	61°15′40″
69 52 29 − 21.5	71 33 21 − 19.6	88 46 13 − 01.3	88 44 20 − 01.3
+ 69 52 07.5 + 72 10 49.0 − 90	− 71 33 01.4 + 33 36 54.5 + 90	− 88 46 11.7 + 50 50 01.3 + 90	+ 88 44 18.7 + 53 18 42.8 − 90
+ 52 02 56.5	+ 52 03 53 1	+ 52 03 49.6	+ 52 03 01.5
+ 52° 03′ 24.8″		+ 52° 03′ 25.6″	
7.82 764.30 278.15	7.12 764.60 278.05	0.46 764.50 278.10	0.47 764.15 278.05

結果：		v
$\varphi_1=$	+52° 03′ 23.4	+ 1.9
$\varphi_2=$	29.2	− 3.9
$\varphi_3=$	24.8	+ 0.5
$\varphi_4=$	25.6	− 0.3
$\varphi_5=$	26.6	− 1.3
$\varphi_6=$	22.4	+ 2.9
$\varphi=$	+ 52° 03′ 25.3″	

$$m^2=\frac{[v^2]}{n-1}=\frac{29.26}{5}=5.85\qquad m=2.4$$

$$m_{\varphi}^2=\frac{m^2}{n}=\frac{5.85}{6}=0.98\qquad m_{\varphi}=1.0''$$

計算者：J. 罗尔夫

恒星近子午圈高度法測定緯度

§ 9.3　G.M.T. 的鐘差改正 ΔT 为已知

計算

望远鏡位置	盤 右	右	右	右	右	右
T	$1^h47^m37^s$	$1^h48^m49^s$	$1^h50^m05^s$	$1^h51^m52^s$	$1^h53^m21^s$	$1^h54^m43^s$
T_m	1 54 57	1 54 57	1 54 57	1 54 57	1 54 57	1 54 57
τ	− 07 20	− 06 08	− 04 52	− 03 05	− 01 36	− 00 09
m（表 9）	+ 105.58	+ 73.86	+ 46.50	+ 18.67	+ 5.03	+ 0.04
R（表 2）	5.06	5.05	5.05	5.04	5.04	5.04
p (m.m.)	757.0	757.0	757.0	757.0	757.0	757.0
270+t°C	282.2	282.2	282.2	282.2	282.2	282.2
豎　盤	346°39′46″	346°40′57″	346°42′04″	346°42′48″	346°43′22″	346°43′26″
近似高度	76 39 46	76 40 57	76 42 04	76 42 48	76 43 22	76 43 26
$-r$	− 13.6	− 13.5	− 13.5	− 13.5	− 13.5	− 13.5
$Q\,A\,m$	+ 03 42.0	+ 02 35.3	+ 01 37.8	+ 39.2	+ 10.6	+ 0.1
$-Bn$(列綫圖10)	− 0.5	− 0.3	− 0.1	− 0.1	− 0.0	− 0.0
h_m'	76 43 14	76 43 18	76 43 28	76 43 14	76 43 19	76 43 13
$\bar{h}m_R$ $\bar{h}m_L$	76 43 17.7	17.7	17.7	17.7	17.7	17.7
v	+3.7	−0.3	−10.3	+3.7	−1.3	+ 4.7

望远鏡位置	盤 左	左	左	左	左	左
T	$2^h26^m53^s$	$2^h28^m57^s$	$2^h29^m58^s$	$2^h31^m33^s$	$2^h32^m53^s$	2^h35^m00
T_m	2 32 23	2 32 23	2 32 23	2 32 23	2 32 23	2 32 23
τ	− 05 30	− 03 26	− 02 25	− 00 50	+ 00 30	+ 02 37
m（表 9）	+ 59.40	+ 23.14	+ 11.47	+ 1.36	+ 0.49	+ 13.44
R（表 2）	5.95	5.94	5.94	5.94	5.94	5.94
p(m.m.)	757.0	757.0	757.0	757.0	757.0	757.0
270+t°C	282.2	282.2	282.2	282.2	282.2	282.2
豎　盤	15°33′38″	15°33′07″	15°33′02″	15°32′42″	15°32′43″	15°32′59″
近似高度	74 26 22	74 26 53	74 26 58	74 27 18	74 27 17	74 27 01
$-r$	− 16.0	− 16.0	− 16.0	− 16.0	− 16.0	− 16.0
$Q\,A\,m$	+ 52.3	+ 20.4	+ 10.1	+ 01.2	+ 0.4	+ 11.8
$-Bn$(列綫圖10)	0	0	0	0	0	0
h_m	74 26 58	74 26 57	74 26 52	74 27 03	74 27 01	74 26 57
$\bar{h}m_L$ $\bar{h}m_R$	74 26 58.0	26 58.0	26 58.0	26 58.0	26 58.0	26 58.0
v	0.0	+ 1.0	+6.0	−5.0	−3.0	+1.0

α 天琴座　$m^2=\frac{[v^2]}{n-2}=\frac{254.68}{10}=25.47$　$m=5.0''$　$m^2_{\varphi_1}=\frac{m^2}{n}=\frac{25.47}{12}=2.12$　$m_{\varphi_1}=1.5''$

δ 天龙座　$m^2=\frac{[v^2]}{n-2}=\frac{151.00}{10}=15.10$　$m=3.9''$　$m^2_{\varphi_2}=\frac{m^2}{n}=\frac{15.10}{12}=1.26$　$m_{\varphi_2}=1.1''$

測站: 德尔弗特		日　期:	1944.6.27/28（星期二/三）
		仪　器:	Wild T 2
(φ):	$+52°00'$	时　計:	Nardin № 17986 (M.T.) $\Delta_1 T = +0.02^s$
λ :	$-17^m23^s.12$	観測者:	H.D. Waan

盤　左	左	左	左	左	左
$2^h01^m08^s$	$2^h03^m21^s$	$2^h04^m29^s$	$2^h05^m39^s$	$2^h06^m27^s$	$2^h07^m21^s$
1 54 57	1 54 57	1 54 57	1 54 57	1 54 57	1 54 57
+ 06 11	+ 08 24	+ 09 32	+ 10 42	+ 11 30	+ 12 24
75.06	+138.53	+178.43	+224.76	+259.62	+301.83
5.05	5.07	5.08	5.09	5.10	5.11
757.0	757.0	757.0	757.0	757.0	757.0
282.2	282.2	282.2	282.2	282.2	282.2
13°19′22″	13°21′26″	13°22′56″	13°24′30″	13°25′49″	13°27′07″
76 40 38	76 38 34	76 37 04	76 35 30	76 34 11	76 32 53
− 13.5	− 13.6	− 13.6	− 13.7	− 13.7	− 13.7
+ 02 37.8	+ 04 51.2	+ 06 15.1	+ 07 52.5	+ 09 05.8	+ 10 34.5
− 0.3	− 0.8	− 1.4	− 2.2	− 3.0	− 4.0
76 43 02	76 43 11	76 43 04	76 43 07	76 43 00	76 43 10
76 43 05.7	05.7	05.7	05.7	05.7	05.7
+ 3.7	−5.3	+1.7	−1.3	+5.7	−4.3

星	α 天琴座
L.S.T. $=\alpha$	$18^h35^m04.6^s$
λ	− 17 23.1
G.S.T.	18 17 41.5
太陽时当量	18 14 41.7
太陽时指数	5 39 09.6
G.M.T.	23 53 51.3
ΔT	21 58 54.1
T_m	$1^h54^m57^s$
近似高度	76°43′26″
$-r$	−13
(h_m)	76 43 13
$\cos(\varphi) = \text{I}$	+ 0.61566
$\cos\delta = \text{II}$	+ 0.78008
$\cos(h_m) = \text{III}$	+ 0.22971
$A = \frac{\text{I.II}}{\text{III}}$	+ 2.0907
Q（表 5）	+ 1.00549
QA	+ 2.1022
$-h$	− 76 43 11.7
$+\delta$	+ 38 43 55.1
$+90°$	+ 90
φ_1	+ 52°00′43.4″

盤　右	右	右	右	右	右
$2^h39^m16^s$	$2^h40^m23^s$	$2^h41^m23^s$	$2^h42^m07^s$	$2^h43^m05^s$	$2^h44^m26^s$
32 23	2 32 23	2 32 23	2 32 23	2 32 23	2 32 23
06 53	+ 08 00	+ 09 00	+ 09 44	+ 10 42	+ 12 03
+ 93.02	+125.65	+159.02	+185.99	+224.76	+285.04
5.95	5.95	5.95	5.95	5.96	5.97
757.0	757.0	757.0	757.0	757.0	757.0
282.2	282.2	282.2	282.2	282.2	282.2
344°25′57″	344°25′30″	344°25′06″	344°24′33″	344°24′09″	344°23′09″
74 25 57	74 25 30	74 25 06	74 24 33	74 24 09	74 23 09
− 16.0	− 16.0	− 16.0	− 16.0	− 16.0	− 16.0
+ 01 22.0	+ 01 50.7	+ 02 20.1	+ 02 43.9	+ 03 18.1	+ 04 11.2
− 0.1	− 0.2	− 0.2	− 0.3	− 0.4	− 0.7
74 27 03	74 27 04	74 27 10	74 27 01	74 27 [illegible]	74 27 04
74 27 05.5	05.5	05.5	05.5	05.5	05.5
+2.5	+1.5	−4.5	+4.5	−5.5	+1.5

星	δ 天龙座
L.S.T. $=\alpha$	$19^h12^m36.5^s$
λ	− 17 23.1
G.S.T.	18 55 13.4
太陽时当量	18 52 07.4
太陽时指数	5 39 09.6
G.M.T.	0 31 17.0
ΔT	21 58 54.1
T_m	$2^h32^m23^s$
近似高度	74°27′18″
$-r$	− 16
(h_m)	74 27 02
$\cos(\varphi) = \text{I}$	+ 0.61566
$\cos\delta = \text{II}$	+ 0.38166
$\cos(h_m) = \text{III}$	+ 0.26807
$A = \frac{\text{I.II}}{\text{III}}$	+ 0.8765
Q（表 5）	+ 1.00549
QA	+ 0.8813
$+\bar{h}$	+ 74 27 01.8
$+\delta$	+ 67 33 49.1
$-90°$	− 90
φ_2	+52°00′50.9″

計算者: J. 罗尔夫

$$m_{\bar{\varphi}}^2 = \frac{1}{4}\left(m_{\varphi_1}^2 + m_{\varphi_2}^2\right) = 0.84$$

$$m_{\bar{\varphi}} = 0.9'' \qquad \bar{\varphi} = \frac{1}{2}(\varphi_1 + \varphi_2) = +52°00'47''$$

恒星近子午圈高度法測緯度

§ 9.5 G.M.T. 的錶差改正ΔT为未知

計算

望远鏡位置	盤 左	左	左	左	左	左
T	$13^h09^m05^s$	$13^h10^m28^s$	$13^h11^m41^s$	$13^h12^m40^s$	$13^h13^m34^s$	$13^h14^m24^s$
(T_m)	13 17 00	13 17 00	13 17 00	13 17 00	13 17 00	13 17 00
τ	− 07 55	− 06 32	− 05 19	− 04 20	− 03.26	− 02 36
m (表 9)	+ 123.05	+ 83.81	+ 55.50	+ 36 87	+ 23.14	+13.27
R (表 2)	13.56	13.55	13.55	13.54	13.54	13.54
p (m.m.)	780.5	780.5	780.5	780.5	780.5	780.5
270+t°C	272.3	272.3	272.2	272.2	272.1	272.1
竪盤	32°24′41″	32°24′04″	32°23′35″	32°23′15″	32°23′01″	32°22′50″
近似高度	57 35 19	57°35 56	57 36 25	57 36 45	57 36 59	57 37 10
$-r$	− 38.9	− 38.8	− 38.9	− 38.8	− 38.8	− 38.8
$Q\ A\ m$	+ 02 13.8	+ 01 31.1	+ 01 00.3	+ 40.1	+ 25.2	+ 14.4
$-Bi$ (列綫圖10)	− 0.1	0	0	0	0	0
h_m	57 36 54	57 36 48	57 36 46	57 36 49	57 36 45	57 36 46
$\frac{2}{n}\Sigma h_{mi(j)}$	57 36 47.5	47.5	− 47.5	47.5	47.5	47 5
h'_m	+ 6.5	+ 0.5	− 1.5	− 1.5	− 2.5	− 1.5
τ	− 475^s	− 392^s	− 319^s	− 260^s	− 260^s	− 156^s
$\frac{2}{n}\Sigma\tau_{i(j)}$	− 301	− 301	− 301	− 301	− 301	− 301
τ'	− 174	− 91	− 18	+ 41	+ 95	+ 145
$\tau'h'_m$	− 1131	− 46	+ 27	− 62	− 238	− 218
τ'^2	30276	8281	824	1681	9025	21025
$\tau'.\Delta_3$	+ 3.9	+ 2.0	+ 0.4	− 0.9	− 2.1	− 3.2
h'_m	+ 6.5	+ 0.5	− 1.5	− 1.5	− 2.5	− 1.5
v	− 2.6	+ 1.5	+ 1.9	+ 0.6	+ 0.4	− 1.7

$-h_m$	− 57°36′43.5″
$+\delta$	+ 19 40 04.8
+ 90°	+ 90
φ	+ 52°03′21″

$$m_h^2=\frac{[v^2]}{n-3}=\frac{41.18}{9}=4.58$$

$$m_h=2.1''$$

計算者：J.罗尔夫

測站：海牙　　日　期：1948.12.18（星期六）(Sa)

(φ)：$+52°03'$　仪　器：Wild T2

时　計：Nardin 2081 (M. T)　　$\Delta_1 T = +0.05^s$

(λ)：$-17^m.17^s$　观測者：W. 朗格拉尔

盤　右	右	右	右	右	右	星	θ 白羊座
$13^h20^m08^s$	$13^h21^m55^s$	$13^h23^m28^s$	$13^h24^m23^s$	$13^h25^m24^s$	$13^h26^m17^s$	近似高度	T
13 17 00	13 17 00	13 17 00	13 17 00	13 17 00	13 17 00	57°35′19″	$13^h09^m05^s$ (L)
+ 03 03	+ 04 55	+ 06 28	+ 07 23	+08 24	+ 09 17	57 35 19	13 24 30 (R)
						(T_m)	13 17 00
+ 19.28	+ 47.46	+ 82.10	+107.03	+138.53	+ 169.19		
13.54	13.55	13.55	13.56	13.56	13.56	近似高度	57°37′10″
780.5	780.5	780.5	780.5	780.5	780.5	$-r$	− 39
271.9	271.9	271.9	271.9	271.8	271.8	(h_m)	57°36′31″
						cos(φ)	+ 0.61497
32°23′00″	32°23′34″	32°24′15″	32°24′37″	32°25′16″	32°25′53″	cos δ	+ 0.94166
						cos(h_m)	+ 0.53570
57 37 00	57 36 26	57 35 45	57 35 23	57 34 44	57 34 07	A	+ 1.0810
− 38.9	− 38.9	− 38.9	− 38.9	− 38.9	− 38.9		
+ 21.0	+ 51.6	+01 29.2	+01 56.3	+ 02 30.6	+ 03 03.9	Q（表3）	1.00551
0	0	0	− 0.1	− 0.1	− 0.1	QA	1.0870
57 36 42	57 35 39	57 36 35	57 36 40	57 36 36	57 36 32		
57 36 37.3	37.3	37.3	37.3	37.3	37.3		
+4.7	+ 1.7	− 2.3	+ 2.7	− 1.3	− 5.3		
+ 188^s	+ 295^s	+ 388^s	+ 443^s	+ 504^s	+ 557^s	[τ]	+567^s
+ 396	+ 396	+ 396	+ 396	+ 396	+ 396	[$\tau' h'_m$]=I	− 3666
− 208	− 101	− 8	+ 47	+ 108	+ 161	[τ'^2]=II	+ 163935
						Δ_3=I/II	− 0.0224
− 978	− 172	+ 18	+ 127	− 140	− 853		
43264	10201	64	2209	11664	25921	$\frac{2}{n}\Sigma\ hm_i$	57°36′47.5
						$\Delta_1=-$	
+ 4.7	+ 2.3	+ 0.2	− 1.1	− 2.4	− 3.6	$-\left(\frac{2}{n}\Sigma\tau_i\right)\Delta_3$	− 06.7
+ 4.7	+ 1.7	− 2.3	+ 2.7	− 1.3	− 5.3		
0	+ 0.6	+ 2.5	− 3.8	− 1.1	+ 1.7	$\bar h_m - I$	57 36 40.8
						$\frac{2}{n}\Sigma\ hm_j$	57°36 37.3
						$\Delta_2=-$	
						$-\left(\frac{2}{n}\Sigma\tau_j\right)\Delta_3$	+ 08.9
						$\bar h_m + I$	57 36 46.2

$$Q\bar h_m \bar h_m = \frac{1}{n}+\frac{1}{n^2}\frac{[\tau]^2}{[\tau'^2]} = \frac{1}{12}+\frac{1}{144}\cdot\frac{567^2}{163935} = 0.103$$

$$m^2_{\bar h_m} = m^2_\varphi = m^2_h\, Q\bar h_m \bar h_m = 0.47 \quad m_\varphi = 0.7$$

圖解平差时可略去（参考下頁）

缺　页

9. 恒星近子午圈高度法測定緯度

(錶差改正为未知)

圖 解 平 差 §9.5.3

(准备計算見例題8)

恒星天頂距法測定經度

§ 10.2

計算

日　期: 1950. 4. 21
仪　器: Wild T3
时　計: U. Nardin 2081 M.T.
觀測者: P. de With
$\Delta_1 T=+0.070^s$　$Q=1.00552$

	西	西	东	东
星	θ 双子座	θ 双子座	δ 牧夫座	δ 牧夫座
竖盤讀数	44° 19′ 45.5″	42° 29′ 53.0″	44° 44′ 05 0″	45° 35′ 04.7″
近　似 z	45 40 14.5	47 30 07.0	45 15 55.0	44 24 55.3
$+r$	+ 59.8	+ 1 03.8	+ 59.1	+ 57.4
z	45 41 14.3	47 31 10.8	45 16 54.1	44 25 52.7
R (表 2)	21.83	23.27	21.53	20.90
p(mm)	764.0	764.0	764.0	764.0
270+t°C	278.9	278.7	278.3	278.2
T_F-T_K　m_K	+85 +3.94 +46 +1.15 + 7 +0.02 + 4 +0.01 −34 +0.63 −73 +2.91	+ 33 + 0.59 − 6 + 0.02 − 44 + 1.06 − 43 + 1.26 − 87 + 4.12 − 126 + 8.66	+72 +2.83 +34 +0.63 − 5 +0.01 − 8 +0.03 −47 +1.20 −86 +4.03	+ 57 + 1.77 + 18 + 0.18 − 21 + 0.24 − 24 + 0.31 − 63 + 2.16 − 101 + 5.56
$[m_k]$	+8.66	+ 15.71	+8 73	+ 10.22
C_2 (列綫圖 8)	+0.30	+ 0.30	+0.31	+ 0.31
$\Delta z_2=\zeta C_2\frac{[m_k]}{N}$	+0.4	+ 0.8	+0.5	+ 0.5
z	45 41 14.3	47 31 10.8	45 16 54 1	44 24 52.7
$\bar{z}$	45° 41′ 14.7″	47° 31′ 11 6″	45° 16′ 54.6″	44° 25′ 53.2″
δ	+34° 01′ 36.8″	+34° 01′ 36.8″	+33° 29 42.3″	+33° 29′ 42.3″
sin δ	+0.5595819	+0.5595819	+0.5518654	+0.5518654
cos δ	+0.8287750	+0.8287750	+0.8339332	+0.8339332
$-\sin\varphi\sin\delta$	−0.4410133	−0.4410133	−0.4349319	−0.4349319
$+\cos\bar{z}$	+0.6985725	+0.6753342	+0.7036200	+0.7140886
I	+0.2575592	+0.2343209	+0.2686881	+0.2791567
$\cos\varphi\cos\delta$=II	+0.5101372	+0.5101372	+0.5133122	+0.5133122
$\cos t$=I/II	+0.5043822	+0.4593292	+0.5234399	+0.5438341
T	15h 57m 38.10s	16h 09m 31 15s	16h 29m 03.60s	16h 34m 34.10s
ΔT	+ 4 35 46.30	+ 4 35 46.32	+ 4 35 46.34	+ 4 35 46.34
G.M.T.	20 33 24.40	20 45 17.47	21 04 49.94	21 10 20.44
相应的恒星时段	20 36 47.018	20 48 42.040	21 08 17.720	21 13 49.125
当日格林威治平子正視恒星时	13 53 59.037	13 53 59.037	13 53 59.037	13 53 59.037
赤經章动变化	+ 0.003	+ 0.003	+ 0.004	+ 0.004
GA.S.T.	34 30 46.06	34 42 41.08	35 02 16.76	35 07 48.17
$-t$	− 3 58 42.35	− 4 10 37.48	+ 3 53 44.81	+ 3 48 13.19
$-\alpha$	− 6 49 30.18	− 6 49 30.18	−15 13 31.47	−15 13 31.47
λ	23h 42m 33.53s	23h 42m 33.42s	23h 42m 30.10s	23h 42m 29.89s
$\bar{\lambda}_W$　$\bar{\lambda}_E$	33.48	33.48	30.00	30.00
v	− 5	+ 6	− 10	+ 11
$\bar{\lambda}_1,\ \bar{\lambda}_2\left(=\frac{\bar{\lambda}_W+\bar{\lambda}_E}{2}\right)$	23h 42m 31.74s			

$$\mu_1^2=\frac{[vv]}{n-2}=\frac{0.0282}{2}=0.0141\qquad \mu_1=0.12^s=1.8''\qquad m^2_{\bar{\lambda}_1}=\frac{\mu_1^2}{n}=\frac{3.24}{4}=0.81$$

$$M^2_{\bar{\lambda}_1\cos\varphi}=(0.81+0.10)\cos^2\varphi=0.34\qquad M_{\bar{\lambda}_1\cos\varphi}=0.6''$$

$$\bar{\lambda}=\frac{\bar{\lambda}_1+\bar{\lambda}_2}{2}=23^h\ 42^m\ 31.74^s=-0^h\ 17^m\ 28.26^s$$

日 期: 1950. 6. 16
仪 器: Wild T3
时 計: U. Nardin 122734 M.T.
观测者: P. de With
$\Delta_1 T=+0.266^s$。 $Q=1.00563$

测站: 德尔弗特
φ: $+52°00'34''$
(λ): $-0^h 17^m 28^s$
$\sin\varphi$: $+0.7881122$
$\cos\varphi$: 0.6155316

西	西	东	东
ν 大熊座	ν 大熊座	η 天鹅座	η 天鹅座
45° 46′ 41.0″	43° 04′ 48.8″	43° 30′ 32.8″	46° 04′ 04.8″
44 13 19.0	46 55 11.2	46 29 27.2	43 55 55.2
+ 55.4	+ 1 00.9	+ 1 00.1	+ 55 1
44 14 14.4	46 56 12.1	46 30 27.3	43 56 50.3
20.76	22.80	22.46	20.55
758.8	758.7	758.6	758.6
284.5	284.1	283.4	282.9
+ 21 + 0.24	+ 50 + 1.36	− 12 + 0.08	+ 29 + 0.46
− 18 + 0.18	+ 11 + 0.06	− 51 + 1.42	− 10 + 0.05
− 56 + 1.71	− 27 + 0.40	− 90 + 4.42	− 43 + 1.26
− 60 + 1.96	− 30 + 0.49	− 93 + 4.72	− 52 + 1.48
− 99 + 5.34	− 69 + 2.60	− 132 + 9 50	− 90 + 4.42
− 137 + 10.24	− 108 + 6.36	− 170 + 15.76	− 129 + 9.03
+ 19.67	+ 11.27	+ 35.90	+ 16.75
+ 0.32	+ 0.30	+ 0.27	+ 0.31
+ 1.1	+ 0.6	+ 1.6	+ 0.9
44 14 14.4	46 56 12.1	46 30 27.3	43 56 50.3
44° 14′ 15.5″	46° 56′ 12.7″	46° 30′ 28.9″	43° 56′ 51.2″
+ 33° 22′ 06.3″	+33° 22′ 06.3″	+34° 56′ 48.0″	+34° 56′ 48.0″
+0.5500205	+0.5500205	+0.5728137	+0.5728137
+0.8351512	+0.8351512	+0.8196856	+0.8196856
−0.4334779	−0.4334779	−0.4514415	−0.4514415
+0.7164525	+0.6828039	+0.6882529	+0.7199753
+0.2829746	+0.2493260	+0.2368114	+0.2685338
+0.5140620	+0.5140620	+0.5045424	+0.5045424
+0.5504678	+0.4850115	+0.4693588	+0.5322324
$21^h 06^m 16.97^s$	$21^h 23^m 46.82^s$	$21^h 50^m 21.49^s$	$22^h 06^m 58.07^s$
+ 13.87	+ 13.95	+ 14.07	+ 14.14
21 06 30.84	21 24 00.77	21 50 35.56	22 07 12.21
21 09 58.896	21 27 31.701	21 54 10.858	22 10 50.236
17 34 46.245	17 34 46.245	17 34 46.245	17 34 46.245
+ 0.007	+ 0.007	+ 0.007	+ 0.007
38 44 45.15	39 02 17.95	39 28 57.11	39 45 36.49
− 3 46 24.21	− 4 03 56.83	+ 4 08 01.76	+ 3 51 22.46
−11 15 48.53	−11 15 48.53	−19 54 27.91	−19 54 27.91
$23^h 42^m 32.41^s$	$23^h 42^m 32.59^s$	$23^h 42^m 30.96^s$	$23^h 42^m 31.04^s$
32.50	32.50	31.00	31.00
+ 9	− 9	+ 4	− 4

$23^h 42^m 31.75^s$

$\mu_2^2=\frac{[vv]}{n-2}=\frac{0.0194}{2}=0.0097$ $\mu_2=0.10^s=1.5''$ $m_{\bar{\lambda}_2}^2=\frac{\mu_2^2}{n}=\frac{2.25}{4}=0.56$

$M_{\bar{\lambda}_2\cos\varphi}^2=(0.56+0.10)\cos^2\varphi=0.25$ $M_{\bar{\lambda}_2\cos\varphi}=0.5''$

$M_{\bar{\lambda}\cos\varphi}^2=\frac{1}{4}(M_{\bar{\lambda}_1\cos\varphi}^2+M_{\bar{\lambda}_2\cos\varphi}^2)=\frac{1}{4}(0.34+0.25)=0.15$ $M_{\bar{\lambda}_1\cos\varphi}=0.4''$

計算者
J. 罗尔夫

恒星天頂距法測定經緯度

§ 11.2

計 算

測站: P. I.

φ_0: +5° 49′ 20″

λ_0: $+3^h 40^m 36^s$

近似 z	44°06′14″	43°53′19″	43°43′36″	43°35′02″	43°25′49″	43°13′26″
$+r$	+ 53.1	+ 52.7	+ 52.5	+ 52.2	+ 51.9	+ 51.5
z	44 07 07	43 54 12	43 44 28	43 35 54	43 26 41	43 14 18
R(表 2)	20.67	20.52	20.41	20.30	20.20	20.05
p	760.4	760.4	760.5	760.5	760.6	760.6
270+t	295.8	295.8	295.9	295.9	296.0	296.0
T	$23^h32^m45.85^s$	$23^h34^m02.73^s$	$23^h35^m00.66^s$	$23^h35^m52.40^s$	$23^h36^m47.88^s$	$23^h38^m03.13^s$
$\bar{T}$	23 35 25.44	23 35 25.44	23 35 25.44	23 35 25.44	23 35 25.44	23 35 25.44
dT	− 02 40	− 01 23	− 00 25	+ 00 27	+ 01 22	+ 02 38
m(表 9)	13.96	3.76	0.34	0.40	3.67	13.62

星	a'	$\cos a'$	$\sin a'$	g	Δz	$g\cos^2 a'$	$g\cos a' \sin a'$	$g\sin^2 a'$	$g\Delta z \cos a'$	$g\Delta z \sin a'$	$\Delta\varphi \cos a'$	$-\Delta\lambda \cos\varphi_0 \sin a'$
π 天蝎座	138°	−0.74	+0.67	1	−10.7	+0.55	−0.50	+0.45	+7.92	−7.17	−4.9	−6.1
γ 長蛇座	228°	−0.67	−0.74	1	+ 0.5	+0.45	+0.50	+0.55	−0.34	−0.37	−4.4	+6.7
γ 天琴座	47½°	+0.69	+0.73	1	− 3.7	+0.48	+0.50	+0.53	−2.55	−2.70	+4.6	−6.6
e 牧夫座	311½°	+0.66	−0.75	1	+11.6	+0.44	−0.50	+0.56	+7.66	−8.70	+4.4	+6.8

CG	+ 26.52	BG	0	AC	+4.01
BH	0	AH	−36.36	B^2	0
I	+ 26.52	II	+36.36	III	+4.01

A	B	C	G	H
+1.92	0	+2.09	+12.69	−18.94

$m^2 = \frac{[gv^2]}{n-2} =$

$m_\varphi^2 = m^2 Q_{11} =$

$m_{\lambda\cos\varphi_0}^2 = m^2 Q_{22}$

$0.10\cos^2\varphi_0 =$

$M_{\lambda\cos\varphi_0}^2 =$

$Q_{11} = C/\text{III} = +0.52$

$Q_{12} = B/\text{III} = 0$

$Q_{22} = A/\text{III} = +0.48$

$\Delta\varphi = \text{I}/\text{III} = +6.6$

$\Delta\lambda\cos\varphi_0 = \text{II}/\text{III} = +9.1''$

$\Delta\lambda = 9.1'' = +0.61^s$

$\varphi_0 = +5°49'20''$	$\lambda_0 = +3^h40^m36^s$
$\Delta\varphi = +\ 6.6$	$\Delta\lambda = +\ 0.61$
$\varphi = +5°49'\ 6.6''$	$\lambda = +3^h40^m35.61^s$

$m_\varphi = 1.3''$ $M_{\lambda\cos\varphi_0} = 1.2'' = 0.008^s$

$\sin\varphi_0 = +0.101442$
$\cos\varphi_0 = +0.994841$

日　期: 1949. 6. 21/22 (星期二、三).
仪　器: Wild T2
时　計: Nardin 122734 $\Delta_1 T = +0.15^s$
观測者: P. de With

星	π 天蝎座
指标差改正	− 12″
平均 z	43 40 26.7
$\bar{z}$	43°40′14.7″

对其他各星进行同样計算, 結果如左表

$\bar{T}$	23ʰ 35ᵐ 25.44ˢ
$[m]/n$	+5.96

$-\Delta z$	v	v^2	gv^2
+10.7	− 0.3	0.09	0.09
− 0.5	+ 1.8	3.24	3.24
+ 3.7	+ 1.7	2.89	2.89
−11.6	− 0.4	0.16	0.16

$= \frac{6.38}{2} = 3.19 \quad m = 1.8''$

$= 1.66$

$= 1.53$

$= 0.10$

$= 1.63$

圖解平差时可略去

(参考下頁)

星	π 天蝎座	γ 長蛇座	γ 天琴座	ρ 牧夫座
$\bar{T}$	23ʰ35ᵐ 25.44ˢ	01ʰ16ᵐ 42.31ˢ	02ʰ10ᵐ 13.76ˢ	02ʰ31ᵐ 17.54ˢ
$\Delta\bar{T}$	− 01 44.44	− 01 44.18	− 01 44.04	− 01 43.98
G.M.T.	23 33 41.00	01 14 58.13	02 08 29.72	02 29 33.56
恒星时当量	23 37 33.23	01 15 10.45	02 08 50.83	02 29 58.13
恒星时指数	17 55 25.98	17 59 22.54	17 59 22.54	17 59 22.54
赤經章动变化	0	0	0	0
G.A.S.T.	17 32 59.21	19 14 32.99	20 08 13.37	20 29 20.67
α	15 55 48.07	13 16 10.00	18 57 04.30	14 29 39.95
$\bar{t}^G$	1 37 11.14	5 58 22.99	1 11 09.07	5 59 40.72
λ_0	3 40 36.00	3 40 36.00	3 40 36.00	3 40 36 00
$\bar{t}^G - \lambda_0$	21 56 35.14	2 17 46.99	21 30 33.07	2 19 04.72
$\sin(\bar{t}^G - \lambda_0)$	−0.514	+0.566	−0.607	+0.570
$\cos(\bar{t}^G - \lambda_0)$	+0.858481	+0.824662	+0.794815	+0.821451
δ	−25°58′22.7″	−22°54′27.5″	+32°36′57.7″	+30°35′38.1″
$\sin\delta$	−0.437947	−0.389247	+0.539006	+0.508950
$\cos\delta$	+0.899001	+0.921134	+0.842302	+0.860796
$\sin\varphi_0 \sin\delta$	−0.044426	−0.039486	+0.054678	+0.051629
$\cos\varphi_0 \cos\delta \cos(\bar{t}^G - \lambda_0)$	+0.767794	+0.755705	+0.666020	+0.703454
$\cos z'$	+0.723368	+0.716219	+0.720698	+0 755083
$\sin z'$	+0.690	+0.698	+0.693	+0.656
$\sin a' = \frac{-\cos\delta \sin(\bar{t}^G - \lambda_0)}{\sin z'}$	+0.668	−0.747	+0.738	−0.748
a'	138°	228°	47½°	311½°
C_3(列綫圖 9)	−0.625	−0.505	−0.380	−0.365
Q (表 5)	+1.006	+1.006	+1.006	+1.006
$\Delta z_3 = Q\,C\frac{[m]}{n}$	−3.7	−1.7	−1.7	−1.4
z'	43 40′00.3″	44°15′24.5″	43°53′16.3″	40°58′02.6″
$\bar{z}' = \bar{z}' + \Delta z_3$	43 40 11.0	44 15′24.0	43 53 20.0	40 57 51.0
$\Delta\bar{z}$	− 10.7	+ 0.5	− 3.7	+ 11.6
c	+ 25.0	+ 25.0	+ 25.0	+ 25.0
$\Delta\bar{z} + c$	+ 14.3	+ 25.5	+ 20.3	+ 36.6

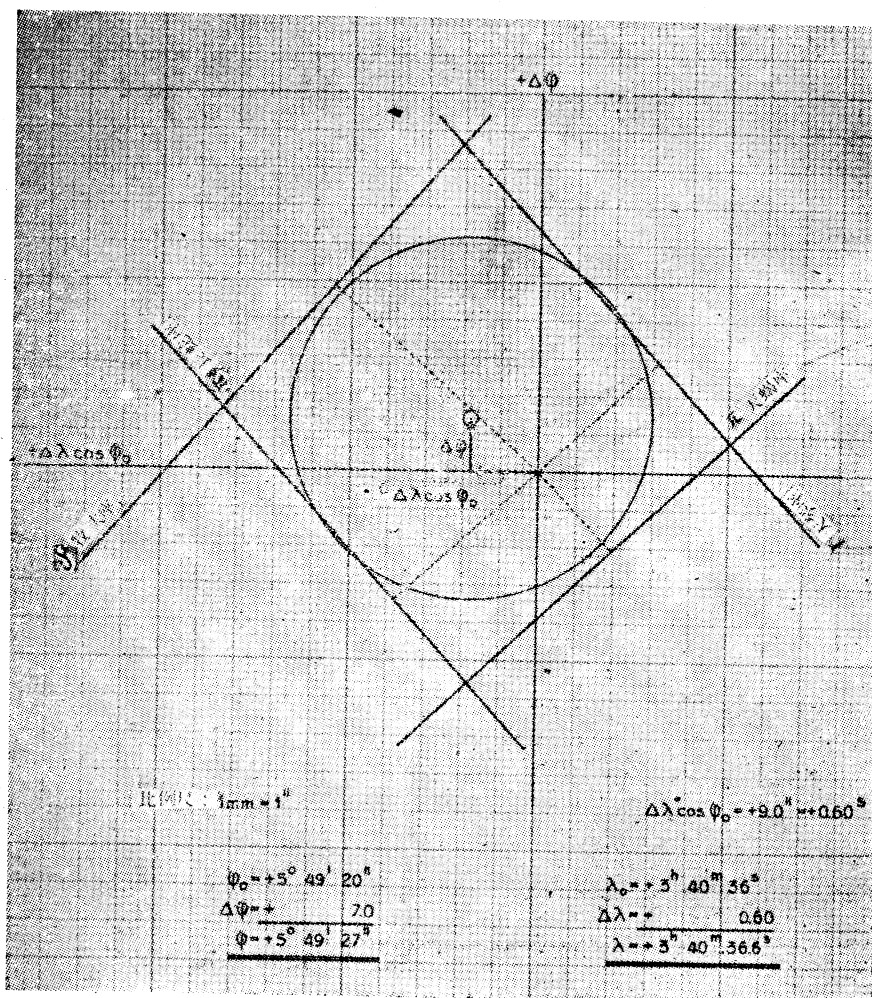
計 算 者: J.罗 尔 夫

缺 页

12. 恆星天頂距法測定經緯度

圖解平差，§ 11.2.4

（准备平差見例題 11）



多星等高法測定經緯度

§ 11.3

計 算

星 名 号	β 天鹅座 1	α 海豚座 2	ε 宝瓶座 3	μ 武仙座 4
T	$22^h\ 34^m\ 09.32^s$	$23^h\ 05^m\ 32.54^s$	$23^h\ 17^m\ 05.24^s$	$23^h\ 19^m\ 42.20^s$
ΔT	+ 40.47	+ 40.53	+ 40.55	+ 40.56
G.M.T.	22 34 49.79	23 06 13.07	23 17 45.79	23 20 22.76
相当的恒星时段	22 38 32.35	23 10 00.79	23 21 35.41	23 24 12.81
当日格林威治平子正視恒星时	23 11 47.50	23 11 47.50	23 11 47.50	23 11 47.50
章动变化	+ 0.00	+ 0.00	+ 0.00	+ 0.00
G.A.S.T.	21 50 19.85	22 21 48.29	22 33 22.91	22 36 00.31
α	19 28 39.30	20 37 15.63	20 44 54.43	17 44 26.69
$\overset{G}{t}$	2 21 40.55	1 44 32.66	1 48 28.48	4 51 33.62
λ_0	3 36 20.50	3 36 20.50	3 36 20.50	3 36 20.50
$\overset{G}{t}-\lambda_0$	$-1^h\ 14^m\ 39.95^s$	$-1^h\ 51^m\ 47.84^s$	$-1^h\ 47^m\ 52.02^s$	$+1^h\ 15^m\ 13.12^s$
δ	+27° 51′ 07.9″	+15° 43′ 50.0″	− 9° 41′ 07.9″	−27° 45′ 06.6″
$\sin\delta$	+0.467192	+0.271114	−0.168240	+0.465643
$\cos\delta$	+0.884156	+0.962547	+0.985746	+0.884973
$\cos(\overset{G}{t}-\lambda_0)$	+0.947398	+0.883362	+0.891270	+0.946623
$\sin\varphi_0\sin\delta$	+0.030036	+0.017430	−0.010816	+0.029936
$\cos\varphi_0\cos\delta\cos(\overset{G}{t}-\lambda_0)$	+0.835915	+0.848518	+0.876743	+0.836003
$\cos z'$	+0.865951	+0.865948	+0.865932	+0.865939
z'	30° 00′ 30.6″	30° 00′ 31.9″	30° 00′ 38.5″	30° 00′ 35.6″
$-z_0$	−30 00 20.0	−30 00 20.0	−30 00 20.0	−30 00 20.0
$-\Delta r_1$	0.0	0.0	0.0	0.0
$-\Delta r_2$	0.0	− 0.0	− 0.1	− 0.1
$\Delta z'$	+10.6	+11.9	+18.4	+15.5
a' (列綫圖 14)	35°	64½°	117°	324½°

緯度（高斯方法）

（§ 11.3）

測站：Cud Lawa
φ_0：$+3°\ 41'\ 10''$　$\sin\varphi_0=+0.064290$
λ_0：$+3^h\ 36^m\ 20.5^s$　$\cos\varphi_0=+0.997931$

日　期：1948.9.9（星期四）
仪　器：Wild T2 附等高棱鏡
时　計：U. Nardin 122734 $\Delta_1 T=+0.12^s$
观測者：P. de With

ξ 武仙座 5	α 蛇夫座 6
$23^h\ 22^m\ 03.28^s$	$23^h\ 48^m\ 27.45^s$
+ 40.56	+ 40.61
23 22 43.84	23 49 08.06
23 26 34.27	23 53 02.83
23 11 47.50	23 11 47.50
+ 0.00	+ 0.00
22 38 21.77	23 04 50.33
17 55 46.03	17 36 32.68
4 42 35.74	5 32 17.65
3 36 20.50	3 36 20.50
$+1^h\ 06^m\ 15.24^s$	$+1^h\ 55^m\ 57.15^s$
$+29°\ 15'\ 16.0''$	$+12°\ 35'\ 50.0''$
+0.488689	+0.218096
+0.872458	+0.975927
+0.958504	+0.874720
+0.031418	+0.014021
+0.834524	+0.851897
+0.865942	+0.865918
$30°\ 00'\ 34.4''$	$30°\ 00'\ 44.3''$
−30 00 20.0	−30 00 20.0
0.0	0.0
− 0.1	− 0.1
+14.3	+24.2
$330\frac{1}{2}°$	$288\frac{1}{2}°$

对其他各星进行同样計算，結果如下：

星名		号	G.A.S.T.	$\Delta z'$	a'
β	宝瓶座	7	$23^h\ 11^m\ 10.26^s$	$+16.4''$	$108\frac{1}{2}°$
π	人馬座	8	23 52 04.95	+29.0	$212\frac{1}{2}$
ξ	摩羯座	9	0 01 02.97	+23.3	153
ξ	飞馬座	10	0 17 24.62	+ 9.7	$75\frac{1}{2}$
λ	天鷹座	11	0 34 56.72	+27.0	$253\frac{1}{2}$
δ	天箭座	12	1 08 23.76	+19.5	301
η	飞馬座	13	1 15 35.41	+13.7	28
α^2	摩羯座	14	1 32 47.66	+28.5	$236\frac{1}{2}$
c^2	宝瓶座	15	1 36 06.10	+21.1	$148\frac{1}{2}$
ξ	摩羯座	16	1 59 09.15	+28.5	207

多星等高法測定經緯度（續）

星号	a'	$\cos a'$	$\sin a'$	$\cos^2 a'$	$\cos a' \sin a'$	$\sin^2 a'$	g	$g \cos^2 a'$	$g \cos a' \sin a'$	$g \sin^2 a'$	$g \cos a'$	$g \sin a'$
1	35°	+0.82	+0.57	+0.67	+0.47	+0.32	1	+0.67	+0.47	+0.32	+0.82	+0.57
2	$64\frac{1}{2}$	+0.43	+0.90	+0.18	+0.39	+0.81	1	+0.18	+0.39	+0.81	+0.43	+0.90
3	117	−0.45	+0.89	+0.20	−0.40	+0.79	1	+0.20	−0.40	+0.79	−0.45	+0.89
4	$324\frac{1}{2}$	+0.81	−0.58	+0.66	−0.47	+0.34	1	+0.66	−0.47	+0.34	+0.81	−0.58
5	$330\frac{1}{2}$	+0.87	−0.49	+0.76	−0.43	+0.24	1	+0.76	−0.43	+0.24	+0.87	−0.49
6	$288\frac{1}{2}$	+0.32	−0.95	+0.10	−0.30	+0.90	1	+0.10	−0.30	+0.90	+0.32	−0.95
7	$108\frac{1}{2}$	−0.32	+0.95	+0.10	−0.30	+0.90	1	+0.10	−0.30	+0.90	−0.32	+0.95
8	$212\frac{1}{2}$	−0.84	−0.54	+0.71	+0.45	+0.29	1	+0.71	+0.45	+0.29	−0.84	−0.54
9	153	−0.89	+0.45	+0.79	−0.40	+0.20	1	+0.79	−0.40	+0.20	−0.89	+0.45
10	$75\frac{1}{2}$	+0.25	+0.97	+0.06	+0.24	+0.94	1	+0.06	+0.24	+0.94	+0.25	+0.97
11	$253\frac{1}{2}$	−0.28	−0.96	+0.08	+0.27	+0.92	1	+0.08	+0.27	+0.92	−0.28	−0.96
12	301	+0.52	−0.86	+0.27	−0.45	+0.74	1	+0.27	−0.45	+0.74	+0.52	−0.86
13	28	+0.88	+0.47	+0.77	+0.41	+0.22	1	+0.77	+0.41	+0.22	+0.88	+0.47
14	$236\frac{1}{2}$	−0.55	−0.83	+0.30	+0.46	+0.69	1	+0.30	+0.46	+0.69	−0.55	−0.83
15	$148\frac{1}{2}$	−0.85	+0.52	+0.72	−0.44	+0.27	1	+0.72	−0.44	+0.27	−0.85	+0.52
16	207	−0.89	−0.45	+0.79	+0.40	+0.20	1	+0.79	+0.40	+0.20	−0.89	−0.45
		−0.17	+0.06	+7.16	−0.10	+8.77	16	+7.16	−0.10	+8.77	+0.17	+0.06
								0.00	0.00	0.00		
								+7.16	−0.10	−8.77		

$C'G'$	−444.55	$B'G'$	+ 5.07	$A'C'$	+ 62.79
$B'H'$	+ 4.90	$A'H'$	−350.70	B'^2	+ 0.01
I	−449.45	II	+355.77	III	+62.78

F	A	B	C	D	E
	$\frac{D^2}{F}$	$\frac{DE}{F}$	$\frac{E^2}{F}$		
	A'	B'	C'		

$Q_{11}=C'/\text{III}=+0.14$

$Q_{12}=B'/\text{III}=0.00$

$Q_{22}=A'/\text{III}=+0.11$

$\Delta\varphi=\text{I}/\text{III}=-7.2''$

$\Delta\lambda\cos\varphi_0=\text{II}/\text{III}=+5.7''=$
$=+0.38^s$

$\Delta\lambda \quad =+0.38^s$

$\varphi_0=+3°\ 41'\ 10.0''$

$\Delta\varphi=- \quad 7.2''$

$\varphi=+3°\ 41'\ 02.8''$

若用圖解平差則可略去本表計算

$\Delta z'$	$g\Delta z'\cos a'$	$g\Delta z'\sin a'$	$g\Delta z'$	$\Delta\varphi\cos a'$	$-\Delta\lambda\cos\varphi_0\sin a'$	$-\Delta z'$	v'	gv'	$v=v'-\Delta z$	v^2	gv^2
+10.6	+ 8.69	+ 6.04	+10.6	−5.9	−3.2	− 10.6	− 19.7	− 19.7	−0.3	+ 0.09	+ 0.09
+11.9	+ 5.12	+10.71	+11.9	−3.1	−5.1	− 11.9	− 20.1	− 20.1	−0.7	+ 0.49	+ 0.49
+18.4	− 8.28	+16.38	+18.4	+5.2	−5.1	− 18.4	− 20.3	− 20.3	−0.9	+ 0.81	+ 0.81
+15.5	+12.56	− 8.99	+15.5	−5.8	+3.3	− 15.5	− 18.0	− 18.0	+1.4	+ 1.96	+ 1.96
+14.3	+12.44	− 7.01	+14.3	−6.3	+2.8	− 14.3	− 17.8	− 17.8	+1.6	+ 2.56	+ 2.56
+24.2	+ 7.74	−22.99	+24.2	−2.3	+5.4	− 24.2	− 21.1	− 21.1	−1.7	+ 2.89	+ 2.89
+16.4	− 5.25	+15.58	+16.4	+2.3	−5.4	− 16.4	− 19.5	− 19.5	−0.1	+ 0.01	+ 0.01
+29.0	−24.36	−15.66	+29.0	+6.0	+3.1	− 29.0	− 19.9	− 19.9	−0.5	+ 0.25	+ 0.25
+23.3	−20.74	+10.48	+23.3	+6.4	−2.6	− 23.3	− 19.5	− 19.5	−0 1	+ 0.01	+ 0.01
+ 9.7	+ 2.42	+ 9.41	+ 9.7	−1.8	−5.5	− 9.7	− 17.0	− 17.0	+2.4	+ 5.76	+ 5.76
+27.0	− 7.56	−25.92	+27.0	+2.0	+5.5	− 27.0	− 19.5	− 19.5	−0.1	+ 0.01	+ 0.01
+19.5	+10.14	−16 77	+19.5	−3.7	+4 9	− 19.5	− 18.3	− 18.3	+1.1	+ 1.21	+ 1.21
+13.7	+12.06	+ 6.44	+13.7	−6.3	−2.7	− 13.7	− 22.7	− 22.7	−3.3	+10.89	+10.89
+28.5	−15.68	−23.66	+28.5	+4.0	+4.7	− 28.5	− 19.8	− 19.8	−0.4	+ 0.16	+ 0.16
+21.1	−17.94	+10.97	+21.1	+6.1	−3.0	− 21.1	− 18.0	− 18.0	+1.4	+ 1.96	+ 1.96
+28.5	−25.36	−12.82	+28.5	+6.4	+2.6	− 28.5	− 19.5	− 19.5	−0.1	+ 0.01	+ 0.01
	−54.00	−47.81	+311.6	+1.2	−0.3	−311.6	−310.7	−310.7	−0.3	+29.07	+29.07
	− 3.31	+ 1.17									
	−50.69	−43.98									
	G $\frac{DK}{F}$	H $\frac{EK}{F}$	K								
	G'	H'									

計算者： J. 罗尔夫

$\lambda_0=+3^h\ 36^m\ 20.50^s$

$\Delta\lambda=+\qquad 0.38^s$

$\lambda=+3^h\ 36^m\ 20.88^s$

$$\Delta z=\frac{[gv']}{[g]}=-\frac{310.7}{16}=-19.4$$

$$m^2=\frac{[gv^2]}{n-3}=\frac{+29.67}{13}=+2.24 \qquad m=1.5''$$

$$m_\varphi^2=m^2Q_1=0.31 \qquad m_\varphi=0.6''$$

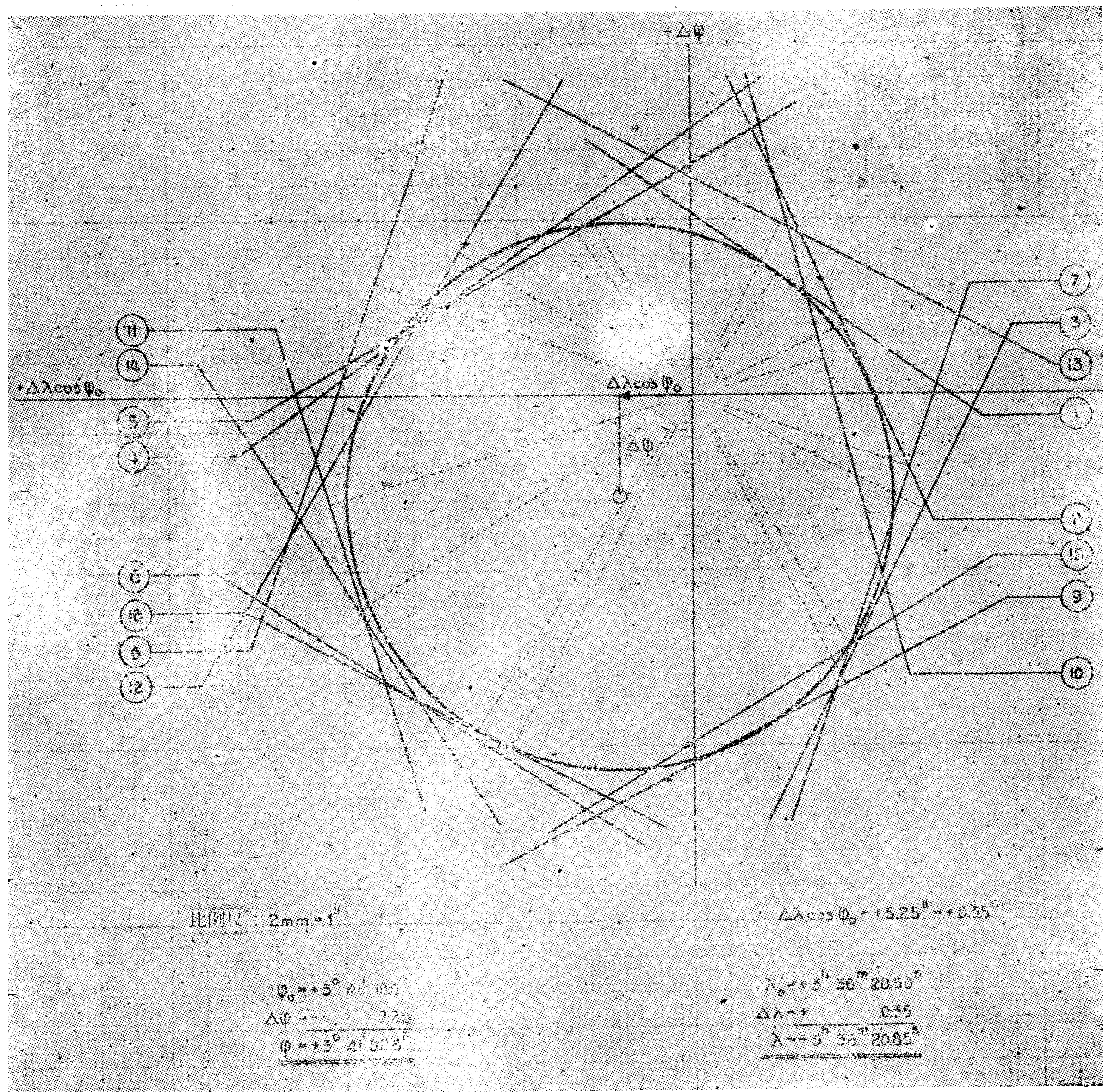
$$m_{\lambda\cos\varphi_0}^2=m^2Q_{22}=0.25 \qquad m_{\lambda\cos\varphi_0}=0.5''$$

$$M_{\lambda\cos\varphi_0}^2=m_{\lambda\cos\varphi_0}^2+0.10\cos^2\varphi_0=0.35 \qquad M_{\lambda\cos\varphi_0}=0.6''$$

14. 多星等高法測定經緯度

圖解平差 § 11.3.3

(准备計算見例題 13)



中英名詞对照表

中　文	英　文
二　画	
人差	Personal Equation
三　画	
大距	Elongation
东大距	eats –
西大距	west –
大地水准面	Geoid
子午圈	Meridian
上子午圏	upper –
下子午圏	lower –
四　画	
太陽	Sun
平太陽	mean sun
太陽仪稜鏡附件	Solar prism attachme
天頂	Zenith
天頂距	zenith distance
視天頂距	apparent – –
最大天頂距	maximal – –
标准天頂距	standard – –
眞天頂距	true – –
天文大地年鑑	Astronomische geodätische Jahrbuch.
天文鐘	Chronometer, box
天球	Celestial sphere
地心天球	geocentric – –
日心天球	heliocentric – –
日期	Date
格林威治日	Greenwich –
标准日	standard –
日	Day
民用日	civil –
平恆星日	mean sidereal –
平太陽日	mean solar –
日数	Day numbers
白塞尔日数	Besselian – –
独立日数	independent – –
水平面，水准面	Level surface
中天	Culmination
上中天	upper –
下中天	lower –
內插	Interpolation
赤緯內插	– of inclination
时差內插	– of equation of time
中誤差（均方誤差）	Mean error
外中誤差	external – –
內中誤差	internal – –
中天	Transit
上中天	upper –
下中天	lower –
方位幅（恆星的）	Amplitude
方位幅限度	limiting –
方位角	Azimuth
方位角表	– table
方位綫	– line
历書	Almanac and Ephemeris
美国天文年历与航海历書	The American Ephemeris and Nautical Almanac.
英国航海历書	The Nautical Almanac and astronomical Ephemeris.
法国天文年历	La Connaissance des Temps
西班牙航海年历	Almanaque Nauticol
五　画	
白克	Beck
白塞尔	Bessel
白塞尔日数或	Besselian day or
白塞尔星数	star numbers
白塞尔星常数	Besselian star constants
北点	North point
北極	North pole
眞北極	actual or true – –

平北極 mean – –
北極星 Polaris
卯酉圈 prime vertical
平均点位誤差 mean position error
汉尼 Hänni

六 画

自行 Proper motion
自动准直 Auto-collimation
自动准直目鏡 –eyepiece
当量 Equavalent
恆星时段当量 sibereal –
太陽时段当量 solar –
关联值 Correlation
关联观測方程式 correlated equations
岁差 Precession
日月岁差 luni-solar –
行星岁差 planetary –
岁差运动 precessional motion
西点 West point
光行差 Aberration
周年光行差 annual –
周年光行差系数 coefficient of annual –
周日光行差常数 constant of diurnal –
周日光行差 diurnal –
光行差四边形 parallelogram of –
方位角光行差 aberration in azimuth
时角光行差 – in hour angle
天頂距光行差 – in zenith distance
地平，地平圈 Horizon

七 画

折光差，濛气差 Refraction
微折光差 differential –
远地点 apogee
貝克尔 Baker
克劳德 Claude
坐标 Coordinates
視坐标 apparent –
天文坐标 astronomcial –
地理坐标 geographical –
地方坐标 local –
平坐标 mean –
位置誤差（錶） Position error
赤緯 Declination
視赤緯 apparent –
平赤緯 mean –
赤經 Right ascension
視赤經 apparent –
平赤經 mean –
赤道 Equator
眞赤道 actual or true –
平赤道 mean –
改化值 Reduction
恆星时改化值 sidereal –
太陽时改化值 solar –
时 Time
恒星时 sidereal–
視恒星时 apparent sidereal –
平恒星时 mean sidereal –
平太陽时 mean solar –
标准时 standard –
时計 Timekeeper
时差 Equation of time
时角 Hour angle
时刻 Heure
确定的时刻 definitive –
半确定的时刻 demi-definitive –
时号 Time signals
科学式时号 rhythmic system
符合式时号 coincidence system
游标式时号 vernier system
英国海軍部無綫电时号表 Admiralty list of wireless signals
时号改正公报 Bulletin Horaire
时的换算 conversion of time

八 画

东点 East point
放大率 Magnifying power
假想的放大率 fictitious – –
近地点 Perigee
定位圓 Position circle

定位綫	Position line
垂直綫	Vertical
垂直圈，地平經圈	vertical circle
国际式时号	International or ONOGO system
国际时辰局	Bureau International de L'Heure
国际旋轉橢圓体	International Ellipsoid of revolution.

九 画

春分点	Vernal equinox
眞春分点	true –
平春分点	mean –
春分点	First point of Aries
独立日数或独立星数	Independent day or star numbers
指标	Index
視恆星时指标	apparent sidereal–
平太陽时指标	mean sidereal –
太陽时指标	solar –
星等	Magnitude
星位角	Parallatic angle
参考站	Reference station
南極	South pole
南点	south point
星	Star
拱極星	circumpolar –
控制星	control –
十日星	ten day
星表	Star list
变化	Variation
周年变化	annual –
長期变化	secular –
威理斯	Willis

十 画

高度角，高度	Altitude
近子午高度	circummeridian –
高斯	Gauss
記时仪	chronograph
圓筒式記时仪	cylinder type –
打字式記时仪	printing type –
盤条式記时仪	tape type –
庫克法	cooke method

十一画

基本星的視位置表	Apparent places of Fundamental stars.
章动	Nutation
章动短期項	short period terms of –
赤經章动	– in right ascension

十二画

等高仪	Astrolabe
摆式等高仪	pendulum –
60°稜鏡等高仪	30° prismatic –
45°稜鏡等高仪	45° prismatic –
黄道	Ecliptic
平黄道	mean –
眞黄道	true –
黄赤交角	Obliquity of the ecliptic
超人差測微器	Impersonal micrometer
視差	Parallax
周年視差	annual –
地平視差	horizontal –
太陽視差	sun's –
經度	Longitude

十三画

極軸	Polar ax
極距	Polar distance
鉛垂綫	Plumb line
稜鏡	Prism
等边稜鏡	equilateral –
五角稜鏡	pentagonal –
三角稜鏡	triangular –
偏光稜鏡	deflecting –
稜鏡附件	prism attachment

十四画

誤差曲綫	Error curve
圓形誤差曲綫	circular – –
橢圓形誤差曲綫	elliptic – –

十五画

餘緯度	Colatitude
緯度	Latitude
緯度測定	Determination of –
德延谷	Driencourt

十六画

錶	Watch
天文錶	chronometer –
停錶	stop –
錶面时	Chronometer time
錶差	chronometer correction
錶速，錶率	chronometer rate

統一書号：15039·307
定　　价：1.75 元